Письма в ЖЭТФ, том 23, вып. 3, стр. 162 – 165 5 февраля 1976 г.

О КИНЕТИЧЕСКОМ ПЕРЕХОДЕ В СИСТЕМЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ВОЗБУЖДЕННЫХ СПИНОВЫХ ВОЛН

А.С.Михайлов

При параллельной накачке в ферро- и антиферромагнетиках с понижением температуры или при увеличении превышения над порогом возможен кинетический переход, сопровождающийся установлением дальнего порядка в системе параметрически возбужденных спиновых волн (ПВСВ).

Взаимодействие СВ с полем параллельной накачки описывается гамильтонианом.

$$H_0 = \sum_k \hbar \bar{\omega}_k a_k^* a_k + \frac{\hbar}{2} \sum_k (h V_k^* a_k a_{-k} + \text{к.с.}), \qquad (1)$$

в котором h – амплитуда магнитного поля накачки, V_k – коэффициент, характеризующий силу связи СВ с накачкой (см. [1]). Гамильтониан (1) записан во "вращающейся" системе отсчета $\left(a_k \to \exp\left[i \frac{\omega_p}{2} t\right] a_k\right)$, $\bar{\omega}_k \equiv \omega_k - \omega_p/2$, ω_k и ω_p – частоты СВ и внешней накачки. В рассматриваемом классическом пределе a_k^* и a_k имеют смысл c-числовых комплексных амплитуд СВ.

Гамильтониан H_0 приводится к стандартной форме [2]:

$$H_0 = -\sum_{k \in \Omega} s_k p_k q_k + \sum_{k \in \bar{\Omega}} \epsilon_k b_k^* b_k . \qquad (2)$$

Распадная область пространства волновых векторов Ω определяется условием

$$|\bar{\omega}_k| < h |V_k| . \qquad (3)$$

Остальные вектора $\mathbf{k}$ принадлежат нераспадной области $\bar{\Omega}$. Переменные p_k и q_k являются каноническими: p_k – обобщенные импульсы и q_k – координаты; $p_{-k} = p_k^*$, $q_{-k} = q_k^*$. Комплексные амплитуды СВ в распадной области линейно связаны с переменными p_k и q_k:

$$a_k = u_k^{1/2} q_k - \frac{1}{\hbar} (u_k^*)^{1/2} p_k^* ,$$

$$u_k = i\,(V_k / |V_k|)[(s_k + i\bar{\omega}_k)/2 s_k)], \qquad s_k = \sqrt{h^2 |V_k|^2 - \bar{\omega}_k^2} . \qquad (4)$$

В нераспадной области $\bar{\Omega}$ наличие внешней накачки приводит к перенормировке комплексных амплитуд СВ ($a_k \to b_k$, b_k связаны с a_k u-v-преобразованием), при этом перенормируется также частота СВ:

$$\hbar\bar{\omega}_k \to \epsilon_k, \quad \epsilon_k = \hbar\bar{\omega}_k[1 - (h|V_k|/\bar{\omega}_k)^2]^{1/2}. \tag{5}$$

В экспериментах по параллельной накачке $h|V_k| \sim \gamma$ (γ – затухание СВ), поэтому распадная область Ω мала по сравнению с нераспадной (см. (3)) и перенормировка (5) в $\bar{\Omega}$ существенна лишь в точках $\mathbf{k}$, непосредственно примыкающих к распадной области Ω. СВ в нераспадной области можно считать находящимися в тепловом равновесии, а всю совокупность этих СВ, также как и систему немагнонных возбуждений кристалла – рассматривать в качестве термостата.

Взаимодействие между ПВСВ и термостатом учтем, добавляя в уравнения движения для a_k в распадной области затухание ($-\gamma_k a_k$) и гауссовскую случайную силу [3]. Для переменных p_k и q_k справедливы следующие ланжевеновские уравнения

$$\dot{p}_k = -(\gamma_k - s_k)p_k + \phi_k(t), \qquad \dot{q}_k = -(\gamma_k + s_k)q_k + \psi_k(t) \tag{6}$$

со случайными силами ϕ_k и ψ_k.

Поскольку s_k растет с увеличением h (см. (4)), при определенном значении амплитуды поля накачки ($h = h_c$) коэффициент $\nu_k = \gamma_k - s_k$ в некоторых точках $\mathbf{k}$ ($\mathbf{k} \in \Omega$) обращается в нуль; это значение $h = h_c$ определяет порог параметрического резонанса. При $h > h_c$ ν_k становится отрицательным и нестабильные моды p_k экспоненциально нарастают. Подчеркнем, что коэффициент $\mu_k = \gamma_k + s_k$ для мод q_k не меняет знака при переходе через порог резонанса.

Ограничение роста нестабильных мод p_k достигается за счет нелинейного взаимодействия между СВ. Следуя работам Захарова, Львова и Старобинца [1], мы выбираем в качестве H_{int} четырехмагнонный редуцированный гамильтониан

$$H_{int} = \sum_{kk'} \hbar\left(T a_k^* a_k a_{k'}^* a_{k'} + \frac{1}{2} S a_k^* a_{-k}^* a_{k'} a_{-k'}\right), \tag{7}$$

причем для простоты считаем коэффициенты T и S не зависящими от k и k'. Ниже мы также полагаем, что V_k и γ_k не зависят от k, а ω зависит только от модуля волнового вектора k.

Исходя из гамильтониана (7), получаем нелинейные уравнения движения для мод p_k – аналог уравнений Гинзбурга – Ландау с флуктуирующей силой:

$$\begin{cases} \dot{p}_k = -\tilde{\nu}_k(p)p_k + \phi_k(t), \\ \tilde{\nu}_k = \nu_k + \sum\limits_{k_1} \dfrac{1}{\gamma\hbar^3}(2T\bar{\omega}_k + S\bar{\omega}_{k_1})|p_{k_1}|^2 + \sum\limits_{k_1 k_2} \dfrac{(2T+S)^2}{2\gamma\hbar^6}|p_{k_1}|^2|p_{k_2}|^2. \end{cases} \tag{8}$$

При переходе через порог ν_k меняет знак. Коэффициент при $|p_k|^2$ в выражении для $\tilde{\nu}_k$ может быть как положительным, так и отрицательным. Ввиду этого необходим учет члена следующего порядка (последнее слагаемое в выражении для $\tilde{\nu}_k$).

Стандартным образом [4] строя по ланжевеновскому уравнению (8) соответствующее уравнение Фоккера – Планка для функции распределения $\Phi(\{p_k^*, p_k\})$ и решая его в приближении самосогласованного поля [3], приходим к следующим результатам.

1. В области малых превышений над порогом, когда $\kappa \equiv (h-h_c)/h_c << n_o \xi_1$, существует стационарный режим, исследовавшийся ранее в работах [5,3]; в частности, корреляторы $\bar{n}_k = < a_k^* a_k >$ таковы

$$\bar{n}_k = (\theta/\epsilon_k^{(1)}), \qquad \epsilon_k^{(1)} = (\hbar\omega_p/2)\left[\frac{(\bar{\omega}_k - \bar{\omega}_o)^2}{2\gamma^2} + \Delta_1^2\right],$$

$$\Delta_1^2 = -\frac{1}{2}\kappa + \left[\frac{1}{4}\kappa^2 + (\bar{n}_o \xi_1)^2\right]^{1/2}, \qquad \bar{n}_o \equiv (2\theta/\hbar\omega_p), \tag{9}$$

$$\xi_1 \equiv \frac{k_o^2 |S|}{2\pi v_o}, \qquad v_o \equiv \left.\frac{\partial\omega}{\partial k}\right|_{k_o}, \qquad \bar{\omega}_{k_o} = \bar{\omega}_o = -2T\Sigma\bar{n}_k.$$

Выражения (9) справедливы в области $|\bar{\omega}_k - \bar{\omega}_o| << \gamma$. θ – температура термостата; для ферромагнетиков $\xi_1 \sim (a k_o)$, где a – постоянная решетки.

2. При более высоких превышениях над порогом, когда $1 > \kappa >> \bar{n}_o \xi_1$, решение существенно иное. Соответствующий режим может быть описан как суперпозиция "конденсата", заполняющего сферу нулевой толщины в k-пространстве и "надконденсатных" частиц, распределение которых несингулярно. Полное распределение имеет вид

$$\bar{n}_k = \frac{1}{4\pi k_o^2} N_o \delta(|\mathbf{k}| - k_o) + \bar{n}'_k, \qquad \bar{n}'_k = (\theta/\epsilon_k^{(2)}),$$

$$\epsilon_k^{(2)} = (\hbar\omega_p/2)\left[\frac{(\bar{\omega}_k - \bar{\omega}_o)^2}{2\gamma^2} + \Delta_2^2\right], \tag{10}$$

$$\Delta_2 = (\bar{n}_o \xi_2)^{1/2} (2\kappa/\bar{n}_o \xi_2)^{1/6}, \qquad \xi_2 \equiv \sqrt{2}\left(\frac{2T+S}{S}\right)\xi_1,$$

$$N_o = \frac{\gamma}{|S|}(2\kappa)^{1/2}, \qquad \bar{\omega}_o = \bar{\omega}(k_o) = -2TN_o.$$

"Конденсат" соответствует "одночастотной турбулентности", анализировавшейся Львовым [6] с применением диаграммной техники Уайлда.

3. Приведем выражение для поглощаемой мощности в режиме [10]:

$$Q^{(2)} = (\hbar\omega_p/2)(\gamma^2/|S|)(\bar{n}_0\xi_1)^{1/2}\left[(2\kappa/\bar{n}_0\xi_1)^{1/2}+\left(\frac{2S}{2T+S}\right)^{1/3}(\kappa/\bar{n}_0\xi_1)^{-1/6}\right] \tag{11}$$

4. Асимптотика коррелятора $g(\mathbf{r}-\mathbf{r}')=\langle n(\mathbf{r})n(\mathbf{r}')\rangle-\langle n\rangle^2$ при $|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|\to\infty$ позволяет определить радиус r_c корреляций флуктуаций плотности [7]. Для решения [9] r_c монотонно растет с ростом κ: $r_c^{(1)} = \frac{v_0}{\gamma}\Delta_1^{-1}$ и $r_c^{(1)} \Rightarrow \frac{v_0}{\gamma}(\bar{n}_0\xi_1)^{-1/2}$ при $h=h_c$. В режиме (10) присутствие "конденсата" отражается в наличии дальнего порядка по плотности n. Радиус корреляций, обусловленный "надконденсатными" частицами.

$$r_c = r_{c0}\left[\frac{S}{2(2T+S)}\right]^{1/3}\left(\frac{\kappa}{\bar{n}_0\xi_1}\right)^{-1/6}, \tag{12}$$

уменьшается с ростом превышения над порогом.

5. При увеличении h в области превышений над порогом $\kappa\sim\bar{n}_0\xi_1$ происходит кинетический переход от стационарного режима (9) к режиму (10), сопровождающийся выпадением "конденсата" и установлением дальнего порядка. Отметим, что решение (10) получено лишь в области $\kappa\gg\bar{n}_0\xi_1$, поэтому рассмотрение характера кинетического перехода выходит за рамки настоящей работы.

Автор глубоко благодарен А.Ф.Андрееву, В.Е.Захарову, М.И.Каганову, И.М.Лифшицу, В.С.Львову, Л.П.Питаевскому, В.Л.Покровскому за обсуждение результатов и ценные советы.

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

Поступила в редакцию 26 декабря 1975 г.

Литература

[1] В.Е.Захаров, В.С.Львов, С.С.Старобинец. УФН, 114, 609, 1974.

[2] В.И.Арнольд. Математические методы классической механики, М., изд. Наука, 1974.

[3] А.С.Михайлов. ЖЭТФ, 69, 523, 1975.

[4] H.Haken. Rev. Mod. Phys., 47, 67, 1975.

[5] В.Е.Захаров, В.С.Львов. ЖЭТФ, 60, 2066, 1971.

[6] В.С.Львов. Препринт 7-73, ИЯФ СОАН СССР. Новосибирск, 1973.

[7] А.З.Паташинский, В.Л.Покровский. Флуктуационная теория фазовых переходов. М., изд. Наука, 1975.