Письма в ЖЭТФ, том 23, вып. 11, стр. 631 – 634 *5 июня 1976 г.*

ПРОВОДИМОСТЬ И ЭФФЕКТ ХОЛЛА ЧИСТЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ ВТОРОГО РОДА ПРИ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

Н.Б.Копнин, В.Е.Кравцов

Вычислены проводимость и угол Холла чистых сверхпроводников второго рода при $T \ll \Delta$. Эти величины сильно зависят от параметра $\tau\delta\epsilon$, где $\delta\epsilon$ – расстояние между низколежащими связанными уровнями в остове вихря. Вязкое течение вихрей соответствует $\tau\delta\epsilon \ll 1$, бездиссипативное – $\tau\delta\epsilon \gg 1$.

В работе [1] вычислена проводимость в смешанном состоянии при $T \ll \Delta$, когда время свободного пробега электронов $\Delta^{-1} \ll \tau \ll E_F/\Delta^2$: $\sigma_f = 0{,}23\, \sigma_n H_{c2}/B$. Эффект Холла при этих предположениях отсутствовал.

В пределе $\tau \to \infty$ при низких температурах течение вихрей, очевидно, должно быть бездиссипативным. Так как $\hat{\mathbf{E}} = c^{-1}[\mathbf{B},\ \mathbf{u}]$ то скорость вихрей $\mathbf{u}$ должна быть параллельна транспортному току. В настоящей работе вычисляется проводимость и угол Холла при $T \ll \Delta$ и $\tau\Delta \gg 1$. Переход от вязкого течения вихрей к бездиссипативному происходит по параметру $x \sim \tau\delta\epsilon$, где $\delta\epsilon \sim \Delta^2/E_F$ – расстояние между низколежащими уровнями в остове вихря [2]. Попытка учесть этот эффект полуфеноменологически предпринималась в [3]. Мы будем пренебрегать влиянием магнитного поля, т. е. будем считать $H \ll H_{c2}$ и $\kappa \gg 1$. В дальнейшем мы сможем отказаться от ограничения на κ.

Представим регулярные функции Грина в виде

$$G^{R(A)}_{(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)} = \int \frac{dk}{2\pi} \sum_{\nu} \exp\left[i\left(\nu + \frac{1}{2}\right)(\phi_1 - \phi_2) + ik(z_1 - z_2)\right] G^{R(A)}_{\nu}(\rho_1, \rho_2)$$

и аналогично для $F^{+R(A)}$ и др. Функции G и F^+ определяются двумя линейными неоднородными уравнениями второго порядка. Их можно выразить через линейные комбинации четырех фундаментальных решений соответствующих однородных уравнений, два из которых конечны в начале координат, а два других убывают при $\rho \gg \xi$ (напомним, что $\epsilon \sim T \ll \Delta$). Результат при $r\Delta \gg 1$ имеет вид

$$\hat{G}_{\nu}^{R(A)}(\rho_1, \rho_2) = -\frac{m}{4\psi^{R(A)}} \begin{pmatrix} u(\rho_1)\,u(\rho_2) & -u(\rho_1)\,v(\rho_2) \\ v(\rho_1)\,u(\rho_2) & -v(\rho_1)\,v(\rho_2) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где $\hat{G}$ – матричная функция Грина,

$$\psi^{R(A)} = \frac{m}{q}\int_0^{\infty}\left(\epsilon + \frac{i}{2r}\,g_0^{R(A)} + \frac{\nu|\Delta|}{q\rho}\right)e^{-2K}\,d\rho,$$

$$q^2 = p_F^2 - k^2, \qquad K = \int_0^{\rho}\frac{m|\Delta|}{q}\,d\rho, \qquad \hat{g}_0 = (\pi i\nu(0))^{-1}\hat{G}(\mathbf{r},\mathbf{r}).$$

$$u = e^{-K}J_{|\nu+\frac{1}{2}|}(q\rho), \quad v = e^{-K}J_{|\nu-\frac{1}{2}|}(q\rho)\cdot\mathrm{sign}\,\nu.$$

В (1) приведена только полюсная часть, соответствующая связанным состояниям. С помощью (1) можно убедиться, что в выражении для транспортного тока основную роль играют лишь аномальные функции. Поэтому согласно [4, 5]

$$\frac{\pi}{e}\,[\mathbf{j}_{tr}, \mathbf{n}_H] = \int d^2\mathbf{r}\,\frac{d\epsilon}{4\pi i}\,\mathrm{Sp}[(\nabla\hat{H})\hat{G}^{(a)}] \quad (2)$$

где n_H – единичный вектор вдоль магнитного поля

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} 0 & -\Delta \\ \Delta^* & 0 \end{pmatrix},$$

а аномальная функция определяется уравнением

$$\hat{G}^{(a)}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \int d^3\mathbf{r}_1\,\hat{G}^R(\mathbf{r},\mathbf{r}_1)\left[\frac{i}{2T}\,\mathrm{ch}^{-2}\frac{\epsilon}{2T}\,(\mathbf{u}\nabla)\hat{H}(\mathbf{r}_1) + \frac{i}{2r}\,\hat{g}_0^{(a)}(\mathbf{r}_1)\right]\hat{G}^A(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}'). \quad (3)$$

При суммировании по ν в (3) главный вклад дает обход полюса в (1), вклад неполюсных членов, опущенных в (1), мал. В результате имеем $g_0^{(a)} = \bar{g}_0^{(a)} = 0$, а функции

$$e^{-i\phi}f_0^{(a)} = -e^{i\phi}f_0^{+(a)} = i\sum_{a=\pm 1}\langle C_a(q)e^{-2K}\rangle\, e^{ia\phi},$$

где $C_a(q)$ удовлетворяет интегральному уравнению

$$\int_0^\infty \left[C_a(q)\left(\frac{a|\Delta|}{q\rho} + \frac{i}{\tau} < \gamma >\right) e^{-2K} + \frac{i}{\tau}\gamma < C_a(q) e^{-2K} > \right] d\rho = \tag{4}$$

$$= -\frac{au}{2T}\,\mathrm{ch}^{-2}\frac{\epsilon}{2T}\,\frac{\pi q^2}{2m},$$

а

$$\gamma = \frac{\pi}{2}\left(\frac{\partial\psi}{\partial\nu}\right)^{-1} e^{-2K}, \qquad < > = p_F^{-1}\int\frac{dk}{2\pi q\rho}.$$

Уравнение (4) имеет точное решение при $x >> 1$. В этом случае $\mathbf{j}_{tr} = Ne\mathbf{u}$, т. е. вихрь полностью увлекается сверхтекучим потоком. При произвольных значениях параметра x (4) может быть решено, если воспользоваться результатом [6], согласно которому $|\Delta(\rho)|$ выходит на равновесное значение на расстояниях порядка $\xi_1 = \xi T/\Delta$. При этом с логарифмической по Δ/T точностью можно снять ограничение на κ и считать $\kappa \sim 1$. Из (2), (4) находим

$$\mathbf{j}_{tr} = Nef_1(x)\mathbf{u} + \frac{3\pi Ne}{16} f_2(x)[\mathbf{n}_H, \mathbf{u}].$$

Проводимость $\sigma_f = (3\pi Nec/16B)f_2(x)$, угол Холла

$$\theta_H = \mathrm{arc\,tg}\,[16 f_1(x)/3\pi f_2(x)].$$

Здесь $x = 4\Delta^2\tau\ln(\Delta/T)/\pi E_F$, а f_1 и f_2 выражаются через элементарные функции:

$$f_1(x) = \frac{3}{4}\,\frac{z}{(1+y)^2 + 4z^2/\pi^2x^2}, \qquad f_2(x) = 2x\left[1 - \frac{1+y}{(1+y)^2 + 4z^2/\pi^2x^2}\right],$$

$$y(x) = \frac{2}{\pi}\int_0^\pi \frac{\sin^4\theta\, d\theta}{\sin^2\theta + x^2}, \qquad z(x) = x^2\int_0^\pi \frac{\sin^3\theta\, d\theta}{\sin^2\theta + x^2}.$$

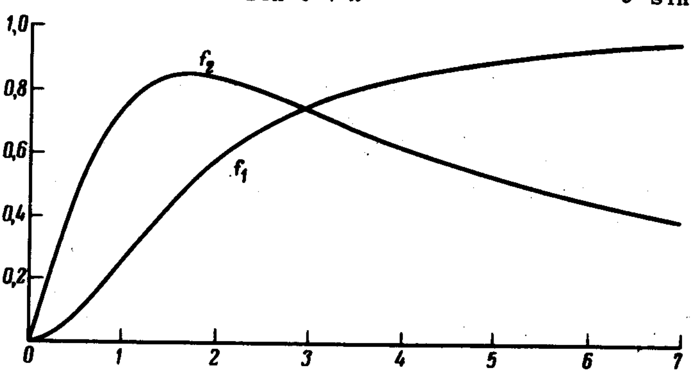

Рис. 1

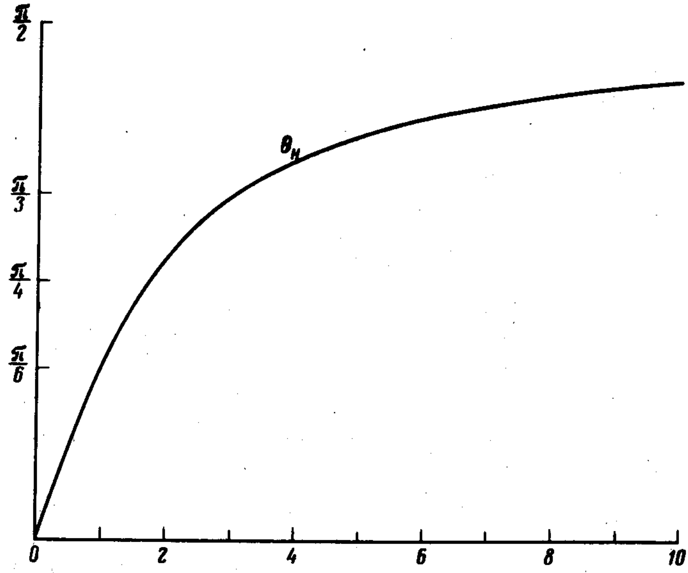

Рис. 2

На рис. 1 изображены графики $f_1(x)$ и $f_2(x)$, а на рис. 2 – график $\theta_H(x)$. При $x \to \infty$ функция $f_1 = 1$, а $f_2 = 2{,}94/x$. При $x \to 0$ имеем $f_1 = 3x^2/8$, $f_2 = x$. Проводимость в этом случае дается выражением, полученным в [1].

Эксперименты по холл-эффекту в сплавах ($\tau\Delta \lesssim 1$) дают $\theta_H \sim 10^{-3}$. В чистом же Nb (см., например, [7]) $\mathrm{tg}\,\theta_H \sim 1$ и практически не зависит от магнитного поля. Более детальное сравнение провести затруднительно, так как данные [7] относятся к $T = 4{,}2-7{,}8$К. Насколько нам известно, при $T << \Delta$ зависимость $\theta_H(x)$ не исследовалась.

Авторы благодарны Л.П.Горькову и Ю.Н.Овчинникову за полезные обсуждения.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
26 апреля 1976 г.

Литература

[1] А.И.Ларкин, Ю.Н.Овчинников. Письма в ЖЭТФ, 23, 210, 1976.

[2] C.Caroli, P.G.de Gennes, J.Matricon. Phys. Lett., 9, 307, 1964,

[3] R.M.Cleary. Phys. Rev., B1, 4686, 1970.

[4] Л.П.Горьков, Н.Б.Копнин. ЖЭТФ, 65, 396, 1973.

[5] А.И.Ларкин, Ю.Н.Овчинников. ЖЭТФ, 64, 1096, 1973.

[6] L.Kramer, W.Pesch. Z. Phys., 269, 59, 1974.

[7] A.T.Fiori, B.Serin. Phys. Rev. Lett., 21, 359, 1968.