

## О СВОЙСТВАХ ЖИДКОГО $\text{He}^3$

*А.М.Дюгаев*

Показано, что жидкий  $\text{He}^3$  близок к антиферромагнитному переходу. Определена зависимость теплоемкости от температуры. Найдены соотношения между параметрами теории ферми-жидкости Ландау.

1. Жидкий  $\text{He}^3$  хорошо описывается теорией Ландау, лишь при  $T < 0,1^\circ$ . Параметры этой теории аномально велики. При изменении давления от 0 до 27 атм величины  $\Phi_0$  и  $\Phi_1$  [1], которые связаны со значениями ско-

рости звука и эффективной массы, увеличиваются от 10 и 6 до 100 и 15. В теории, где нет малого параметра, такие большие числа появиться не могут. Большая величина  $m^*$  означает, что между квазичастицами  $He^3$  существует взаимодействие, сильно зависящее от их скорости и энергии, связанное с обменом частично-дырочными возбуждениями с большим статистическим весом. В данной работе показано, что такими возбуждениями могут быть виртуальные парамагнеты с волновым вектором  $k \neq 0$ , что означает близость  $He^3$  к антиферромагнитному переходу. Иными словами, мы будем считать, что магнитная восприимчивость  $He^3$  как функция волнового вектора имеет резкий максимум при  $k = k_0$ , где  $k_0$  атомного порядка.

2. В терминах амплитуды рассеяния  $\Gamma$  это означает, что статическая  $\Gamma$  имеет вид

$$\frac{a^2 p_F^2}{\pi^2 v} \Gamma(p_1, p_2, k) = \frac{3}{2} D(p_1 - p_2) - \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 \left\{ \frac{1}{2} D(p_1 - p_2) + D(k) \right\}, \quad (1)$$

$D$  имеет смысл функции распространения парамагнетона, мы параметризуем ее зависимость от  $k$  при  $k \approx k_0$

$$D^{-1}(k) = \xi^2 + \gamma^2 \left[ \frac{k^2}{k_0^2} - 1 \right]^2 \quad (2)$$

параметр  $\xi$  определяет близость жидкости к фазовому переходу:  $\xi^2 \ll 1$ , величина  $\gamma^2$  связана с дисперсией магнитной восприимчивости  $\chi(k)$  при  $k \approx k_0$ :  $\chi(k) \sim D(k)$ . Выражение (1) получено выделением резонанса  $D$  в прямом и обменном каналах  $\Gamma$ . Скалярная часть  $\Gamma$  существенно зависит от угла между  $p_1$  и  $p_2$ ; спиновая часть имеет максимум по переданному импульсу  $k$  при  $k = k_0$ . В пределе  $k \rightarrow 0$  и  $p_1 = p_2 = p_F$ ,  $\Gamma$  зависит только от угла между  $p_1$  и  $p_2$ , и может быть связана с параметрами теории Ландау [1, 2]

$$\frac{a^2 p_F^2}{\pi^2 v} \Gamma(k=0) = A(x) - \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 \left\{ \frac{1}{3} A(x) + D(k=0) \right\}. \quad (3)$$

Функция  $A(x)$  имеет вид

$$A(x) = \frac{2}{\pi} A_0 \frac{\kappa}{\kappa^2 + (x - x_0)^2}, \quad x = \frac{p_1 p_2}{p_F^2}, \quad x_0 = 1 - \frac{k_0^2}{2 p_F^2}. \quad (4)$$

Величины  $\kappa$  и  $A_0$  выражаются через  $\xi$ ,  $\gamma$ ,  $k_0$

$$\kappa = \frac{\xi k_0^2}{2 p_F^2 \gamma}, \quad A_0 = \frac{3}{8} \frac{k_0^2}{p_F^2} \frac{\pi}{\xi \gamma} \quad (5)$$

Вычисляя первые гармоники  $A$  по  $x$  и сравнивая их с теорией Ландау, находим параметры  $A_0$  и  $x_0$ :  $A_0 = 0,9$ ;  $x_0 = 0,075$ . Из данных по теплоемкости и (5) можно определить и  $\xi^2$ ,  $\gamma^2$ ,  $\kappa$

$$\xi^2 = 0,06, \quad \gamma^2 \cong 5, \quad \kappa = 0,025, \quad k_0^2 = 0,5 p_F^2.$$

Таким образом, угловая зависимость  $A$  характеризуется узким пиком при  $x = x_0$ . Выражение (4) позволяет найти следующие гармоники  $A$ , а значит, и параметры  $\Phi_i$  и  $Z_i$  теории Ландау [1, 2]:

$$\Phi_2 = 3, \quad \Phi_3 = 0,5, \quad \Phi_4 = -1,5, \quad Z_1 = -0,7, \quad Z_2 = -0,5, \quad Z_3 = -0,1, \\ Z_4 = 0,6.$$

Большая величина  $\Phi_2$  позволяет сделать заключение о возможности распространения в  $\text{He}^3$  поперечного нулевого звука ( $m = 1$ ). Известно, что теория, где учитываются две гармоники  $\Phi_0$  и  $\Phi_1$  приводит к требованию  $\Phi_1 > 6$ ; при  $\Phi_1 < 6$  нулевой звук не может распространяться. Истинное значение  $\Phi_1 = 6,25$  очень близко к порогу  $\Phi_1 = 6$ .

3. Определим связь между параметрами  $\xi$ ,  $\gamma$ ,  $k_0$  и спектром элементарных возбуждений. Это можно сделать, выделив вклад  $\Gamma$  в собственную массу частиц  $\Sigma$ . Собственная масса  $\Sigma$  является аналитической функцией  $p^2$  при  $\xi^2 \rightarrow 0$ , но имеет особенность по  $\epsilon$  при  $\xi^2 \rightarrow 0$  поэтому можно разложить  $\Sigma$  в ряд по  $p^2 - p_F^2$ , а зависимость от  $\epsilon$  необходимо учитывать точно. Вычисление приводит к следующей зависимости функции Грина частиц  $G$  от  $p^2$  и  $\epsilon$

$$G^{-1}(p^2, \epsilon) = \epsilon - \frac{p^2 - p_F^2}{2m_0^*} + \epsilon \frac{1 - a}{a} \frac{1}{\sqrt{1 - i \frac{|\epsilon|}{\epsilon_0} + 1}}. \quad (6)$$

Скачок в ферми-заполнении частиц  $a$  очень мал и выражается через параметр  $\Phi_0$  теории Ландау.  $a = (1 + \Phi_0)^{-1} = 0,08$ . Величина  $m_0^*$  определена соотношением

$$\frac{m}{m_0^*} = 1 + \left. \frac{\partial \Sigma}{\partial p^2} \right|_{p_F^2} \times 2m$$

и связана с  $m_1^* a$  и скоростью звука  $c$

$$m_0^* = a m^*, \quad c^2 = p_F^2 / 3m m_0^*, \quad m_0^* \cong 0,25 m \quad (7)$$

характерная для  $G$  энергия  $\epsilon_0$  в (6) определяет границу спектра квазичастиц  $E_p$

$$\epsilon_0 = \frac{2k_0 v}{\pi} \xi^2 = 0,09^\circ, \quad E_p = \epsilon_p - i \gamma_p = v(p - p_F) - \frac{i}{4} \frac{\epsilon_p |\epsilon_p|}{\epsilon_0}$$

хорошо определенные квазичастицы существуют при  $\epsilon < 0,1^\circ$ ; при  $\epsilon > 0,1^\circ$  затухание  $\gamma_p$  сравнивается с  $\epsilon_p$ . При  $\epsilon > 0,1^\circ$  полюс у  $G$  ухо-

дит на "нефизический" лист плоскости  $\epsilon'$ :

$$\epsilon_p = -i \frac{|p - p_F|(p - p_F)}{2m_1}, \quad m_1 \approx 0,5 m.$$

Таким образом, при  $\epsilon > \epsilon_0$ , полюс у  $G$  отвечает диффузионному одночастичному возбуждению; ниже мы увидим, что это приводит к зависимости теплоемкости  $C$  от  $T$  вида  $C \sim \sqrt{T}$ .

4. Часть свободной энергии  $\text{He}^3$ , существенно зависящую от  $\xi^2$  и  $T$  можно найти суммируя "опасные" кольцевые диаграммы, содержащие в качестве простейшего элемента  $D(k)$ . Аналогичный расчет для почти ферромагнитной жидкости приводился в [3].

$$F = F_0 + \frac{3}{2} \int d^3k T \sum_{\omega_n} \ln \left( 1 - B_0(k) \frac{\pi |\omega_n|}{2kv} \right) + \frac{1}{2} \int d^3k T \sum_{\omega_n} \ln \left( 1 - A_0 \frac{\pi |\omega_n|}{2kv} \right). \quad (8)$$

Первый член в (8) связан с флуктуациями спиновой плотности и содержит нулевую гармонику спиновой части  $\Gamma$ :  $B_0(k) = -\frac{1}{3}(1-a) - D(k)$ . Второй член в (8) связан с флуктуациями, не затрагивающими спин и содержит нулевую гармонику скалярной части  $\Gamma$ :  $A_0 = 1 - a \approx 1$ . Вычисление приводит к следующей зависимости теплоемкости  $C$  от  $T$

$$C = C_0(T) \left\{ a + \frac{1-a}{\left(1 + \frac{T^2}{T_0^2}\right)^{1/2}} \left[ \frac{2}{1 + \frac{T^2}{T_1^2} + \left[ \frac{T^2}{T_0^2} + \left(1 + \frac{T^2}{T_1^2}\right)^{1/2} \right]} \right]^{1/2} \right\},$$

$$T_0 = \frac{3}{\pi^2} \epsilon_0, \quad T_1 = \frac{T_0}{\xi} \sqrt{\frac{3}{A_0}}, \quad T_2 = \frac{9}{\pi^2} \frac{\epsilon_0}{\xi^2} \frac{1}{A_0}, \quad \epsilon_0 = \frac{2k_0 v}{\pi} \xi^2 \quad (9)$$

$C_0(T)$  означает предел  $C$  при  $T \rightarrow 0$ :  $C_0(T) = \frac{1}{3} p_F m^* T$ .

При малых  $T$  (9) упрощается

$$C = C_0(T) \left\{ a + (1-a) \left[ \frac{2}{1 + \left(1 + \frac{T^2}{T_0^2}\right)^{1/2}} \right]^{1/2} \right\}. \quad (10)$$

На рис. 1 показана зависимость  $C$  от  $\sqrt{T}$ , соответствующая формуле (10). Видно, что  $C$  линейная функция  $\sqrt{T}$  при  $T > 0,03^\circ$ . Кривая на рис. 1 соответствует значениям  $\xi^2 = 0,06$ ,  $T_0 = 0,03^\circ$ ,  $T_1 = 0,2^\circ$ ,  $T_2 = 1,5^\circ$ .

Определив  $\xi^2$  в области малых  $T$  из сравнения с экспериментом, можно найти зависимость  $C$  от  $T$  для больших  $T$  из (9). Эта зависимость соответствует кривой 1 на рис. 2. При  $T > 0,5^\circ C(T)$  линейная функция  $T$

$$\frac{\partial C}{\partial T} = \frac{1}{3} p_F m_o^* , \quad m_o^* = a m^* . \quad (11)$$

Соотношение (11) выясняет физический смысл эффективной массы  $m_o^*$ , определенной в (7) и устанавливает связь между скоростью звука  $c$  и  $C(T)$  при больших  $T$

$$\partial C(T)/\partial T = p_F^2 / 9 m c^2 .$$

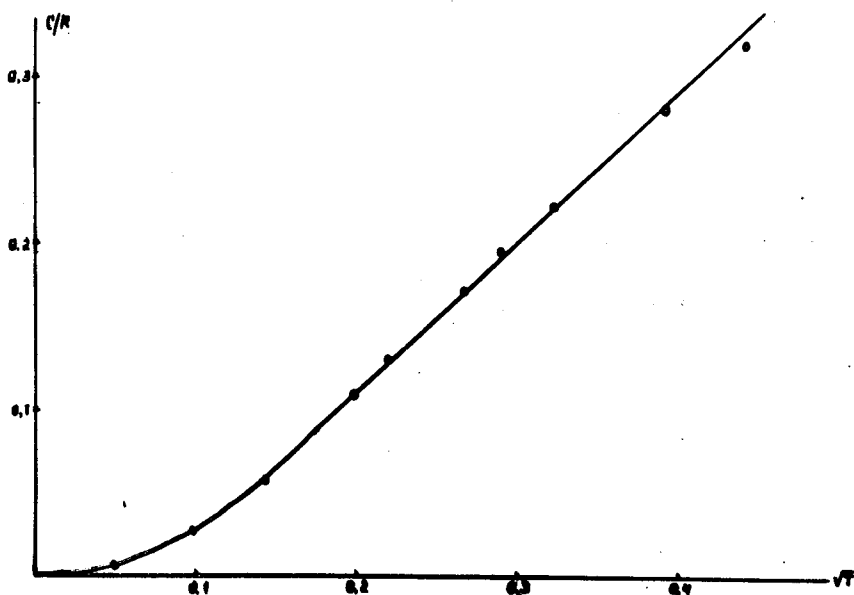


Рис. 1. Зависимость  $C$  от  $\sqrt{T}$  при  $T < 0,2^\circ$

Кривая 1 на рис. 2 отвечает точности теории в 2% при  $T < 0,3^\circ$  и 20% при  $T > 0,3^\circ$ . Кривая 2 соответствует значению  $\xi^2 = 0,035$  и более точно описывает ход теплоемкости при больших  $T$ . Истинное значение  $\xi^2$  находится между 0,035 и 0,06. Эти значения приводят к оценке максимальной величины магнитной восприимчивости  $\chi(k_o)$

$$50 < \frac{\chi(k_o)}{\chi_o(0)} < 85, \quad \frac{\chi(0)}{\chi_o(0)} \approx 9.$$

5. Таким образом, изложенная выше теория позволяет количественно описать свойства  $He^3$  в широком интервале  $T$ . Температура  $T = 0,5^\circ \ll \epsilon_F$  является аналогом  $\omega_D$  для твердого тела и имеет смысл

температуры вырождения газа парамагнетиков. Теория ферми-жидкости применима как для малых  $T < 0,05^\circ$ , так и для больших  $T > 0,5^\circ$  температур.

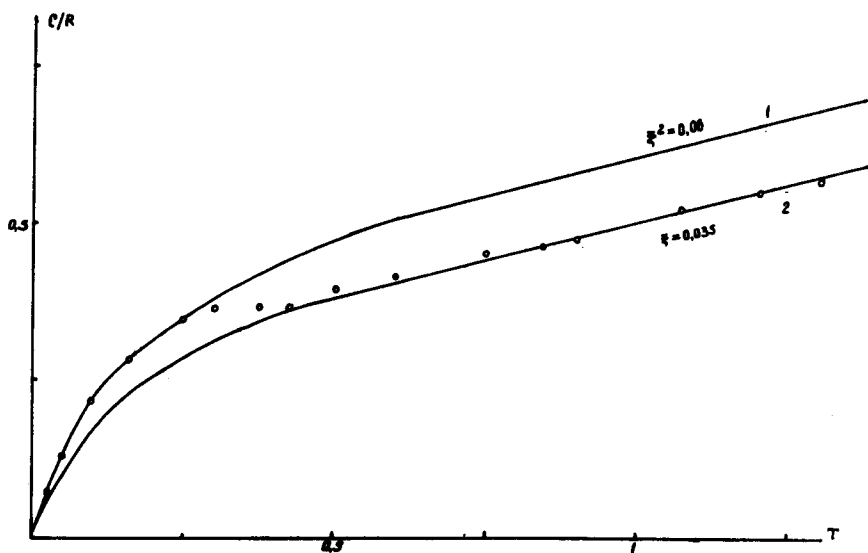


Рис. 2. Зависимость  $C$  от  $T$  при  $T < 1,5^\circ$  для двух значений  $\xi^2$

Перечислим, кратко, другие аргументы в пользу близости  $\text{He}^3$  к антиферромагнитному переходу, которые будут подробно рассмотрены в следующих сообщениях: 1) парамагнеты уменьшают фазовый объем квазичастиц у ферми-поверхности, что затягивает переход в сверхтекучее состояние в область малых  $T$ ; 2) сильная зависимость  $\Gamma$  от угла между  $\mathbf{p}_1$  и  $\mathbf{p}_2$  способствует спариванию с моментом не равным нулю; 3) вязкость почти антиферромагнитной жидкости порядка  $1/\sqrt{T}$ , теплопроводность постоянна ( $0,05^\circ < T < 0,5^\circ$ ). Зависимость вязкости  $\sim 1/\sqrt{T}$  наблюдалась экспериментально [4].

Выражаю благодарность А.Б.Мигдалу за обсуждения.

Институт теоретической физики  
им. Л.Д.Ландау  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
26 декабря 1975 г.

### Литература

- [1] Л.Д.Ландау. ЖЭТФ, 30, 1058, 1956.
- [2] Л.Д.Ландау. ЖЭТФ, 32, 59, 1957.
- [3] А.И.Ларкин, В.И.Мельников. Письма в ЖЭТФ, 20, 386, 1974.
- [4] К.Н.Зиновьева. ЖЭТФ, 34, 608, 1958.