Письма в ЖЭТФ, том 23, вып. 6, стр. 330 – 333 *20 марта 1976 г.*

ДИНАМИЧЕСКОЕ ПОДОБИЕ В КРИТИЧЕСКИХ ТОЧКАХ ПРОИЗВОЛЬНОГО ПОРЯДКА

В.В.Прудников, Г.Б.Тейтельбаум

Определены динамические индексы в критических точках высшего порядка, исследована их зависимость от законов сохранения.

Последнее время интенсивно исследуются системы с критическими точками, являющимися критическими сразу для нескольких фаз. Число этих фаз σ и определяет порядок критической точки. При $\sigma > 2$ в таких точках кривые фазовых переходов второго рода переходят в кривые фазовых переходов первого рода. Подобное поведение кривых возможно для смеси ^3He – ^4He, метамагнетиков и сжимаемых магнетиков [1–5]. Обнаружено существенное изменение статических критических свойств в зависимости от σ – числа фаз вблизи критической точки. Изменяется и размерность пространства d_σ, начиная с которой появляется устойчивое нетривиальное решение уравнений ренорм-группы для констант связи флуктуирующих полей [2, 6]. Разложение по $\epsilon_\sigma = d_\sigma - d$ – отклонению размерности системы d от $d_\sigma = 2\sigma/(\sigma - 1)$ позволяет вычислить возникающие при этом отклонения критических индексов от предсказаний теории среднего поля [7 – 9]. В настоящей работе этот подход обобщен для исследования динамики в критической точке произвольного порядка. Пусть гамильтониан системы дается функционалом Гинзбурга—Ландау

$$\mathcal{H}(\vec{\psi}) = \int d^d x \left[\frac{1}{2} \,|\, \nabla \vec{\psi}(\mathbf{x})\,|^2 + \sum_{k=1}^{\sigma} \frac{u_{2k}}{(2k)!} (\vec{\psi}\vec{\psi})^k - \mathbf{h}\vec{\psi}\right] \qquad (1)$$

с одним n-компонентным параметром порядка $\vec{\psi}(\mathbf{x})$, где $\mathbf{h}(\mathbf{x}, t)$ – сопряженное ему поле. Динамическое уравнение можно получить из условия пропорциональности скорости изменения параметра порядка сопряженной термодинамической силе. Коэффициент пропорциональности Γ_o, задающий масштаб времени, играет роль затравочного кинетического коэффициента и зависит от закона сохранения параметра порядка. Воздействие теплового резервуара учитываем введением случайной гауссовской силы со спектральной интенсивностью $2\Gamma_o$. Масштабная инвариантность уравнения движения позволяет независимо от числа фаз σ представить корреляционную функцию в форме динамического подобия

$$G^{-1}(q, \omega) = q^{2-\eta_\sigma} f(\omega/\omega_q), \qquad \omega_q \sim q^{z_\sigma}, \tag{2}$$

где η_σ – статический, а z_σ – динамический показатели в критической точке, q – волновой вектор, ω – частота.

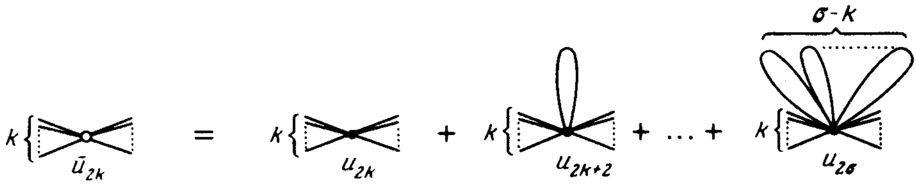

Рис. 1

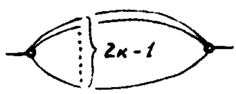

Рис. 2

Для нахождения динамического индекса z_σ запишем коррелятор в виде следующего разложения

$$G^{-1}(q, \omega) = G_o^{-1}(q, \omega) + \Sigma(q, \omega) - \Sigma(0, 0), \tag{3}$$

где $G_o(q, \omega) = [q^2 - i\omega/\Gamma_o]^{-1}$ – затравочный коррелятор, $\Sigma(q, \omega)$ – собственно-энергетическая часть, а вычитание $\Sigma(0, 0)$ исключает все поправки не зависящие от частоты и импульса. В качестве затравочных вершин в разложении должны фигурировать u_{2k}, что приводит к появлению не зависящих от q и ω замкнутых петель. Поэтому удобно сразу перейти к новым вершинам $\bar{u}_{2k}$, включающим в себя эти петли (рис. 1). После этого поправки второго порядка, с которых начинается разложение собственно-энергетической части, даются диаграммами с $2k - 1$ внутренними линиями (рис. 2). Динамические флуктуации приводят к замене затравочных вершин на перенормированные $\tilde{u}_{2k}$, которые в принципе могут зависеть от частоты. Для них справедливы следующие размерные оценки

$$\widetilde{u}_{2k} \sim \omega^{[\epsilon - d_\sigma + 2k(k-1)^{-1}](k-1)/2}. \tag{4}$$

откуда следует, что для $k < \sigma$ все $\widetilde{u}_{2k} = 0$. Сравнение (4) с разложением $\widetilde{u}_{2\sigma}$ в ряд по малым $\bar{u}_{2k}$ в первом порядке дает $\widetilde{u}_{2\sigma} \sim \epsilon_\sigma$. Поэтому при записи $\Sigma(q, \omega)$ с точностью до $0(\epsilon_\sigma^2)$ можно ограничиться диаграммами второго порядка с $k = \sigma$, а для перенормированных констант связи использовать их статические значения, записанные на основе [8, 9] $\widetilde{u}_{2\sigma} = \epsilon_\sigma (2\pi)^\sigma (2\sigma)!\, g_\sigma^{-1}(n)\Gamma^{1-\sigma}(\nu)$, где $\nu = (\sigma - 1)^{-1}$, а

$$g_\sigma(n) = \sum_j \frac{(\sigma!)^2\left(\frac{n}{2} + \sigma - 1\right)!\,(2\sigma - 2j)!}{(\sigma - 2j)!\,(j!)^2\left(\frac{n}{2} + \sigma - j - 1\right)!\,(1 + \sigma)!}. \tag{5}$$

Отсюда следует, что при $d \geq d_\sigma$ динамика описывается в рамках теории среднего поля, а при $d < d_\sigma$ могут возникнуть флуктационные поправки.

Проанализируем ряд конкретных случаев, отвечающих различным законам сохранения в системе. Пусть параметр порядка не сохраняется, т. е. $\Gamma_0 = \mathrm{const}$. Вычисление диаграмм и учет комбинаторных множителей при $\omega \to 0$ дает

$$\Sigma^{(2)}(q = 0, \omega) = i a_\sigma \eta_\sigma \Gamma_0^{-1}\, \omega \ln \omega, \tag{6}$$

где

$$a_\sigma = \frac{1}{2} d_\sigma (2\sigma - 1)\Gamma^{1-2\sigma}(\nu) \int_0^\infty dx\, x^{d_\sigma - 5} e^{-x^2} \gamma^{2(\sigma-1)}(\nu, x^2),$$

$\gamma(\nu, x^2)$ – неполная гамма-функция,

$$\eta_\sigma = 2\epsilon_\sigma^2 (\sigma - 1)^2 \sigma! \left(\frac{n}{2} + \sigma - 1\right)! \left[\left(\frac{1}{2}n\right)! \, g_\sigma^2(n)\right]^{-1}.$$

Сравнение (3) и (6) с формулой (2) приводит к

$$z_\sigma = 2 + c_\sigma \eta_\sigma, \quad c_\sigma = 2a_\sigma - 1, \quad c_\sigma > 0. \tag{7}$$

Отсюда в частности следует, что перенормированный кинетический коэффициент $\Gamma_q \sim \omega_q \chi_q \sim q^{2a\sigma\eta_\sigma}$ обращается в нуль при $q \to 0$ в точке перехода. Заметим, что при $\sigma > 2$ наши результаты дают флуктуационные поправки в плоских моделях. При этом с ростом σ их величина быстро убывает. В пределе $n \to \infty$ при четных σ величина $(z_\sigma - 2) \sim 1/n$, а при нечетных σ $(z_\sigma - 2) \to \mathrm{const} \neq 0$. Численный расчет дает $c_2 = 6\ln\frac{4}{3} - 1 \approx$ $\approx 0{,}726$, $c_3 \approx 0{,}946$, $c_4 \approx 1{,}053$, $c_5 \approx 1{,}118$. Для обычной критической точки ($\sigma = 2$) наш результат совпадает с [10].

Если параметр порядка является сохраняющейся величиной, то $\Gamma_0 \sim q^2$ и слагаемых типа $\omega q^{-2}\ln\omega$ в $\Sigma(q,\omega)$ не возникает. Следовательно в этом случае приходим к результату теории Ван-Хове $z_\sigma = 4 - \eta_\sigma$.

В вырожденных системах может происходить прецессия сохраняющегося параметра порядка. Учет этого движения приводит к неэрмитовости оператора Лиувилля. Соответствующее усложнение уравнений движения [11], выполненное для модели с трехкомпонентным параметром порядка, и последующий размерный анализ дают $z_\sigma = 1 + d/2$. Отметим, что здесь динамический показатель не зависит от числа фаз, окружающих критическую точку, что по-видимому характерно для моделей с неэрмитовым оператором Лиувилля.

Авторы благодарны И.Б.Ниловой за проведение численного расчета.

Казанский
физико-технический институт
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
9 февраля 1976 г.

Литература

[1] R.B.Griffiths. Phys. Rev. Lett., 24, 715, 1970; Phys. Rev. B12, 345, 1975; Phys. Rev. B7, 545, 1973.

[2] F.J.Wegner. Phys. Rev., B6, 1891, 1972.

[3] F.J.Wegner, E.K.Riedel. Phys. Rev. B7, 248, 1973.

[4] D.R.Nelson, J.M.Kosterlitz, M.E.Fisher. Phys. Rev. Lett., 33, 813, 1974.

[5] Y.Ymry. Phys. Rev. Lett., 33, 1304, 1974.

[6] K.G.Wilson, J.Kogut. Phys. Reports, 12C, 75, 1974.

[7] M.J.Stephen, J.L.McCauley. Phys. Lett., 44A, 89, 1973.

[8] G.F.Tuthil, J.F.Nicoll, H.E.Stanley. Phys. Rev., B11, 4579, 1975.

[9] F.J.Wegner. Phys. Lett., 54A, 1, 1975.

[10] B.I.Halperin, P.C.Hohenberg, S.Ma. Phys. Rev. Lett., 29, 1548, 1972.

[11] S.Ma, G.F.Mazenko. Phys. Rev., B11, 4077, 1975.