Письма в ЖЭТФ, том 23, вып. 8, стр. 421 – 425 *20 апреля 1976 г.*

МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ СТАЦИОНАРНОГО СОСТОЯНИЯ СИСТЕМЫ МАГНОНОВ ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ВОЗБУЖДЕНИИ

В.А.Слюсарев, Р.П.Янкелевич

На основе микроскопической теории получена система кинетических уравнений, описывающая поведение магнонов при параметрическом возбуждении в области температур, значительно превышающих энергию параметрически возбуждаемых магнонов.

В последнее время была развита теория параметрического возбуждения магнонов в рамках обобщенного самосогласованного поля (см. библиографию в [1]).

В работах Захарова, Львова, Старобинца [1] при нахождении установившегося распределения магнонов релаксация учитывалась феноменологически. При этом вид интеграла столкновений соответствовал малым отклонениям функции распределения магнонов от равновесной. Такой выбор интеграла столкновений, не учитывающий влияния накачки и эффектов самосогласования, приводит к распределению, существенно отличному от равновесного в области параметрического возбуждения, $\omega_{\mathbf{k}} \approx \omega/2$ (ω – частота внешнего поля). Последовательное кинетическое рассмотрение, вообще говоря, требует учета самосогласования в интеграле столкновений. Такое рассмотрение было проведено в работе Цукерника и одного из авторов [2], в которой использовался гамильтониан взаимодействия, сохраняющий число возбуждений. Полученное в работе [2] установившееся распределение обращало в нуль отдельно конвективную часть кинетического уравнения и интеграл столкновений.

Это дало возможность обойти основную трудность, связанную с нахождением явного вида интеграла столкновений. Однако подобный метод решения неприменим в случае, когда гамильтониан содержит слагаемые, не сохраняющие число частиц, например, кубические ангармонизмы, дающие существенный вклад в релаксацию магнонов с малыми **k**.

В настоящей работе при выводе системы кинетических уравнений, описывающей поведение ферромагнетика в условиях параметрического возбуждения однородным высокочастотным магнитным полем, ориентированным вдоль легкой оси, учитываются также процессы не сохраняющие числа магнонов. Поле предполагается настолько слабым, чтобы характерная энергия взаимодействия спиновых волн с полем μh_0 (μ – магнетон Бора) была малой по сравнению со щелью ω_0 в спектре спиновых волн: $\mu h_0 << \omega_0$. Поэтому в гамильтониане ферромагнетика достаточно учесть лишь резонансное взаимодействие с внешним полем, приводящее в линейной теории к экспоненциальному нарастанию чисел заполнения спиновых волн в области параметрического возбуждения: [3]

$$H = \sum_{\mathbf{k}} \left[\omega_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^{+} a_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2}\left(V_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}} e^{i\omega t} + V_{\mathbf{k}}^{*} a_{\mathbf{k}}^{+} a_{-\mathbf{k}}^{+} e^{-i\omega t}\right)\right] + H_{int} \quad (1)$$

$$\omega_{\mathbf{k}} = \sqrt{A_{\mathbf{k}}^2 - |B_{\mathbf{k}}|^2}, \qquad V_{\mathbf{k}} = \mu h_0 B_{\mathbf{k}}/2\epsilon_{\mathbf{k}}.$$

Гамильтониан взаимодействия магнонов

$$H_{int} = \frac{1}{N}\sum_{1234} \phi_{12,34} a_1^{+} a_2^{+} a_3 a_4 + \frac{1}{N}\sum_{1234} (\phi_{1,234} a_1^{+} a_2 a_3 a_4 + \text{э.с.}) +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{123} (\phi_{1,23} a_1^{+} a_2 a_3 + \text{э.с.}) \quad (2)$$

описывает как процессы обменного и релятивистского происхождения, сохраняющие число возбуждений, так и чисто релятивистские взаимодействия, для которых число частиц не сохраняется. Первая группа процессов частично учитывается в рамках самосогласованного поля, что приводит к перенормировке спектра и накачки [1]:

$$\tilde{\omega}_{\mathbf{k}} = \omega_{\mathbf{k}} + \sum_{\mathbf{k}'} T_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} n_{\mathbf{k}'}, \qquad P_{\mathbf{k}} = V_{\mathbf{k}} + \sum_{\mathbf{k}'} S_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \sigma_{\mathbf{k}'} \quad (3)$$

$$n_{\mathbf{k}} = \langle a_{\mathbf{k}}^{+} a_{\mathbf{k}} \rangle, \qquad \sigma_{\mathbf{k}} = \langle a_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}} \rangle .$$

Остальная часть взаимодействий учитывается в той мере, в какой она приводит к релаксации.

В дальнейшем рассматривается случай достаточно высокой температуры $\Theta >> \omega_0$. Кроме того, амплитуда накачки считается настолько малой, чтобы число параметрически возбужденных магнонов было существенно меньше числа тепловых $N_p << N_\Theta$. Эти условия вместе с указанным выше неравенством $\mu h_0 << \omega_0$ являются основными предположениями теории и приводят к физически прозрачной картине явления.

В силу неравенств $\Theta >> \omega >> \mu h_0$ можно выделить узкий интервал частот $\omega_0 < \omega_k < \Delta$, включающий область параметрического возбуждения в линейной теории, шириной Δ, в котором функция распределения магнонов существенно неравновесна. Магноны в этой области спектра будем называть параметрическими, а остальные – тепловыми; их операторы рождения и уничтожения соответственно обозначим a_k^+, a_k и b_k^+, b_k. Часть гамильтониана взаимодействия, описывающую столкновения магнонов, естественно теперь разбить на три слагаемых, соответствующих столкновениям отдельно параметрических H_P и тепловых магнонов H_Θ и их взаимодействию между собой $H_{P\Theta}$. В слагаемом H_Θ основную роль играет обменное взаимодействие, устанавливающее квазиравновесное бозевское распределение в подсистеме тепловых магнонов. Релаксация длинноволновых параметрических магнонов имеет, в основном, релятивистское происхождение, так как амплитуда обменного взаимодействия мала, когда мал хотя бы один из волновых векторов сталкивающихся магнонов. Ввиду того, что $N_P << N_\Theta$, основной вклад в эту релаксацию вносит та часть $H_{P\Theta}$, которая линейна по операторам a_k^+, a_k:

$$H'_{P\Theta} = \sum_k (J_k a_k^+ + J_k^+ a_k) . \tag{4}$$

Именно гамильтониан (4) определяет для параметрических магнонов вид интеграла столкновений, а для тепловых – оказывает существенное влияние на формирование квазиравновесного распределения.

Операторные коэффициенты J_k естественным образом представляются в виде суммы парциальных слагаемых.

$$J_k = \sum_l J_{kl}$$

где $l = 0, \pm 1, \pm 2$ есть разность между числами операторов уничтожения b_k и рождения b_k^+ тепловых магнонов в различных слагаемых гамильтониана $H'_{P\Theta}$. В соответствии с (4) диссипативные части кинетических уравнений для n_k и σ_k имеют вид

$$\begin{aligned} i\left(\frac{dn_k}{dt}\right)_{\text{ст}} &= \langle J_k a_k^+ \rangle - \langle J_k^+ a_k \rangle , \\ i\left(\frac{d\sigma_k}{dt}\right)_{\text{ст}} &= \langle J_k a_{-k} \rangle + \langle J_{-k} a_k \rangle . \end{aligned} \tag{5}$$

Усреднение в этих уравнениях производится с матрицей плотности $\rho = \rho_0 + \rho_1$. Здесь $\rho_0 = \rho(b)\rho(a)$, $\rho(b)$ – гиббсовское распределение с неопределенным химическим потенциалом ξ, $\rho(a)$ – неравновесная матрица плотности параметрических магнонов, а ρ_1 – добавка к ρ_0 первого порядка по $H'_{P\Theta}$. В результате оказывается, что интегралы столкновений (5) выражаются через парциальные затухания одночастичных возбуждений

$$\gamma_{\mathbf{k}l} = \left(\int\limits_{-\infty}^{\infty} < [J_{\mathbf{k}l}(t), J^+_{\mathbf{k}l}(0)] > e^{iEt} dt \right)_{E=\omega_{\mathbf{k}}} . \qquad (6)$$

Исключая в величинах $\sigma_{\mathbf{k}}$ и $P_{\mathbf{k}}$ "быструю" зависимость от времени ($\sigma_{\mathbf{k}} \to \sigma_{\mathbf{k}} e^{-i\omega t}$, $P_{\mathbf{k}} \to P_{\mathbf{k}} e^{-i\omega t}$), окончательно получаем кинетические уравнения для параметрических магнонов

$$i\dot{n}_{\mathbf{k}} = P_{\mathbf{k}}\sigma^*_{\mathbf{k}} - P^*_{\mathbf{k}}\sigma_{\mathbf{k}} + 2i \sum_l \frac{\gamma_{\mathbf{k}l}}{\widetilde{\omega}_{\mathbf{k}} - \xi l} \{ \Theta - (\widetilde{\omega}_{\mathbf{k}} - \xi l) n_{\mathbf{k}} - \mathrm{Re}\, P_{\mathbf{k}} \sigma^*_{\mathbf{k}} \} , \qquad (7)$$

$$i\dot{\sigma}_{\mathbf{k}} = (2\widetilde{\omega}_{\mathbf{k}} - \omega)\sigma_{\mathbf{k}} + 2P_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}} - 2i \sum_l \frac{\gamma_{\mathbf{k}l}}{\widetilde{\omega}_{\mathbf{k}} - \xi l} \{ (\widetilde{\omega}_{\mathbf{k}} - \xi l)\sigma_{\mathbf{k}} + P_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}} \} . \qquad (8)$$

Вместе с уравнением баланса числа тепловых магнонов

$$\frac{dN_\Theta}{d\xi} \dot{\xi} = - \sum_{\mathbf{k}, l} \frac{l\gamma_{\mathbf{k}l}}{\widetilde{\omega}_{\mathbf{k}} - \xi l} \{ \Theta - (\widetilde{\omega}_{\mathbf{k}} - \xi l) n_{\mathbf{k}} - \mathrm{Re}\, P_{\mathbf{k}} \sigma^*_{\mathbf{k}} \} + \lambda \xi \frac{dN_\Theta}{d\xi} \qquad (9)$$

(λ – скорость релаксации химического потенциала [3]) уравнения (7) и (8) составляют полную систему уравнений задачи. Предположение $N_P << N_\theta$ позволяет считать, что температура спиновой системы совпадает с температурой решетки.

При выводе интеграла столкновений не учитывалось влияние затухания; кроме того, использовалась малость характерного значения энергии параметрических магнонов по сравнению с температурой, а также известное соотношение [4] между фурье-компонентами средних по гиббсовскому распределению $\rho(b)$ от коммутатора и антикоммутатора:

$$< \{ J_{\mathbf{k}l}, J^+_{\mathbf{k}l} \} > / < [J_{\mathbf{k}l}, J^+_{\mathbf{k}l}] > = \mathrm{cth} \frac{E - \xi l}{2\Theta} \approx \frac{2\Theta}{E - \xi l} .$$

Правомерность введенного выше разделения магнонов на параметрические и тепловые оправдана тем, что отклонение стационарной функции распределения параметрических магнонов от квазиравновесной быстро убывает с частотой, вследствие чего результат не зависит от параметра Δ.

Если в гамильтониане взаимодействия отсутствуют члены, не сохраняющие число частиц, то $l = 1$, $\lambda = 0$, $\xi = \omega/2$ и стационарное решение системы (7) – (9) совпадает с высокотемпературным пределом результатов работы [4]. Если кубические ангармонизмы существенны так, что $\lambda \sim \gamma_k$, то параметрические магноны не оказывают заметного влияния на тепловые ($\xi/\omega << 1$), и динамическая и диссипативная части кинетического уравнения независимо обращаться в нуль не могут. Заметим, что в этом случае учет накачки (при одновременном пренебрежении затуханием) в интеграле столкновений имеет смысл только для нерезонансного случая $|\widetilde{\omega}_{\mathbf{k}} - \omega/2| > |P_{\mathbf{k}}|$, когда обе сравниваемые величины могут существенно превосходить γ_k. В резонансном случае ($\omega_k \sim \omega/2$) перенормированная накачка сравнима с γ_k, и относительное отличие диссипативных слагаемых в (7) и (8) от феноменологических введенных в [1] имеет порядок γ_k/ω_k. Таким образом, в рамках использованного приближения учет накачки в интеграле столкновений для резонансного случая является превышением точности.

Проведенное рассмотрение относится к идеализированному случаю одноосного ферромагнетика. В случае ферритов и антиферромагнетиков к несохранению числа магнонов может приводить и обменное взаимодействие.

Физико-технический институт
низких температур
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
12 января 1976 г.
После переработки
2 февраля 1976 г.

Литература

[1] В.Е.Захаров, В.С.Львов, С.С.Старобинец. УФН, 114, 609, 1974.

[2] В.М.Цукерник, Р.П.Янкелевич. ЖЭТФ, 68, 2116, 1975.

[3] А.И.Ахиезер, В.Г.Барьяхтар, С.В.Пелетминский. Спиновые волны, М., изд. Наука, 1967.

[4] Д.И.Зубарев. Неравновесная статистическая термодинамика, М., изд. Наука, 1971.