Письма в ЖЭТФ, том 23, вып. 12, стр. 682 – 684 *20 июня 1976 г.*

ВЧ ДИАМАГНЕТИЗМ
И ТРЕХМЕРНЫЕ ЦИКЛОТРОННЫЕ СОЛИТОНЫ В ПЛАЗМЕ

В.И.Петвиашвили

Циклотронные колебания с двойной, тройной и т. д. электронной циклотронной частотой могут образовывать нерасплывающиеся трехмерные пакеты – солитоны. Они могут подпитываться пучком электронов или, при ВЧ нагреве, электромагнитной волной. В неустойчивой плазме солитоны имеют некоторый запас устойчивости. Коллапсом большого числа солитонов можно объяснить всплески рентгеновского излучения иногда наблюдаемые в токамаках.

Из экспериментов известно, что циклотронные колебания сильно влияют на проводимость и нагрев плазмы в магнитных ловушках. Однако, при рассмотрении в линейном приближении получаем, что они легко могут рассеяться и излучиться с поверхности плазмы из-за дисперсионного расплывания волнового пакета. Покажем, что это расплывание задерживается нелинейным эффектом – образованием магнитной ямы в области существования пакета волн. Тогда образуется стоячий трехмерный стационарный пакет, трехмерный солитон.

В данной работе будет рассматриваться трехмерный солитон на двойной электронной циклотронной частоте. Найдем средний диамагнитный ток образованный высокочастотным (ВЧ) давлением в солитоне. Считаем, что солитон имеет цилиндрическую симметрию и его длина (размер вдоль магнитного поля) много больше толщины. Тогда наибольший вклад в этот ток дает следующая часть колеблющейся части функции распределения электронов

$$f_1 = \frac{iev_\perp e^{-ia}}{4m\omega_H(\omega - 2\omega_H)^2} v_z \frac{\partial}{\partial z}\left(e^{-ia} + \frac{iv_\perp}{\omega_H}\frac{\partial}{\partial z_\perp}\right)\Delta_\perp \phi \frac{\partial f_0}{\partial v_\perp} . \qquad (1)$$

Здесь ω_H – циклотронная частота электронов, $\phi\ (r_\perp, z)$ – электрический потенциал, ω – частота солитона, a – угол в пространстве скоростей между векторами $\mathbf{v}_\perp$ и $\mathbf{r}_\perp$, ось z направлена вдоль магнитного поля. Считаем, что ларморовский радиус мал. Подставляя (1) в квазилинейное уравнение, усредненное по частоте солитона, получаем поправку к усредненной функции распределения электронов:

$$\delta f_0 = \frac{e^2}{16m^2}\frac{[\mathbf{v}_\perp \nabla_\perp]_z}{\omega_H^3(\omega - 2\omega_H)^2}|\Delta_\perp\phi|^2 \frac{1}{v_\perp}\frac{\partial}{\partial v_\perp} v_\perp^3 \frac{\partial f_0}{\partial v_\perp} . \qquad (2)$$

δf_0 не создает пространственного заряда, но дает замкнутый ток, приводящий к диамагнитному уменьшению магнитного поля. Величину соответствующего изменения циклотронной частоты легко получить из уравнения Максвелла и выражения тока, получаемого из (2). Оно равно:

$$\delta\omega_H = -\omega_p\beta^2\frac{v_T^2}{(\omega-2\omega_H)^2}\frac{|\Delta_\perp\phi|^2}{H^2}\;;\qquad \beta=\omega_p/2\omega_H\,. \tag{3}$$

Здесь v_T — тепловая скорость электронов, H — постоянное магнитное поле.

Дисперсионное уравнение рассматриваемой ветви колебаний имеет вид

$$\omega = 2\omega_H[1+(\beta k_\perp r_H)^2/2+k_z^2(2k_\perp\beta)^{-2}]\,. \tag{4}$$

Здесь r_H — ларморовский радиус электронов. Считается, что $k_\perp r_H << 1$, $k_z << k_\perp$. Из (4) с учетом нелинейной поправки (3) получаем уравнение для ϕ в стационарном случае. Введя обозначение $\omega-2\omega_H=-\omega_H A^2$, имеем

$$\Delta_\perp(A^2\phi-\beta^2r_H^2\Delta_\perp\phi)+\frac{1}{2\beta^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}=\beta^2r_H^2(A^2H)^{-2}|\Delta_\perp\phi|^2\Delta_\perp\phi \tag{5}$$

(5) имеет решение относительно $\Delta_\perp\phi$, конечное всюду и стремящееся к нулю на бесконечности, вида

$$\Delta_\perp\phi = A^3\frac{H}{\beta r_H}\,F\left(A\frac{r_\perp}{\beta r_H}\;,\;\sqrt{2}A^2\frac{z}{r_H}\right) \tag{6}$$

A — безразмерная амплитуда солитона. В нашем приближении $A << 1$. $F(\rho,\zeta)$ — функция удовлетворяющая уравнению:

$$\Delta_\rho(F-\Delta_\rho F)+\frac{\partial^2F}{\partial\zeta^2}=\Delta_\rho F^3$$

$$\Delta_\rho\equiv\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\rho\frac{\partial}{\partial\rho}\;;\qquad F(\rho,\zeta)=-F(\rho,-\zeta). \tag{7}$$

Уравнение (7) решалось на ЭВМ. Получилось, что F отличается от нуля в области размерами порядка единицы, где $|F|\sim 1$. Поэтому электрическое поле в солитоне имеет следующие параметры: $|E_\perp|\sim A^2H$, размер солитона вдоль магнитного поля $l_z\sim r_H/A^2$, размер поперек магнитного поля $l_\perp\sim\frac{\omega_p}{\omega_H}\frac{r_H}{A}$. Полная энергия солитона равна

$$W=\frac{1}{8\pi}\int\omega\frac{\partial\zeta}{\partial\omega}E^2d\mathbf{r}=1{,}26\left(\frac{\omega_p}{\omega_H}\right)^2\left(\frac{H}{A}\right)^2r_H^3\;. \tag{8}$$

Поскольку энергия солитона растет вместе с объемом, то такой солитон может сколлапсировать [1]. Одновременно с коллапсирующим имеются и расширяющиеся решения. В режиме расширяющегося решения полная энергия волнового пакета согласно (8) растет, и поэтому такое решение в устойчивой плазме неосуществимо. Однако при наличии неустойчивости, передающей энергию пакету, такое решение возможно. Пакет расширяется, его энергия растет, но так, что плотность энергии в пакете уменьшается, пакет становится более "линейным". При уменьшении нелинейности расширение пакета может легко задерживаться из-за диссипации, выхода из резонанса с неустойчивостью и т. д. Тогда пакет переходит в стационарное состояние. В таком состоянии у пакета имеется некоторый запас устойчивости относительно коллапса. Примеры таких стационарных пакетов рассматривались в [2, 3]. Энергия в солитоне может накачиваться от более высокочастотных колебаний путем распада или индуцированного рассеяния. Трехмерный солитон может усиливаться пучками даже если стоит на месте. Как известно покоящийся одномерный солитон пучком не усиливается [4]. Это объясняется тем, что в трехмерном солитоне, в отличие от одномерного, распределение энергии по фазовым скоростям имеет максимум.

При подпитке пучком быстрых электронов энергия накопленная в солитонах и их число растут. При этом солитоны начинают взаимодействовать друг с другом, что приводит к потере устойчивости и коллапсу большого числа солитонов. При коллапсе магнитная яма углубляется, электроны захватываются в ней и набирают энергию поперечного движения за счет энергии солитона.

Вероятно квазипериодические всплески числа электронов с большой поперечной энергией, наблюдаемые в плазме токамаков, при наличии убегающих электронов [5], объясняются коллапсом циклотронных солитонов.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
10 апреля 1976 г.

Литература

[1] В.Е.Захаров. ЖЭТФ, 62, 1945, 1972.

[2] О.С.Королев, В.И.Петвиашвили. Физика плазмы, 1, 436, 1975.

[3] В.И.Петвиашвили. Физика плазмы, 2, №3, 1976.

[4] Л.И.Рудаков. ДАН СССР, 207, 821, 1972.

[5] В.В.Аликаев, К.А.Разумова, Ю.А.Соколов. Физика плазмы, 1, 546, 1975.