Письма в ЖЭТФ, том 23, вып.1, стр. 66 – 69 *5 января 1976 г.*

О КАЛИБРОВОЧНОМ СПИНОРНОМ СУПЕРПОЛЕ

В.И.Огиевецкий, Э.Сокачев

Предлагается суперсимметричная калибровочная теория с наиболее общей локализацией внутренних симметрий в суперпространстве. Калибровочное спинорное суперполе входит в лагранжиан полиномиально и включает поле со спином 3/2.

1. Весс, Зумино и Феррара [1, 2] и Салам , и Стратди [3, 4] предложили калибровочные суперсимметричные теории, в которых параметры преобразований внутренних симметрий являются скалярными суперфункциями ограниченного вида, а именно *киральными скалярными суперфункциями* $\lambda_i(x, \theta)$, где θ – спинорные антикоммутирующие координаты. В них существенно нелинейно входит калибровочное вещественное скалярное суперполе, содержащее калибровочное векторное поле Янга —Миллса и калибровочное спинорное поле. Можно назвать такие теории киральными калибровочными суперсимметричными теориями (ККСТ) [1].

В настоящей работе предлагается общая калибровочная суперсимметричная теория (ОКСТ), в которой внутренняя симметрия реализуется локально в суперпространстве (x, θ) наиболее общим способом. При этом параметры преобразований являются скалярными суперфункциями общего вида, а не только киральными. Роль калибровочного суперполя играет *спинорное* майорановское суперполе, включающее векторное поле Янга – Миллса и *поле со спином* 3/2. Лагранжиан и уравнения движения ОКСТ содержат калибровочное суперполе полиномиально.

2. Рассмотрим набор суперполей $V_m(x, \theta)$, преобразующихся по некоторому представлению группы внутренних симметрий с генераторами $(T_i)_{mn}$

$$V'_m(x, \theta) = [\exp(i\lambda_i T_i)]_{mn} V_n(x, \theta). \qquad (1)$$

Инвариантный лагранжиан для этих свободных суперполей включает сами поля и дифференциальные операторы, составленные из спинорных производных $D_a = \dfrac{\partial}{\partial\bar\theta^a} - \dfrac{i}{2}(\partial\!\!\!/\,\theta)_a$ [2] [4, 9].

---

[1] Эти теории вызвали большое число работ, в которых выясняется их перенормируемость [5 – 7], возможность спонтанного нарушения и построения моделей единых теорий электромагнитного и слабого взаимодействия [7]. В [9] отмечена аналогия ККСТ с "квази" янг-миллсовскими теориями [10].

[2] Приняты обозначения : $\partial\!\!\!/ = \gamma^\mu\partial_\mu$, $(\gamma_\mu)^+ = g_{\mu\mu}\gamma_\mu$, $g_{\mu\nu} = \mathrm{diag}(+---)$,

$\gamma_5 = \gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$, $\sigma_{\mu\nu} = \dfrac{i}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$.

В полной аналогии с Янг-Миллсовским подходом заменим константные параметры λ_i в (1) на произвольные скалярные суперфункции $\Lambda_i\ (x, \theta)$:

$$V'_m(x,\theta) = [\ \exp(i\Lambda_i(x,\theta)\ T_i)\ ]_{mn} V_n(x,\theta)\ . \qquad (2)$$

Эти преобразования образуют группу, так как произведение скалярных суперфункций есть снова скалярная суперфункция [4, 9]. Тем самым, достигнута наиболее общая локализация в суперпространстве группы внутренних симметрий [1].

3. Как и в теории Янга – Миллса, можно определить удлиненную ковариантную производную

$$\Delta_a V_m(x,\theta) = (\ D_a + i g\, \Psi_{ai}(x,\theta) T_i\ )_{mn} V_n(x,\theta)\ . \qquad (3)$$

Здесь введено спинорное "компенсирующее" суперполе $\Psi_a(x,\theta) = \Psi_{ai}(x,\theta) t_i$, где t_i – генераторы присоединенного представления группы. Нетрудно проверить, что $\Delta_a V_m$ преобразуется по тому же закону (2), что и само суперполе V_m, если $\Psi_a(x,\theta)$ преобразуется по закону

$$\Psi'_a(x,\theta) = e^{ig\Lambda(x,\theta)}\Psi_a(x,\theta)e^{-ig\Lambda(x,\theta)} -$$

$$- \frac{i}{g}\ e^{ig\Lambda(x,\theta)}\, D_a e^{-ig\Lambda(x,\theta)}\ . \qquad (4)$$

Здесь $\Lambda(x,\theta) = \Lambda_i(x,\theta)\, t_i$. Групповое свойство (4) очевидно.

4. Теперь легко построить лагранжиан для суперполей V_m, инвариантный относительно калибровочных преобразований (2). Для этого достаточно удлинить все спинорные производные D_a в исходном лагранжиане по правилу (3). Тем самым мы включаем инвариантное взаимодействие с калибровочным суперполем.

Следующий шаг – написать инвариантный относительно (4) лагранжиан самодействия для Ψ_a. Опуская детали, укажем, что опираясь на связь с проекционными операторами [12], этот лагранжиан фиксируется в виде

$$L = \frac{1}{16}\ Tr\ \Big\{ \bar\Psi\, i\, \not{\partial}\Psi - \frac{1}{2}\,[\,(\bar D + ig\,\bar\Psi)\gamma_\mu\Psi\,]^2 +$$

$$+ \frac{1}{12}\ [(\bar D + ig\,\bar\Psi)\,\sigma_{\mu\nu}\,\Psi\,]^2 \Big\}, \qquad (5)$$

[1] В ККСТ [1 – 4] используются скалярные суперфункции $\Lambda_i(x,\theta)$ ограниченного вида (киральные) и соответственно рассматриваются киральные материальные суперполя $V_m(x,\theta)$. В ОКСТ материальные суперполя должны быть общего вида.

где Tr означает след по индексам внутренней симметрии, и действие имеет инвариантный вид $S = \int d^4x\, d^4\theta\, L(x, \theta)$ [11, 9]. Подчеркнем, что поле Ψ_a входит в (5) полиномиально.

Следует отметить одну невыясненную до конца особенность, которая может оказаться источником затруднений. В свободном случае, когда $g = 0$, лагранжиан инвариантен не только относительно преобразования $\Psi_a' = \Psi_a + D_a \Lambda$, вытекающего из (4), но и относительно преобразования

$$\Psi_a'(x, \theta) = \Psi_a(x, \theta) + (\not{\partial}\gamma_5 D)_a \Omega(x, \theta), \tag{6}$$

где Ω – произвольное скалярное суперполе. Нам не известно, можно ли обобщить эту вторую инвариантность в случае взаимодействия, когда $g \neq 0$.

5. Чтобы прояснить смысл полученных результатов, обсудим их в терминах полей. Суперполе $\Psi_a(x, \theta)$ имеет разложение

$$\Psi_a(x, \theta) = \psi_a^{(1)}(x) + \bar{\theta}^\beta \phi^{(1)}_{\beta a}(x) + \frac{1}{4}\bar{\theta}\theta\,\psi_a^{(2)}(x) +$$

$$+ \frac{1}{4}\bar{\theta}\gamma_5\theta\psi_a^{(3)}(x) + \frac{1}{4}\bar{\theta}\, i\gamma_\mu\gamma_5\theta\psi_a^{\mu}(x) + \frac{1}{4}\bar{\theta}\theta\bar{\theta}^\beta\phi^{(2)}_{\beta a}(x) +$$

$$+ \frac{1}{32}(\bar{\theta}\theta)^2\psi_a^{(4)}(x). \tag{7}$$

Оно содержит четыре майорановских спинорных поля $\psi_a^{(i)}(x)$, майорановское спинвекторное поле $\psi_{a\mu}(x)$ и два вещественных бозонных поля $\phi_{\beta a}(x)$:

$$\phi_{\beta a}(x) = (v(x)1 + a(x)\gamma_5 + iv^\mu(x)\gamma_\mu + iA^\mu(x)\gamma_\mu\gamma_5 +$$
$$+ ie^{\mu\nu}(x)\sigma_{\mu\nu})_{\beta a}. \tag{8}$$

Вычисления в терминах полей весьма громоздки. Приведем результат только в случае свободных полей ($g = 0$). Калибровочная инвариантность (4), а также и (6), делают ряд степеней свободы из разложения (7) – (8) произвольными (безвредными), и они не появляются в уравнениях движения. Некоторые другие компоненты разложения оказываются равными нулю в силу уравнений движения. В результате, в свободном случае лагранжиан (5) описывает безмассовое векторное поле $V_\mu(x)$ и безмассовое спинвекторное поле $\chi_{\mu a}(x)$, подчиняющиеся уравнениям Прока и Рарита – Швингера

$$\Box V_\mu - \partial_\mu\partial^\nu V_\nu = 0; \quad \not{\partial}\chi_\mu - \partial_\mu\gamma^\nu\chi_\nu - \gamma_\mu\partial^\nu\chi_\nu + \gamma_\mu\not{\partial}\gamma^\nu\chi_\nu = 0 .$$

Отметим, что преобразования инвариантности этих уравнений

$$V_\mu \to V_\mu + \partial_\mu b; \qquad \chi_\mu \to \chi_\mu + \partial_\mu\lambda$$

связаны с преобразованиями (4) и (6), соответственно.

Детали вычислений и анализ предлагаемой теории со взаимодействием (5) будут предметом дальнейших публикаций.

Объединенный институт ядерных исследований

Поступила в редакцию 17 ноября 1975 г.

Литература

[1] I.Wess, B.Zumino. Nucl. Phys., B78, 1, 1974.

[2] S.Ferrara, B.Zumino. Nucl. Phys., B79, 413, 1974.

[3] A.Salam, I.Strathdee, Phys. Lett., 51B, 353, 1974.

[4] A.Salam, I.Strathdee. Phys. Rev., D11, 1521, 1975.

[5] A.Славнов, ТМФ, 23, 3, 1975; Prepr. JINR E2-8449, 1974.

[6] I.Honerkamp, F.Krause, M.Scheunert, M.Schlindwein. Nucl. Phys., 397, 1975.

[7] S.Ferrara, O.Piguet. Nucl. Phys., B93, 261, 1975.

[8] P.Fayet, I.Iliopoulos, Phys. Lett., 51B, 461, 1974; P.Fayet, Nucl. Phys., B90, 104, 1975.

[9] В.И.Огиевецкий, Л.Мезинческу, УФН, 117, вып. 4, 1974.

[10] V.Ogievetsky, I.Polubarinov, Nuovo Cim., 23, 173, 1962.

[11] L.Mezincescu, V.Ogievetsky, Prepr. JINR E2-8277, 1974; K.Fujikawa, W.Lang. Nucl. Phys., B88, 61, 1975; Prepr. Karlsruhe, 1974.

[12] E.Sokatchev. Prepr. JINR E2-8681.