Письма в ЖЭТФ, том 23, вып. 6, стр. 342 – 344 *20 марта 1976 г.*

МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ПОДОБИЯ В ЗАДАЧЕ ПРОТЕКАНИЯ

С.Л.Гинзбург

Используя методы теории поля, вычислены критические индексы теории протекания, корреляционные функции и построен аналог уравнения состояния.

В [1] математически строго было показано, что задача связей в теории протекания эквивалентна фазовому переходу второго рода S-модели при $S \to 1$. В [2 – 4] была сформулирована гипотеза подобия по отношению к задаче о протекании. Авторы работы [5] попытались построить микроскопическую теорию подобия путем ϵ-продолжения с шестимерного пространства. При этом гамильтониан S-модели был заменен другим, модельным. Эта замена не оправдана и, видимо, поэтому в [5] получено $\eta < 0$ (η – параметр Фишера).

В настоящей статье микроскопическая теория подобия для задачи протекания построена, используя метод ренормгруппы, справедливый и непосредственно для трехмерного пространства [6, 7]. Вычислены критические индексы, корреляционные функции, получен аналог уравнения состояния для параметра порядка (которым в задаче протекания является мощность бесконечного кластера [2]) для размерностей пространства $3 < d < 6$. Гамильтониан S-модели имеет вид [5]:

$$H = -\sum_{i,k} J_{ik} P_{\sigma_i \sigma_k} - \omega_0 \sum_i P_{\sigma_i 1}$$
$$P_{\sigma_i \sigma_k} = S\delta_{\sigma_i \sigma_k} - 1 \qquad (1)$$

J_{ik} – обменный интеграл, $\omega_0 = \mu H$, S – число компонент S-модели. Задача протекания связана с пределом $S \to 1$, причем $q = \exp(-2J/T)$, $x = 2\omega_0/T$, где q – вероятность связи быть разорванной, x – формальное магнитное поле [1, 2], T – температура в статсумме S-модели. Можно показать, что корреляционная функция задачи протекания $g(\mathbf{r})$ [3, 4] и мощность бесконечного кластера $P(q)$ в терминах S-модели равны:

$$g(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k) = \lim_{S\to 1} \frac{1}{S-1} < P_{1\sigma_i} P_{1\sigma_k} >$$
$$P(q) = \lim_{S\to 1} \frac{1}{S-1} < P_{1\sigma_i} > . \qquad (2)$$

Если, исходя из (1) и (2) построить диаграммную технику, то оказывается, что в соответствующей теории имеется тройная вершина Γ_3. Только ее мы и будем учитывать. В скейлинговой области $\Gamma_3(\mathbf{p}=0) \sim \kappa^{6-d/2}$ ($\mathbf{p}$ – импульс, $\kappa = r_c^{-1}$, r_c – корреляционный радиус). Методом, аналогичным развитому в [6, 7], мы получаем следующее уравнение ренормгруппы при $3 < d < 6$ для безразмерной константы связи g, функции f_R (их определение дано в (3)) и индекса восприимчивости γ:

$$\Gamma_3(\mathbf{p}=0) = a g \kappa^{6-d/2}, \quad f_R = \frac{\partial \kappa^2}{\partial r},$$
$$\frac{\partial g}{\partial t} = \Psi(g) = -\frac{6-d}{4} g + (3-S) g^3,$$
$$\frac{\partial \ln f_R}{\partial t} = \xi(g) = (2-S) g^2, \qquad (3)$$
$$\gamma = [1 - \xi(g_0)]^{-1}\Big|_{S=1} = \frac{8}{2+d},$$
$$r = q - q_c, \quad t = \ln \kappa^2,$$

где q_c – критическая концентрация, g_0 – ноль $\Psi(g)$, a – константа. Аналогичным образом при $d = 3$ получим $\eta \approx 1/12$. Остальные индексы вычисляются по законам скейлинга. Если считать $\eta = 0$, то $\nu = 4/(2+d)$, $\beta = 2(d-2)/(2+d)$, $\Delta = \beta + \gamma = 2$. Машинные расчеты дают [2, 4]: при $d = 3$: $\beta = 0{,}35 \pm 0{,}05$, $\gamma = 1{,}69 \pm 0{,}05$, $\nu = 0{,}9 \pm 0{,}05$, $\Delta = 2{,}2 \pm 0{,}3$, что согласуется с нашими результатами. Корреляционная функция имеет вид, обычный для фазовых переходов второго рода.

Уравнение состояния пишется для первой и второй производных $\phi_c(x, \tau)$ и $\chi(x, \tau)$ аналога свободной энергии [3], как функции x и τ. Очевидно, $\phi_c(0, \tau) = P(q)$, $\chi(0, \tau) = g(p = 0)$. Напишем уравнение состояния в параметрическом виде аналогично [8]:

$$h = m - 2\sqrt{\pi} m^2 ,$$
$$m = \phi_c \chi^{\beta/\gamma} , \qquad h = x \chi^{(\beta+\gamma)/\gamma} . \tag{4}$$

Это уравнение при $d > 6$ дает аналог теории Ландау для протекания с индексами $\gamma = 1$, $\beta = 1$, $\nu = 1/2$, $\eta = 0$. Поскольку у нас и при $d = 3$ $\beta + \gamma = 2$, то (4) можно решить в явном виде. Это дает возможность получить явные выражения для термодинамических функций неупорядоченной модели Изинга при низких температурах вблизи $q \sim q_c$ как функций q и внешнего магнитного поля. Аналог индекса теплоемкости $a = -2/5$ определяет сингулярную часть энергии основного состояния $E \sim \tau^{1-a}$.

Институт ядерной физики
им. Б.П.Константинова
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
16 февраля 1976 г.

Литература

[1] P.W.Kasteleyn, C.M.Fortuin J. Phys. Soc. Jap., Suppl., 26, 11, 1969.

[2] J.W.Essam, K.M.Gwilym. J. Phys., C4, L288, 1971.

[3] A.G.Dunn, J.W.Essam, J.M.Loveluck. J.Phys., C8, 743, 1975.

[4] М.Е.Левинштейн, Б.И.Шкловский, М.С.Шур, А.Л.Эфрос. ЖЭТФ, 69, 386, 1975.

[5] A.B.Harris, T.C.Lubensky, W.K.Holcomb, C.Dasqupta. Phys. Rev. Lett., 35, 327, 1975.

[6] С.Л.Гинзбург. ЖЭТФ, 68, 273, 1975.

[7] J.-L.Colot, J.A.C.Loodts, R.Brout. J. Phys., A8, 594, 1975.

[8] А.А.Мигдал. ЖЭТФ, 62, 1559, 1972.