

ОГРАНИЧЕННОСТЬ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ ИМПУЛЬСОВ ПРИ РОЖДЕНИИ ВЕКТОРНЫХ ЧАСТИЦ В ПЕРЕНОРМИРУЕМЫХ МОДЕЛЯХ ЯНГА – МИЛЛСА

Л.Л.Франкфурт, В.Е.Шерман

Показано, что в перенормируемых моделях типа Янга – Миллса в сечение рождения векторных частиц при столкновении фермионов высоких энергий основной вклад дают перпендикулярные импульсы порядка массы.

Необходимым условием для реджезации векторной частицы в теории возмущений является отсутствие роста с энергией существенных перпендикулярных импульсов. В противном случае, ведущие асимптотические поправки к амплитуде имели бы дважды логарифмический характер: $M^{(n)} \approx g^2 s (g^2 \ln^2 s)^n$ (где s – квадрат энергии сталкивающихся частиц в их СЦИ, g^2 – константа связи). В литературе [1] появилось ошибочное утверждение, что в моделях типа Янга – Миллса асимптотика, действительно, дважды логарифмическая, причем дополнительно $\ln s$ возникает за счет интегрирования по перпендикулярным импульсам промежуточных векторных частиц. В настоящей работе показано, что в любой перенормируемой модели при столкновении фермионов высоких энергий в сечение рождения векторной частицы основной вклад дают перпендикулярные импульсы порядка массы. Утверждение это имеет степенную точность по s . Доказательство основано только на перенормируемости теории и на характерных свойствах вершины Янга – Миллса. Аргументация, по-видимому, может быть обобщена на процессы с рождением произвольного числа векторных частиц.

Рассмотрим процесс $a + b \rightarrow a' + b' + B$, где a, b, a', b' — фермионы, B — векторный мезон. Обозначения соответствуют рис. 1.

$$q = L_2 - L_1, \quad Q = p_1 - p_2, \quad P = p_1 + p_2, \quad \nu = kP, \quad \nu_1 = 2kL_2, \quad s = L_1P.$$

Нас интересует член порядка s в амплитуде, и мы хотим доказать, что основной вклад в сечение возникает от области $q_{\perp}^2, Q_{\perp}^2 \sim 1$. (Обезразмеривание производится массами). Прежде всего заметим, что область в которой все перпендикулярные импульсы большие и одного порядка $q_{\perp}^2 \sim Q_{\perp}^2 \gg 1$ дает малый вклад из соображений размерности и из перенормируемости теории. Действительно в этой области массами всех частиц можно пренебречь и, следовательно, матричный элемент имеет вид $A \approx s/Q_{\perp}^3$. Поэтому интеграл, возникающий в сечении

$$d\sigma \sim \int d^2 q_{\perp} d^2 Q_{\perp} \frac{1}{Q_{\perp}^6} \quad (1)$$

быстро сходится, так как степень числителя меньше степени знаменателя. Реальную "опасность" представляет, таким образом, только область, где q_{\perp}^2 и Q_{\perp}^2 существенно различны.

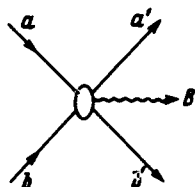


Рис. 1

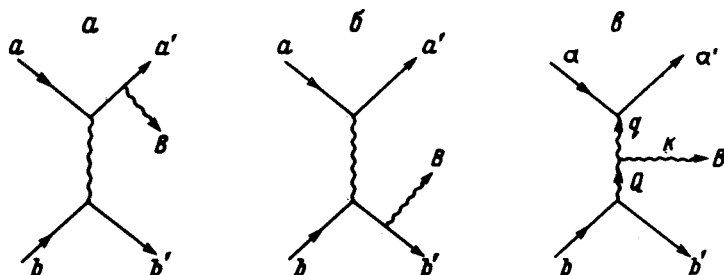


Рис. 2

Изучим для определенности случай $q_{\perp}^2 \gg Q_{\perp}^2$. Сначала рассмотрим область мультиреджевской кинематики, от которой возникает главный логарифмический вклад: $1, q^2, Q^2 \ll \nu, \nu_1 \ll s$. B -мезон может испускаться либо с концов фермионных линий (рис. 2, а, б), либо из середины диаграммы (рис. 2, в). Так как в мультиреджевской кинематике каждый из блоков Va' , Vb' находится в асимптотике, то ведущий асимптотический вклад возникает только в случае, когда волнистым линиям на рис. 2 соответствуют векторные, а не скалярные частицы, причем

вершина взаимодействия трех векторных мезонов (рис. 2, в) имеет янг-миллсовский характер [2]:

$$\Gamma_{\tau\beta\alpha} \sim g_{\alpha\beta}(Q + q)_{\tau} - g_{\alpha\tau}(2q - Q)_{\beta} - g_{\beta\tau}(2Q - q)_{\alpha}. \quad (2)$$

Логика последующего доказательства такова:

1. Будет показано, что в данной кинематической области спиновая структура всех существенных, т. е. медленно убывающих с ростом q_{\perp} диаграмм факторизуется в виде множителя $(\bar{u} \hat{A} u)$, где ϵ — вектор поляризации B -мезона, \bar{u} и u спиноры, соответствующие фермионам a , a' .

2. Вклад от существенных фейнмановских диаграмм после умножения на $\epsilon_{\mu}^L = k_{\mu}/M_B$ не зависит от q^2 , так как умножение на k просто сокращает прилегающие пропагаторы. Перенормируемость теории, как хорошо известно, означает что независящий от q^2 , но пропорциональный s вклад от ϵ^L должен сократиться в сумме диаграмм.

3. Наличие факторизации означает, что сокращение происходит в амплитуде одновременно во всех поляризациях. Для вклада поперечных поляризаций это сокращение непосредственно приводит к добавочному множителю M_B/q_{\perp} в амплитуде. (M_B^2/q_{\perp}^2 — в сечении), т. е. к быстрой сходимости интеграла (1) по d^2q_{\perp} . Вклад от ϵ^L , как известно, выражается в перенормируемых моделях через амплитуду излучения скалярных "голдстоуновских" частиц [3], для которых область больших q_{\perp}^2 несущественна. Вместо третьей поляризации: $\epsilon_3 = \tilde{k}/M_B$ удобно использовать: $\tilde{\epsilon}_3 = \epsilon - \epsilon^L = (\tilde{k} - k)/M_B$, так как вклад ϵ^L мал. (Где $\tilde{k} = (k_3, k_0, 0) \approx k + \frac{M_B^2}{2k_0} (-1, 1, 0)$. Третья ось выбрана по k). Очевидно, что вклад $\tilde{\epsilon}_3$

несущественен при больших q_{\perp}^2 , так как даже умножение $\tilde{\epsilon}_3$ на импульс, имеющий большие компоненты, не приведет к появлению q_{\perp} в числителе. Тем самым доказывается ограниченность перпендикулярных импульсов с логарифмической степенью точности по s . Чтобы сделать точность утверждения степенной, необходимо рассмотреть кинематическую область $q^2 \lesssim \nu_1 \ll \nu$, т. е. квазидвухчастичную кинематику. Однако, как будет видно из-за доказательства, та же факторизация для поперечных поляризаций происходит и в этой области, что уже отмечалось в работе [4] и следовательно аргументация сохраняется.

Докажем теперь свойства факторизации. Доказательство удобно проводить в лабораторной системе отсчета, где $p_{\perp} = (m, 0)$. Отдельно рассмотрим вклад поперечных поляризаций: $\epsilon_{1,2}^A$, не имеющих растущих с энергией компонент и от поляризации $\epsilon^L = k/M_B$. Прежде всего заметим, что излучение B -мезона снизу (рис. 2, б) несущественно в области больших q^2 , так как единственный вклад $\sim s$ возникает от поляризации ϵ^L , но он быстро падает с ростом q^2 . Структура фермионной скобки для диаграммы рис. 2, а с излучением B - мезона сверху следующая:

$$\bar{u} \hat{\epsilon} (\hat{L}_1 + \hat{Q}) \hat{P} u \approx s \bar{u} \hat{\epsilon} u. \quad (3)$$

Равенство (3) выполняется для поляризаций $\epsilon_{1,2}$ в области квазидвух-частичной кинематики, так как компоненты вектора Q малы в лабораторной системе при $Q^2 \ll q^2$, а поляризации тоже не содержат больших компонент. Для поляризации ϵ^L это выполняется только в мультиреджевской области, так как произведение (kQ) , хотя и содержит член $\sim q^2$, но $(kQ) \ll \nu_1$.

В диаграмму на рис. 2, σ для двух поляризаций $\epsilon_{1,2}$ вклад в квазидвухчастичной кинематике возникает только от слагаемого $g_{\alpha\tau}$ в выражении (2) для $\Gamma_{\tau\beta\alpha}$. Это следствие того, что

$$(\epsilon^\perp q) = -(\epsilon^\perp Q), \quad \text{а} \quad (\epsilon^\perp p_2) = 0 \quad (4)$$

и все эти произведения малы при $Q^2 \ll q^2$. Для продольной поляризации вклады от членов $\sim g_{\alpha\beta}$ и $g_{\beta\tau}$ существенны, но они сокращаются в мультиреджевской области. Действительно, в этой области для продольной поляризации имеем

$$P_{\beta L} L_{\alpha} k_{\tau} [g_{\alpha\beta}(Q + q)_{\tau} - g_{\beta\tau}(2Q - q)_{\alpha}] \approx s[-q^2 + q^2] = 0. \quad (5)$$

В [5] вычисляли только слагаемое растущее с q^2 и воспользовались соотношением

$$\nu\nu_1 = -s q^2. \quad (6)$$

Таким образом для всех поляризаций в мультиреджевской кинематике вклад, содержащий q^2 возникает от слагаемого в диаграмме рис. 2, $\sigma \sim g_{\alpha\tau}$ [2] и пропорционален $\hat{u}\hat{u}$. Это и доказывает факторизацию.

Авторы благодарны В.Н.Грибову за полезные обсуждения.

Ленинградский
институт ядерной физики
им. Б.П. Константинова
Академия наук СССР

Поступила в редакцию
12 мая 1975 г.

Литература

- [1] Н.Т. Nieh, Y.P. Yao. Phys. Rev. Lett., 32, 1074, 1974.
- [2] C.N. Yang, R.L. Mills. Phys. Rev., 96, 191, 1954.
- [3] G't Hooft. Nucl. Phys., B35, 167, 1967.
- [4] Л.Л. Франкфурт, В.Е. Шерман. ЯФ, 19, 1938, 1974.