Письма в ЖЭТФ, том 23, вып. 11, стр. 647 – 649 *5 июня 1976 г.*

ВИХРИ СО СВОБОДНЫМИ КОНЦАМИ В СВЕРХТЕКУЧЕМ ^{3}He-*A*

Г.Е.Воловик, В.П.Минеев

Показано, что в сверхтекучей *A*-фазе He^3 существуют вихревые линии со свободными концами. Циркуляция сверхтекучей скорости вокруг бесконечно малого контура, охватывающего вихревую линию, равна $2\pi\hbar/m$. Поле скоростей вблизи конца вихря совпадает с полем вектора-потенциала монополя Дирака.

Как известно, в сверхтекучем гелии-4 вихри либо замкнуты, либо оканчиваются на стенках или на свободной поверхности гелия. Невозможность существования вихрей, оканчивающихся в объеме жидкости, следует из того, что фаза параметра порядка является с точностью до $2\pi n$ (n – целое) однозначной функцией координат. В самом деле: допустив существование вихря, оканчивающегося в объеме жидкости, мы получим, что циркуляция скорости по бесконечно малому контуру, охватывающему вихревую нить, равная $2\pi n\hbar/m$, непрерывно уменьшается до нуля при снимании этого контура с вихря, что противоречит однозначности фазы.

Как было впервые указано в работе Амбегаокара, де Жена и Райнера [1] (см. также [2]) в сверхтекучей *A*-фазе гелия-3 фаза параметра порядка, задаваемого тройкой ортогональных векторов $\vec{\Delta}'$, $\vec{\Delta}''$, $\mathbf{l}$, не является однозначной функцией координат. Это связано с тем, что разность фаз параметра порядка между двумя близкими точками в He^3-*A* равна углу поворота векторов $\vec{\Delta}'$, $\vec{\Delta}''$ вокруг направления $\mathbf{l}$. Неоднозначность фазы является следствием некоммутативности группы трехмерных вращений. Это приводит к принципиальной возможности существования вихрей, оканчивающихся в объеме He^3-*A*.

Рассмотрим уравнение Гинзбурга – Ландау для параметра порядка $\vec{\Psi} = \vec{\Delta}' + i\vec{\Delta}''$

$$\frac{\delta F}{\delta \vec{\Psi}^*} = -\alpha\vec{\Psi} + \beta|\vec{\Psi}|^2\vec{\Psi} - \gamma(\Delta\vec{\Psi} + 2\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\vec{\Psi})) + \lambda\vec{\Psi}^* = 0, \qquad (1)$$

где (см. [3])

$$\alpha = \frac{1}{6} N_F\left(1 - \frac{T}{T_c}\right), \quad \beta = \frac{\alpha}{2\Delta^2(T)}, \quad \gamma = \frac{1}{16}\frac{\rho^s}{\Delta^2(T)}, \quad N_F = \frac{m^* p_F}{\pi^2},$$

а λ – множитель Лагранжа, обеспечивающий ортогональность $\vec{\Delta}'$, $\vec{\Delta}''$ и равенство их по модулю.

Выберем начало координат в точке окончания вихря. Можно убедиться, что решением при $r << \xi$ (ξ – длина когерентности порядка $(\gamma/\alpha)^{1/2}$) является

$$\vec{\Psi} = \mathrm{const}\, r^2 (1 + \cos\theta) e^{i\phi} (\mathbf{e}_\theta + i\mathbf{e}_\phi). \tag{2}$$

Здесь $\mathbf{e}_\theta$ и $\mathbf{e}_\phi$ – орты сферической системы координат. Из (2) можно получить выражение для сверхтекучей скорости

$$\mathrm{v}^s = \frac{\hbar}{4mi\,|\vec{\Psi}|^2} (\Psi_i^* \vec{\nabla} \Psi_i - \Psi_i \vec{\nabla} \Psi_i^*) = \frac{\hbar\, \mathbf{e}_\phi}{2mr} \frac{1 - \cos\theta}{\sin\theta}. \tag{3}$$

Из этого выражения видно, что циркуляция v^s по бесконечно малому контуру, охватывающему полярную ось,равна нулю при $z > 0$ и $2\pi\hbar/m$ при $z < 0$, т. е. вихревая линия расположена вдоль полуоси $z < 0$. Отметим, что поле скоростей v^s совпадает с полем вектор-потенциала **A** монополя Дирака [4].

При $|z| >> \xi >> \rho = r\sin\theta$, $z < 0$ выражение (2) переходит в решение

$$\vec{\Psi} = \frac{1}{2}\,\mathrm{const}\, \rho^2 e^{i\phi} (-\mathbf{e}_\rho + i\mathbf{e}_\phi) = \frac{1}{2}\,\mathrm{const}\, \rho^2 e^{2i\phi} (-\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y)$$

для бесконечной вихревой нити с циркуляцией скорости вокруг нее равной $2\pi\hbar/m$, аналогичное решению для вихря в сверхтекучем He^4 с двумя квантами циркуляции (см., например, [5]).

Из (2) также видно, что вектор **l** направлен по радиусу ($\mathbf{l} = \mathbf{e}_r$). Это напоминает "ежа" Полякова [6], однако в отличие от [6] при $r \gtrsim \xi$ сферически симметричного решения для **l** не существует. Вихрь с двумя свободными концами соответствует поляковской паре "еж" – "антиеж". Энергия такого вихря из соображений размерности равна $\rho^s (\hbar/m)^2 L f(L/\xi)$, где L – длина вихря. При больших L она должна переходить в энергию вихря в He^4

$$f(L/\xi) \to 2\pi \ln L/\xi, \qquad L >> \xi.$$

При малых $L << \xi$, $f \sim \xi/L$.

Вихрь с двумя свободными концами можно стабилизировать двумя одноименными ионами, закрепленными на его концах. Оценка показывает, что равновесная длина такого комплекса, получаемая минимизацией энергии

$$E = \frac{e^2}{L} + \rho^s\left(\frac{\hbar}{m}\right)^2 Lf(L/\xi) \ ,$$

меньше ξ.

После написания данной статьи мы обнаружили, что в только что вышедшей работе Блаха [7] указано на топологическую возможность существования вихря со свободным концом в A-фазе He^3.

Институт физики твердого тела
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
29 апреля 1976 г.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Литература

[1] V.Ambegaokar, P.G. de Gennes, D.Rainer. Phys. Rev. A9, 2676, 1974.

[2] N.D.Mermin, Tin-Lun Ho. Phys. Rev. Lett., 36, 594, 1976.

[3] P.Wölfle. Phys. Lett., 47A, 224, 1974; A.J.Leggett. Rev. Mod. Phys., 47, 331, 1975.

[4] P.A.Dirac. Proc. Roy. Soc., A133, 60, 1931.

[5] Л.П. Питаевский ЖЭТФ, 40, 646, 1961.

[6] А.М.Поляков. ЖЭТФ, 68, 1975, 1975.

[7] S.Blaha. Phys. Rev. Lett., 36, 874, 1976.