Письма в ЖЭТФ, том 23, вып. 11, стр. 661 – 664 5 июня 1976 г.

КАЛИБРОВОЧНЫЕ ТЕОРИИ КАК ТЕОРИИ СПОНТАННОГО НАРУШЕНИЯ

Е.А.Иванов, В.И.Огиевецкий

Показано, что любая калибровочная теория есть теория спонтанного нарушения симметрии относительно определенной бесконечнопараметрической группы, а соответствующее калибровочное поле есть голдстонион, которым это спонтанное нарушение сопровождается.

1. Хорошо известно, что между калибровочными и голдстоуновскими полями существует тесная аналогия, которая проявляется, в частности, в неоднородности их групповых преобразований [1]. В данной статье продемонстрировано, что эта аналогия не случайна – она обусловлена тем, что всякую калибровочную теорию можно рассматривать как теорию спонтанного нарушения определенной симметрии, а соответствующее калибровочное поле – как голдстонион, которым это спонтанное нарушение сопровождается.

Настоящая работа развивает и обобщает результаты статьи [2], где было показано, что теория гравитации есть теория спонтанно нарушенных афинной и конформной симметрий, а калибровочное поле $h_{\mu\nu}$ (гравитон) представляет собой голдстонион. Идейно близки нам также работы [3, 4], в которых фотон интерпретируется как голдстоуновское поле. Отметим, что в недавней работе [5] предложен другой подход к обсуждаемой проблеме, основанный на введении дополнительных размерностей пространства.

2. Покажем вначале, что калибровочное преобразование можно рассматривать как преобразование из некоторой группы K с постоянными параметрами и бесконечным числом генераторов. Коммутационные соотношения между этими генераторами однозначно определяются алгеброй исходной конечнопараметрической группы G°.

Ограничиваясь калибровочными функциями, разложимыми в ряд Тейлора в окрестности $x_\mu = 0$, представим элемент некоторой группы локальной симметрии $G^{l(x)^\mu}$ в виде

$$\exp\{ i a^a(x) Q^a \} \equiv \exp\{ i a^a(0) Q^a + \sum_{n \geqslant 1} a^a_{\mu_1 \ldots \mu_n} Q^a_{\mu_1 \ldots \mu_n} \}, \qquad (1)$$

где Q^a – генераторы конечнопараметрической подгруппы G° и

$$a^a_{\mu_1 \ldots \mu_n} \equiv \frac{1}{n!} \partial^x_{\mu_1} \ldots \partial^x_{\mu_n} a^a(x) |_{x_\mu = 0},$$

$$Q^a_{\mu_1 \ldots \mu_n} \equiv x_{\mu_1} \ldots x_{\mu_n} Q^a . \qquad (2)$$

Генераторы $Q^a_{\mu}, \ldots Q^a_{\mu_1 \ldots \mu_n}, \ldots$ вместе с Q^a генерируют бесконечнопараметрическую группу K. Коммутационные соотношения их друг с другом и с генератором 4-трансляций $P_\mu = -i \partial^x_\mu$ можно найти, используя представление (2):

$$[Q^{a}_{\mu_1\dots\mu_k}, Q^{\beta}_{\mu_{k+1}\dots\mu_n}] = iC^{\gamma}_{a\beta}Q^{\gamma}_{\mu_1\dots\mu_n}, \tag{3}$$

$$[P_\rho, Q^a_\mu] = -i\,\delta_{\rho\mu}Q^a, \tag{4}$$

$$[P_\rho, Q^a_{\mu_1\dots\mu_n}] = -i\left(\delta_{\rho\mu_1}Q^a_{\mu_2\dots\mu_n} + \dots + \delta_{\rho\mu_n}Q^a_{\mu_1\dots\mu_{n-1}}\right) \quad (n \geqslant 2) \tag{5}$$

Здесь $C^{\gamma}_{a\beta}$ – структурные постоянные подгруппы G°. Трансформационные свойства $Q^a_{\mu_1\dots\mu_n}$ относительно G° и однородной группы Лоренца L в представлении (2) очевидны. Группа K вместе с группой Пуанкаре $\mathcal{P}$ образуют полупрямое произведение $\mathcal{K} = K ⋊ \mathcal{P}$.

3. Наш основной результат состоит в том, что калибровочная теория, связанная с локальной группой $G^l(x)$, может быть получена в результате намбу-голдстоуновской реализации [6, 7] симметрии относительно группы $\mathcal{K}$, с подгруппой $G^\circ \otimes \mathcal{P}$ в качестве подгруппы стабильности вакуума. При этом калибровочное поле оказывается голдстонионом, соответствующим генератору Q^a_μ.

Наиболее прямым и естественным методом намбу-голдстоуновской реализации симметрии является метод нелинейных реакций, детально разработанный в [8, 9]. Согласно [8, 9] мы должны параметризовать фактор-пространство $\mathcal{K}/G^\circ \otimes L$ полями $b^a_\mu(x), \dots b^a_{\mu_1\dots\mu_n}(x), \dots$ с квантовыми числами генераторов $Q^a_\mu, \dots Q^a_{\mu_1\dots\mu_n}, \dots$ и рассмотреть действие группы $\mathcal{K}$ в фактор-пространстве как группы левых сдвигов.

Группа Пуанкаре действует на полях и x_μ стандартным образом, поэтому нас будет интересовать только действие группы K. Поля $b^a_\mu(x), \dots$ $b^a_{\mu_1\dots\mu_n}(x), \dots$ преобразуются неоднородно:

$$Q^a_\mu: \qquad \delta b^a_\mu(x) = a^a_\mu + O_1(b, x)(= a^a_\mu - C^a_{\beta\gamma}\, b^\beta_\mu(x)(x_\rho a^\gamma_\rho)\ ),$$

$$Q^a_{\mu_1\dots\mu_n}: \quad \delta b^a_{\mu_1\dots\mu_n}(x) = a^a_{\mu_1\dots\mu_n} + O_n(b, x).$$

Таким образом, они являются голдстонионами. Прочие поля $\Psi(x)$ преобразуются по представлениям алгебраической подгруппы G°, но с параметрами-функциями $U^a(x, k)$ (k – элемент группы K). При ограничении алгебраической подгруппой поля $\Psi(x)$, $b^a_\mu(x), \dots b^a_{\mu_1\dots\mu_n}$ преобразуются по соответствующим представлениям этой подгруппы с константными параметрами.

Инвариантные лагранжианы строятся стандартным образом, из полей и их ковариантных производных [8, 9]. Из-за специфической структуры группы $\mathcal{K}$ ковариантные производные оказываются полиномиальными по голдстонионам и легко находятся в явном виде. Используя общие предписания [8, 9], получаем

$$\nabla_\rho b^a_\mu(x) = \partial_\rho b^a_\mu(x) + b^a_{\rho\mu}(x) - \frac{1}{2} C^a_{\beta\gamma} b^\beta_\rho(x) b^\gamma_\mu(x), \tag{6}$$

$$D_\rho \Psi(x) = (\partial_\rho + i b^a_\rho(x) Q^a)\Psi(x). \tag{7}$$

Нетрудно воспроизвести и остальные ковариантные производные.

Существенно, что симметричная и антисимметричная части $\nabla_\rho b^a_\mu$:

$$\nabla_{\{\rho} b^a_{\mu\}} = \partial_\rho b^a_\mu(x) + \partial_\mu b^a_\rho(x) + 2 b^a_{\rho\mu}(x), \tag{8}$$

$$\nabla_{[\rho} b^a_{\mu]} = \partial_\rho b^a_\mu(x) - \partial_\mu b^a_\rho(x) - C^a_{\beta\gamma} b^\beta_\rho(x) b^\gamma_\mu(x) \tag{9}$$

преобразуются независимо друг от друга. При этом $\nabla_{[\rho} b^a_{\mu]}$, как и $D_\rho\Psi$, не содержит голдстонионов с числом тензорных индексов $\geqslant 2$. По структуре $\nabla_{[\rho} b^a_{\mu]}$ совпадает с ковариантным янгмиллсовским ротором. Таким образом, для построения инвариантных лагранжианов достаточно иметь в распоряжении $\nabla_{[\rho} b^a_{\mu]}$, $D_\rho \Psi$ и Ψ

$$\mathcal{L}^{inv}_{(\mathcal{K})} = \mathcal{L}^{inv}_{(G^\circ \otimes L)} (D_\rho \Psi, \Psi, \nabla_{[\rho} b^a_{\mu]}).$$

Связи голдстониона $b^a_\mu(x)$ с самим собой и полями $\Psi(x)$ идентичны связям калибровочного поля Янга – Миллса, что и позволяет отождествить $b^a_\mu(x)$ с этим калибровочным полем.

Голдстонионы $b^a_{\mu_1 \ldots \mu_n}$ $(n \geqslant 2)$ оказываются в конечном счете несущественными. Их можно устранить, выразив через векторный голдстонион и его производные с помощью обратного эффекта Хиггса [10] (приравняв нулю симметрические части ковариантных производных голдстонионов).

Выше мы рассматривали только случай внутренних симметрий. Однако весь анализ легко переносится и на случай, когда исходная группа G° определяет пространственно-временную симметрию.

4. Итак, любая калибровочная теория есть теория спонтанного нарушения симметрии[1]. Следовательно, спонтанно нарушенные симметрии есть более глубокая и общая концепция, чем калибровочные. Обсуждение возникающих следствий будет дано в подробной статье.

Объединенный институт
ядерных исследований

Поступила в редакцию
27 апреля 1967 г.

[1] Утверждение о несуществовании голдстонионов со спинами > ½ [11] не применимо к калибровочным полям, так как оно существенно использует дефинитность метрики пространства состояний и явную релятивистскую инвариантность – предположения, которым невозможно одновременно удовлетворить ни в одной калибровочной теории.

Литература

[1] S.Weinberg. Phys. Rev., 177, 2604, 1969.

[2] А.Б.Борисов, В.И.Огиевецкий. ТМФ, 21, 329, 1974.

[3] R.Ferrari, L.E.Picasso. Nucl. Phys., B31, 316, 1971.

[4] R.A.Brandt, NgWing-Chin. Phys. Rev., D10, 4198, 1974.

[5] Y.M.Cho, P.G.O.Freund. Phys. Rev., D12, 1711, 1975.

[6] J.Goldstone. Nuovo Cim., 19, 155, 1961.

[7] Y.Nambu, G.Jona-Lasinio. Phys. Rev., 122, 345, 1961; 124, 246, 1961.

[8] S.Coleman, J.Wess, B.Zumino. Phys. Rev., 177, 2239, 1969; C.L.Callan, Jr., S.Coleman, J. Wess, B.Zumino. Phys. Rev., 177, 2247, 1969; Д.В.Волков. Препринт ИТФ 69-75, Киев, 1969; V.I.Ogievetsky. Proceedings of X-th Winter School of Theoretical Physics in Karpacz. 1, 117, Wroclaw, PNR, 1974.

[9] Д.В.Волков. ЭЧАЯ, 4, 3, 1973.

[10] Е.А.Иванов, В.И.Огиевецкий. ТМФ, 25, 164, 1975.

[11] D.Maison, H.Reeh. Commun. Math. Phys., 24, 67, 1971.