Письма в ЖЭТФ , том 23, вып. 1, стр. 62 – 65 5 января 1976 г.

О ВОЛНОВЫХ ФУНКЦИЯХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ НУКЛОНОВ В ЯДРАХ

В.А.Карманов

Для описания ядер при релятивистских значениях импульсов нуклонов вводятся инвариантные волновые функции. Показано, что в волновых функциях на малых расстояниях возникает отклонение от сферической симметрии.

Аппарат инвариантных волновых функций (ВФ), корректно описывающих ядра при импульсах нуклонов порядка их массы, становится в настоящее время насущной потребностью ядерной физики. Область импульсов $q \sim m$ уже "прощупывается" экспериментально: так, формфактор дейтрона известен до $q^2 \lesssim 6\ (Гэв/c)^2$ [1]. В этой области описание совокупностей экспериментальных данных с помощью нерелятивистских ВФ $\Psi(\mathbf{q})$, соответствующим образом подогнанных при $q \sim m$, обречено на неудачу, поскольку может измениться (и действительно меняется) сама параметризация ВФ, не сводясь к зависимости только от одного аргумента – относительного импульса $\mathbf{q}$. Для описания разных экспериментов потребовались бы разные ВФ $\Psi(\mathbf{q})$. Проблема нахождения релятивистских ВФ была поставлена и рассматривалась в координатном представлении в работе [2].

Цель настоящей статьи – сообщить результаты исследования релятивистски инвариантных ВФ, необходимых для описания ядер при релятивистских значениях импульсов нуклонов; эти ВФ могут быть полезными также в составных моделях элементарных частиц. Детали будут опубликованы в более подробной работе. Предварительные результаты были опубликованы в обзоре [3].

Релятивистская связанная система, содержащая, вообще говоря, неопределенное число частиц, описывается вектором состояния $\phi(p)$. Его разложение по состояниям с фиксированным числом частиц имеет вид

$$\phi(p) = \sum_n \int C_n(\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_n, \mathbf{p})\, a^+(\mathbf{k}_1) \dots a^+(\mathbf{k}_n) |0> \times$$

$$\times\, \delta^{(3)}(\mathbf{k}_1 + \dots + \mathbf{k}_n - \mathbf{p}) \frac{d^3 k_1}{\sqrt{2\epsilon_1}} \dots \frac{d^3 k_n}{\sqrt{2\epsilon_n}}\,, \qquad (1)$$

где C_n – компоненты фоковского столбца, все импульсы лежат на массовых поверхностях: $k_i^2 = m^2$, $p^2 = M^2$. Мы рассматриваем случай безспиновых частиц, а связанные системы с полным моментом, равным нулю.

При преобразованиях группы Пуанкаре: $x \to x' = x + \delta x$, $\delta x_i = \delta\epsilon_i + \delta\omega_{ik} x_k$ вектор состояния $\phi(p)$ преобразуется следующим образом: $\phi(p) \to \phi'(p') = \hat{U}\phi(p) = (1 + \delta\hat{U})\phi(p)$, где $\delta\hat{U} = i\mathcal{P}_k \delta\epsilon_k + \frac{i}{2} M_{ik}\delta\omega_{ik}$, а $\mathcal{P}_k$, M_{ik} – генераторы группы Пуанкаре. Имея ввиду, что $\mathcal{P}_k$ преобразуется по закону: $\mathcal{P}_k' = \hat{U}^{-1}\mathcal{P}_k\hat{U} = \mathcal{P}_k - \delta\omega_{ik}\mathcal{P}_i$, получаем:

$$\phi(p_k - \delta\omega_{ik}p_i) = (1 + \delta\hat{U})\phi(p_k). \tag{2}$$

В нерелятивистском случае, например, для двухчастичной системы равенство (2) приводит к галилеевой инвариантности ВФ: $C_2(\mathbf{k}_1 - m\delta\mathbf{v}, \mathbf{k}_2 - m\delta\mathbf{v}, \mathbf{p} - M\delta\mathbf{v}) = C_2(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{p})$. Исключая $\mathbf{k}_2$, видим, что ВФ зависит только от одного аргумента $\mathbf{q} = \mathbf{k}_1 - \frac{m}{M}\mathbf{p}$. В релятивистском случае генераторы преобразований Лоренца содержат гамильтониан взаимодействия, меняющий число частиц. Поэтому ВФ преобразуются не только через себя, но и через другие компоненты. Для отдельно взятой компоненты C_2 нет группового закона преобразования, она не инвариантна и зависит (после исключения $\mathbf{k}_2$) от двух векторных аргументов по отдельности: $C_2 = C_2(\mathbf{k}_1, \mathbf{p})$. Некоторых упрощений можно добиться, переходя на световой конус (в систему с бесконечным импульсом) [4], где выпадает зависимость от модуля $\mathbf{p}$, но остается зависимость от направления $\mathbf{p}/|\mathbf{p}|_{\mathbf{p}\to\infty}$. Таким образом, релятивистские ВФ содержат одну "лишнюю" переменную по сравнению с нерелятивистскими, одну и ту же во всех компонентах фоковского столба. Она имеет вид трехмерного единичного вектора и характеризует связь между компонентами, приводящую к ковариантности вектора состояния.

Неинвариантность фоковских компонент является чрезвычайно неудобным свойством теории. Наша основная задача состоит в том, чтобы придать теории инвариантную форму, позволяющую удобно параметризовать ВФ и сделать весь аппарат "рентабельным". Для этого мы рассмотрим более общие инвариантные ВФ, в частном случае переходящие в фоковские компоненты. Вместо двухчастичной компоненты введем

$$C = C(k_1, k_2, p, \lambda\tau), \tag{3}$$

где λ – 4-вектор, такой, что $\lambda^2 = 1$, $\lambda_0 > 0$, τ – скалярный параметр, $k_1^2 = k_2^2 = m^2$, $p^2 = M^2$, причем имеет место равенство

$$k_1 + k_2 = p + \lambda\tau.$$

4-импульс $\lambda\tau$ будем называть импульсом шпуриона. Если $\vec{\lambda} = 0$, $\lambda_0 = 1$, параметр τ можно исключить: $\tau = \epsilon(\mathbf{k}_1) + \epsilon(\mathbf{k}_2) - \epsilon(\mathbf{p})$, а функция (3) подобрана так, что переходит после этого в фоковскую компоненту $C_2(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{p})$. Аналогично обобщаются все компоненты.

Способ обобщения (3) не является единственным. Для того, чтобы он не искажал функциональную зависимость ВФ, а наоборот, подчеркивал ее, необходимо, чтобы он соответствовал определенной динамической схеме. Функции (3) мы вводим так, чтобы они соответствовали трехмерной формулировке теории поля, предложенной Кадышевским [5]. Она представляется удобной для наших целей, в частности, из-за исключительной простоты конечного результата – параметризации ВФ. Заметим также, что эта формулировка имеет весьма общий характер и основана на уравнении типа Томонаги – Швингера, а какой-либо альтернативы в настоящее время не существует.

Переход на световой конус осуществляется заменой $\lambda \to \omega$, где $\omega = (\omega_0, \vec{\omega})$, $\omega^2 = 0$, $\omega_0 > 0$.

Введем переменные

$$q_1 = k_1(-)\frac{m}{\sqrt{Q^2}}Q = k_1 - \frac{Q}{\sqrt{Q^2}}\left[\epsilon(k_1) - \frac{(k_1 Q)}{\sqrt{Q^2} + Q_0}\right],$$

$$q_2 = k_2(-)\frac{m}{\sqrt{Q^2}}Q = -q_1,$$

$$\vec{\omega}' = \vec{\omega} - \frac{Q}{\sqrt{Q^2}}\left[\omega_0 - \frac{(\vec{\omega}Q)}{\sqrt{Q^2} + Q_0}\right], \tag{4}$$

$$n = \vec{\omega}'/|\vec{\omega}'|,$$

где $Q = p + \omega\tau$.

Легко видеть, что ВФ (3) зависит только от двух независимых векторных аргументов $q \equiv q_1$ и n:

$$C = C(q, n). \tag{5}$$

При преобразованиях Лоренца векторы q и n испытывают лишь вращения, поэтому ВФ – инвариантна.

Появление переменной n как раз и соответствует зависимости от направления $p/|p|$. Отметим, что введение переменных q, n автоматически решает задачу выделения движения центра масс, аналогично переменной $q = k - \frac{m}{M}p$ в нерелятивистском случае.

Переменные q, n связаны с известными переменными в системе с бесконечным импульсом $q_\perp$ и x:

$$q_\perp^2 = q^2 - (nq)^2,$$
$$x = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{(nq)}{\epsilon(q)}\right). \tag{6}$$

Согласно работе [6] можно ввести координатное пространство путем преобразования Шапиро [7] по переменной q. Оно является фурье – сопряженным пространству быстрот [2]. ВФ (3) просто связаны с вершинными частями $\Gamma(k_1, k_2, p, \omega\tau)$ диаграммной техники [5]:

$$C(k_1, k_2, p, \omega\tau) = \frac{1}{2\pi(s - M^2)}\Gamma(k_1, k_2, p, \omega\tau), \tag{7}$$

где $s = (k_1 + k_2)^2$.

Появление вектора $\mathbf{n}$ в формуле (5) можно интерпретировать, как возникновение некоторого отклонения от сферичности ВФ на малых расстояниях. В нерелятивистском случае оператор $\delta \hat{U}$ в формуле (2) генерирует преобразования Галилея, и при $q << m$ зависимость от $\mathbf{n}$, а вместе с ней и несферичность, исчезает: $C(\mathbf{q}, \mathbf{n})|_{q << m} \to \Psi(\mathbf{q})$.

Таким образом, получен инвариантный аппарат ВФ, зависящих от трехмерных аргументов, обладающих вероятностной интерпретацией и представлением в релятивистском координатном пространстве. Из него следует, что для релятивизации, скажем, ВФ дейтрона, необходимо наряду с введением других компонент (изобарных, пионных) изменить параметризацию ВФ, введя в них дополнительный аргумент $\mathbf{n}$.

В случае произвольного числа частиц рецепт обобщения тот же: $\Psi_n(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_{n-1}) \xrightarrow{q \sim m} C(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_{n-1}, \mathbf{n})$.

После того, как настоящая работа была закончена, автору стало известно о направляемой в печать работе М.В.Терентьева "О структуре волновых функций мезонов как связанных состояний релятивистских кварков", в которой изучается ВФ, системы, состоящей только из двух релятивистских частиц. В этом случае ВФ зависит только от одного аргумента – $\mathbf{q}$.

Выражаю глубокую благодарность И.С.Шапиро за постановку задачи, плодотворные дискуссии и критику. Автор признателен В.Г.Кадышевскому и М.В.Терентьеву за полезные обсуждения.

Институт теоретической
и экспериментальной физики

Поступила в редакцию
13 ноября 1975 г.

Литература

[1] R.G.Arnold et al. Phys. Rev. Lett., 35, 776, 1975.

[2] И.С.Шапиро. Письма в ЖЭТФ, 18, 650, 1973.

[3] В.А.Карманов. Обзор: Б.О.Кербиков, В.М.Колыбасов, А.Е.Кудрявцев. "Семинары по теории ядра ИТЭФ," 1974 г., Препринт ИТЭФ-79, 1975.

[4] P.A.M.Dirac. Rev. Mod. Phys., 21, 392, 1949.

[5] В.Г.Кадышевский. ЖЭТФ, 46, 654, 1964; 46, 872, 1964; Nucl. Phys. B6, 125, 1968.

[6] V.G.Kadyshevsky, R.M.Mir-Kasimov, N.B.Skachkov, Nuovo Cim., 55A, 233, 1968.

[7] И.С.Шапиро: ДАН СССР, 106, 647, 1956.