

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ВАКУУМНОГО ЗАРЯДА ВБЛИЗИ СВЕРХЗАРЯЖЕННЫХ ЯДЕР

А.Б.Мицдал, Д.Н.Воскресенский¹⁾, В.С.Попов

Найдено распределение заряда, возникающего вблизи сверхкритических ядер ($Z e^2 \gg 1$) в результате перестройки электронно-позитронного вакуума. Расчет ведется в приближении Томаса – Ферми.

Уравнение Дирака для электрона в кулоновском поле ядра с $Z > 137$ было рассмотрено в работах [1 – 3]. Это привело к предсказанию эф-

¹⁾ Сотрудник московского инженерно-физического института

факта спонтанного рождения позитронов в сверхкритическом ($Z > Z_{cr} \approx 170$) кулоновском поле. Экспериментальное исследование этого эффекта, возможное при столкновении двух тяжелых ядер с суммарным зарядом $Z_1 + Z_2 > Z_{cr}$ представляет интерес для проверки квантовой электродинамики в области сильных внешних полей. Обсуждение различных аспектов этой проблемы и ссылки на литературу можно найти в [4, 5]. Более последовательное рассмотрение явлений, возникающих при переходе заряда Z через критическое значение Z_{cr} (с учетом не только взаимодействия электрона с ядром $\sim Ze^2$, но и взаимодействия $\sim e^2$ между электронами и позитронами) содержится в работе [6].

В настоящей статье излагаются результаты исследования случая $Z \gg Z_{cr}$. Исследование этого вопроса стимулировалось работами [7], посвященными проблеме устойчивости вакуума и рождению бозе-частиц в критических полях. В этих работах исследовалась возможность фазового перехода с образованием π -конденсата в обычных ядрах [7], а также возможность существования сверхплотных, нейтронных и сверхзаряженных ($Ze^3 \gg 1$) ядер [8].

Рассмотрим сверхкритическое ядро, окруженное вакуумной оболочкой (которая остается вокруг ядра после вылета позитронов на бесконечность [4]). В силу условия $Ze^2 \gg 1$ применимо квазиклассическое приближение, и импульс электрона равен ($\hbar = c = m_e = 1$):

$$p(r) = [(\epsilon - V(r))^2 - 1]^{1/2}. \quad (1)$$

Электроны вакуумной оболочки представляют собой вырожденный релятивистский ферми-газ и заполняют все клетки фазового пространства с импульсом $p \leq p_{max} = (V^2 + 2V)^{1/2}$. Значение максимального импульса p_{max} получается из (1) при $\epsilon = \epsilon_{max} = -1$. Плотность электронного газа

$$n_e(r) = \frac{p_{max}^3}{3\pi^2} = \frac{1}{3\pi^2} (V^2 + 2V)^{3/2}. \quad (2)$$

отлична от нуля в той области пространства, где $V(r) < -2$ (в единицах $m_e c^2$). Пространственное распределение электронов вакуумной оболочки определяется релятивистским уравнением Томаса – Ферми:

$$\Delta V = -4\pi e^2 \left[\frac{1}{3\pi^2} (V^2 + 2V)^{3/2} - n_p(r) \right], \quad (3)$$

где $n_p(r)$ – плотность протонов. Мы использовали $n_p(r) = n_p \theta(R - r)$, пренебрегая диффузностью края ядра ($n_p = Zn_0/A \approx 0,25m_\pi^3$, где $Z/A \sim 0,5$ и n_0 – обычная ядерная плотность). Характерным параметром в (3) является $Ze^3 \approx Z/1600$. Уравнение (3) было решено аналитически в предельных случаях $Ze^3 \ll 1$ и $Ze^3 \gg 1$, а также численно в промежуточной области $Ze^3 \sim 1$.

В области $Ze^3 \ll 1$ экранирующее влияние вакуумной оболочки еще мало искажает потенциал голого ядра и может быть учтено по теории

возмущений. Внешний заряд системы равен

$$Z_1 = Z \left\{ 1 - \frac{4}{3\pi} (Ze^3)^2 \left(\ln \frac{Ze^2}{R} + c \right) \right\}, \quad (4)$$

где $Z_1 = Z - N_e$, N_e — полное число электронов вакуумной оболочки, c — константа, зависящая от распределения протонов по объему ядра. В случае постоянной плотности ($n_p(r) = \text{const}$ при $r < R$) имеем: $c = -1,38$. Радиус вакуумной оболочки $r_A = Z_1 e^2/2$; при этом внутри ядра находится малая доля электронного облака.

Иная картина возникает при $Ze^3 \gg 1$. В этом случае удобно выполнить подстановку: $V = - (3\pi^2 n_p)^{1/3} \chi$, $x = \kappa(r - R)$, где $\kappa^2 = 4(\pi/3)^{1/3} e^2 n_p^{2/3}$. При $\kappa R \gg 1$ уравнение (3) преобразуется к виду

$$\chi'' = \chi^3 - \theta(-x) \quad (5)$$

и допускает точное решение. Вне ядра $x > 0$,

$$\chi(x) = \sqrt{2}(x+b)^{-1}, \quad b = \frac{4}{3}\sqrt{2} = 1,886. \quad (6)$$

Внутри ядра ($x < 0$) точное решение имеет несколько громоздкий вид, поэтому ограничимся указанием простого приближенного решения:

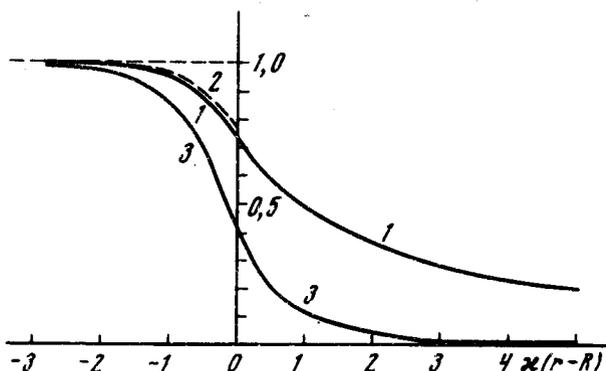
$$\chi(x) = 1 - Ce^{x\sqrt{3}}; \quad C = 0,2374. \quad (7)$$

точность которого $\sim 1,5\%$ (сравни кривые 1 и 2). Внутри ядра плотности $n_e(r)$ и n_p практически одинаковы, электрическое поле отсутствует, а

потенциал постоянен: при $R - r \ll \kappa^{-1}$ $V(r) = -V_0$, где $V_0 = (3\pi^2 n_p)^{1/3} \approx 1,94 m_\pi$. Заряд протонов здесь полностью скомпенсирован электронным облаком. Вблизи края ядра расположен переходный слой шириной $\sim \kappa^{-1} = 13\phi$ (см. рисунок), в котором находится нескомпенсированный заряд. Электрическое поле экспоненциально затухает вглубь ядра и достигает максимального значения на краю ядра: $E_{max} = (9\pi\sqrt{2}/16)(3/\pi)^{1/6} n_p^{2/3} = 7,2 \cdot 10^{-3} m_\pi^2/e$, что в 5500 раз превышает характерную напряженность поля в квантовой электродинамике $E_0 = m_e^2/e = 1,3 \cdot 10^{16}$ в/см, при которой становятся существенными нелинейные эффекты (поляризация вакуума и рождение e^+e^- пар однородным электрическим полем). Сум-

марный заряд внутри ядра $Z' = Z - \int_0^R n_e(r) 4\pi r^2 dr$ определяется из условия $R^2 E_{max} = Z'e$, откуда

$$Z'/Z = 0,95(Ze^3)^{-1/3}, \quad \text{при } Ze^3 \gg 1. \quad (8)$$



Ход потенциала и плотности электронного облака вблизи края сверхзаряженного ядра при $Ze^3 \gg 1$. Кривые 1 и 2 изображают функцию $\chi(x) = -V(r)/V_0$; 1 – точное решение уравнения (5), 2 – приближенное решение (7). Кривая 3 показывает отношение электронной плотности $n_e(r)$ к плотности в центре ядра $n_e(0)$; на краю ядра $n_e(R) = 0,42 n_e(0)$

Образование электронейтральной плазмы внутри ядра резко уменьшает кулоновскую энергию $E_Q = 3(Ze)^2/5R \approx 0,6(Ze^3)^{2/3} Zm_\pi$, препятствующую стабильности сверхзаряженных ядер. Однако остается еще кинетическая энергия вырожденного электронного газа: $E_e = n_F^4 R^3/3\pi = \frac{3}{4} Zp_F \approx 1,5Zm_\pi$. Вопрос о стабильности сверхзаряженных ядер требует дополнительного изучения и будет рассмотрен в дальнейшем.

Институт теоретической
и экспериментальной физики

Поступила в редакцию
7 июля 1976 г.

Литература

- [1] I. Pomeranchuk, Ya. Smorodinsky. Journ. Phys. USSR, 9, 97, 1945.
- [2] W. Pieper, W. Greiner. Zeits. Phys., 218, 327, 1969.
- [3] В.С. Попов. ЯФ, 12, 429, 1970; ЖЭТФ, 59, 965, 1970.
- [4] Я.Б. Зельдович, В.С. Попов. УФН, 105, 403, 1971.
- [5] В.С. Попов. Квантовая электродинамика в сильных внешних полях ($Z > 137$). Третья школа физики ИТЭФ, вып. 1, стр. 5, М., Атомиздат, 1975.
- [6] А.Б. Мигдал. ЖЭТФ, 70, 411, 1976.
- [7] А.Б. Мигдал. ЖЭТФ, 61 2209, 1971; 63, 1993, 1972.
- [8] А.В. Migdal. Phys. Lett., 52B, 182, 1974