Письма в ЖЭТФ, том 21, вып. 11, стр. 670 – 673 5 июня 1975 г.

О ДВУХ МОДАХ КОЛЛЕКТИВНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ КАПЛИ ФЕРМИ-ЖИДКОСТИ И ПРАВИЛАХ СУММ ДЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПЕРЕХОДОВ В АТОМНЫХ ЯДРАХ

В.А.Ходель

Рассмотрена проблема возникновения низколежащих коллективных возбуждений в капле нормальной ферми-жидкости. В квантовой капле имеются не одна, а две моды коллективных возбуждений: наинизшая является аналогом обычных капиллярных волн, а другая – аналогом нулевого звука. Показано, что обе ветви дают сравнимый вклад в правило сумм.

Хорошо известно, что проблема согласования с экспериментом правил сумм, относящихся к электромагнитным переходам в атомных ядрах, является камнем преткновения для модели жидкой капли. В отсутствие сил, зависящих от скоростей частиц (а они не играют существенной роли в низкоэнергетической ядерной физике) сумма $S_L = \Sigma(E_S - E_0)Q^2_{0S}$, где $Q = r^L Y_{LM}(\mathbf{n})$, которая сводится к двойному коммутатору $S_L = \langle 0 | Q[H, Q]/0 \rangle$ легко вычисляется: $S_L = \left(\frac{3Ze}{4\pi}\right)^2 \frac{R^{2L-2}}{2B^h_L}$ [1] здесь ($B^h_L \equiv B_1/L$ гидродинамический массовый коэффициент. В принятой далее нормировке он имеет размерность массы $B_1 = \frac{3}{4\pi} M_0 A$). В классической гидродинамике сумма S_L исчерпывается одним переходом $S_L^{(1)}$ из основного в однофононное состояние, так как в этой модели $Q = \frac{3Ze}{4\pi} R^{L-1} a$ (a – оператор рождения фонона) $Q^2_{0,3} = \frac{R^{2L-2}}{2\omega_L B^R_L} \left(\frac{3Ze}{4\pi}\right)^2$. Однако величина массового коэффициента B_L, определенная из экспериментальных данных по частотам и вероятностям наинизших коллективных возбуждений атомного ядра оказывается, как правило, существенно больше гидродинамической. Причина этого противоречия заключается в том, что атомное ядро является каплей квантовой, а не классической жидкости, а в капле нормальной ферми-жидкости имеются две моды коллективных возбуждений разной физической природы. Одна из них – аналог обычных капиллярных волн. Ее появление обязано спонтанному нарушению трансляционной инвариантности в основном состоянии системы [2]. В такой системе в силу общих теорем [3] всегда существует ветвь коллективных возбуждений, начинающаяся с $\omega = 0$.

Нулевую частоту имеет дипольный фонон с $L = 1$. Частоты остальных возбуждений с $L \neq 1$ положительны. Понять происхождение низколежащей поверхностной ветви можно и без помощи математических теорем. Вырежем, скажем в северном полушарии капли узкий "серп" жидкости и переместим его в южное так, чтобы никаких изменений, кроме сдвига центра тяжести капли не произошло. Очевидно, что при этом внутренняя энергия капли не изменится – дипольная жесткость $C_1 = 0$, а следовательно, и $\omega_1 = 0$. Рассмотрим теперь не дипольную, а любую другую деформацию поверхности капли с малым моментом L. Если система устроена так, что внешнее поле $V^\circ(r)$, приложенное в точке r, меняет плотность ρ системы только в этой точке, то частицы не будут "чувствовать" разницы между дипольной и любой другой деформацией поверхности, а значит внутренняя энергия останется неизменной (чтобы отличить дипольную деформацию, например, от квадрупольной нужно сравнить сдвиг поверхности как минимум в двух ее точках). Таким образом, в системе, где $\delta\rho(r) \sim V^\circ(r)$ все жидкости C_L будут равны дипольной жесткости C_1 и, следовательно, все частоты $\omega_L \equiv 0$. Отметим, что и все переходные плотности – формфакторы $\nu_L(r)$ коллективных состояний будут совпадать с дипольным форм-фактором $\nu_1(r) \equiv \equiv \partial\rho/\partial r$ [2]. (Это кстати и есть гидродинамический формфактор). Разумеется, соотношение $\delta\rho(r) \sim V^\circ(r)$ – идеализация. Даже в классике, где длина свободного пробега квазичастиц мала, изменение $\rho(r)$ определяется величиной поля $V^\circ(r')$ в окрестности $|r - r'| \sim r_0$ (r_0 – среднее расстояние между частицами). Поэтому чистый сдвиг и деформация поверхности с $L \neq 1$ становятся неэквивалентными, появляется жесткость и вырождение снимается. Легко проследить это прямо в уравнениях, написав, например, уравнение для формфактора ν [4]

$$\nu_L(r, \omega_S) = \iint A_L(r, r', \omega_s)\tilde{\mathcal{F}}_L(r', r'')V_L(r'', \omega_0)\, d\tau' d\tau''. \qquad (1)$$

Здесь $d\tau = r^2 dr$ $A_L(r, r')$ стандартный частично-дырочный пропагатор

$$A_L(r, r'\omega) = \iiint G(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \epsilon + \frac{\omega}{2})\, G(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \epsilon - \frac{\omega}{2})\, P_L(\mathbf{nn}')\frac{d\epsilon}{2\pi i}\,\frac{d\mathbf{n}\, d\mathbf{n}'}{4\pi}. \qquad (2)$$

$\tilde{\mathcal{F}}$ – локальное взаимодействие квазичастиц.

Уравнение (1) при $L = 1$ имеет решение $\omega_1 = 0$, $\nu_1(r) \equiv \frac{\partial \rho}{\partial r}$ [2]. Капля жидкости однородна и поэтому поверхностное решение типа $\partial\rho/\partial r$ возможно только, если взаимодействие внутри $\mathcal{F}^{in} > 0$ (снаружи знак $\mathcal{F}$ всегда отрицательный, соответствующий притяжению). В противном случае ($\mathcal{F}^{in} < 0$) решения (1) $\nu_1 \equiv \partial\rho/\partial r$ будут объемными, т. е. будут описывать не каплю, а какие-то другие системы. Можно сказать так: газ с притяжением между частицами, из которого образуется капля, сжимается до тех пор, пока локальное взаимодействие $\mathcal{F}^{in}$ не станет положительным. Если бы функции $A(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ и $\mathcal{F}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ были бы δ-функциями, то тогда $\delta\rho(\mathbf{r}) \sim V^{\circ}(\mathbf{r})$ и интеграл (2) не зависел бы от L, а все частоты $\omega_L \equiv 0$ и $\nu_L(r) \equiv \nu_1(r) \equiv \partial\rho/\partial r$. На самом деле это, конечно, не так — $A(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ не δ-функция и $\omega_L \neq 0$ при $L \neq 1$. Конкретные расчеты показывают, что частота ω_L этих колебаний – квантовых капиллярных волн при $L \sim 1$ лежит ниже соответствующих одночастичных частот ω_L^{sp} и потому колебания с малыми L не затухают. (Снятие вырождения зависит от поведения $A(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ на расстояниях $(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \gg \mathbf{r}_0$ и оно совершенно различно в квантовом и в классическом случаях). Но классический поверхностный пик с шириной $\sim r_0$ в $\nu_L(r)$, обязанный когерентному вкладу всех частиц, остается и в квантовом случае.

В квантовой капле есть еще одна ветвь коллективных возбуждений, не связанная с колебаниями поверхности. Она существует и при закрепленной поверхности системы, в частности, в газе взаимодействующих частиц, запертых в потенциальном ящике. При $T = 0$ ближайшие к поверхности Ферми квазичастицы живут практически бесконечное время τ. Гигантские резонансы имеют частоты $\omega \gtrsim \epsilon_p A^{-1/3}$, т. е. выполняется соотношение $\omega\tau \gg 1$. Таким образом эти возбуждения принадлежат к нуль-звуковым. Гигантские резонансы – это начало нуль-звуковой ветви коллективных возбуждений большой системы.

Если бы пропагатор $A(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ был бы локален, две ветви никак не смешивались бы между собой. Однако у A имеются дальнодействующие компоненты [4] и в результате наблюдаемые реальные возбуждения оказываются смешанными.

В частности в формфакторе $\nu_L(r)$ наинизшего возбуждения помимо поверхностного пика появляются объемные компоненты (т. е. квантовая жидкость становится сжимаемой) [2]. Рассмотрение показывает, что квантовое движение оказывается и вихревым. Эту ветвь можно назвать квантовыми капиллярными волнами или капонами. В силу вихревого характера движения массовый коэффициент B_L для капона оказывается больше гидродинамического и вследствие этого переход с возбуждением капона не исчерпывает правила сумм S_L. Но при данном L есть еще одно коллективное – объемное колебание – гигантский резонанс. Его коллективность порядка $A^{2/3}$ (числа частиц в слое $\sim \epsilon_F A^{-1/3}$ вблизи поверхности Ферми) и, следовательно, (так как $(E_5 - E_0) \sim \epsilon_F A^{-1/3}$) его вклад в правило сумм S_L того же порядка, что и вклад наинизшего возбуждения. Оценить вклад этого состояния в правило сумм можно и строже использовать условие нормировки для амплитуды рождения фонона [4]

$$\left(g_L \frac{dA_L}{d\omega} g_L \right) = -1$$

и определение вероятности возбуждения $w = (V_o A_L g_L)^2$.

Используя плавность $g_L(r)$, мы получаем из (3) оценку $\bar{g}^2 \sim \epsilon_F^2 A^{-5/3} \omega^{-1}$, $w \sim (\bar{g})^2 (A^2 R^{2L} / \epsilon_F^2)$ и $S_L^{(2)} \sim R^{2L} A^{1/3}$, т. е. $S_L^{(1)}$ и $S_L^{(2)}$ имеют один порядок величины. Таким образом, в квантовой капле имеется две различных моды возбуждения – низколежащая – квантовый аналог гидродинамической и вторая – нуль-звуковая, и обе они дают сравнимый вклад в правило сумм, т. е. капля ферми-жидкости является как бы гибридом классической капли и взаимодействующего ферми-газа

В заключение автор приносит глубокую благодарность А.Б.Мигдалу за ценные советы и внимание, а также С.Т.Беляеву, А.В.Игнатюку, Э.Е.Саперштейну и С.А.Фаянсу за плодотворное обсуждение и критические замечания.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
2 апреля 1975 г.

Литература

[1] А.Лейн. Теория ядра. Атомиздат, 1967.

[2] В.А.Ходель. ЯФ, 19, 792, 1974.

[3] А.А.Гриб, Е.В.Дамаскинский, В.В.Максимов, УФН, 102, 587, 1970.

[4] А.Б.Мигдал. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М., изд. Наука, 1965.