Письма в ЖЭТФ, том 23, вып. 12, стр. 713 – 716 *20 июня 1976 г.*

ПОВЕДЕНИЕ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ НА МАЛЫХ РАССТОЯНИЯХ И ЗАПИРАНИЕ КВАРКОВ

Н.Б. Скачков

Относительное движение кварков описывается в релятивистском координатном пространстве, переход к которому осуществляется с помощью разложения волновой функции на группе Лоренца. Показано, что включение в это разложение дополнительной серии унитарных представлений естественным образом приводит к запирающему кварки потенциалу.

В последнее время были предложены модели, в которых связывающие кварки силы растут с ростом относительного расстояния, что приводит к запиранию кварков внутри частицы и ненаблюдаемости их в свободном состоянии.

Мы изучим проблему запирания кварков в рамках квазипотенциального подхода [1], используя для этой цели уравнение Кадышевского [2]. В квазипотенциальных уравнениях, в отличие от уравнения Бете–Солпитера, импульсы всех частиц лежат на массовой поверхности. Поэтому здесь удобно перейти к релятивистскому конфигурационному представлению (РКП), введенному в рамках подхода Кадышевского в [3]. Отличие РКП от нерелятивистского координатного представления состоит в том, что вместо преобразования Фурье в данном случае используется преобразование Шапиро [4]. Последнее является разложением по матричным элементам основной серии (ОС) унитарных неприводимых представлений группы Лоренца – группы движений гиперболоида массовой поверхности $p_0^2 - p^2 = M^2$, и для волновой функции относительного движения двух кварков имеет в обозначениях [3] следующий вид:

$$\Psi(\mathrm{p}) = \int \xi(\mathrm{p}, \mathrm{r})\Psi(\mathrm{r})\, d\mathrm{r}; \qquad \xi(\mathrm{p}, \mathrm{r}) = \left(\frac{p_0 - \mathrm{pn}}{M}\right)^{-1 - irM}, \quad \mathrm{n}^2 = 1. \quad (1)$$

Здесь p – импульс кварка в СЦИ, $\mathrm{p}_1 = -\mathrm{p}_2 = \mathrm{p}$. Параметр r, определяющий собственные значения X^2 оператора Казимира группы Лоренца (ГЛ) $\hat{C} = \frac{1}{4} M_{\mu\nu} M^{\mu\nu}$ ($M_{\mu\nu}$ – генераторы группы)

$$\hat{C}\, \xi(\mathrm{p}, \mathrm{r}) = X^2 \xi(\mathrm{p}, \mathrm{r}); \qquad X^2 = \frac{1}{M^2} + r^2 \quad (0 \leqslant r < \infty) \qquad (2)$$

в [3] было предложено рассматривать как релятивистское обобщение относительной координаты. В квазипотенциальном уравнении, записанном в РКП, роль потенциалов играют образы фейнмановских пропагаторов. Так, пропагатору $1/(p-k)^2$, описывающему обмен безмассовым глюоном, отвечает релятивистский потенциал притяжения:

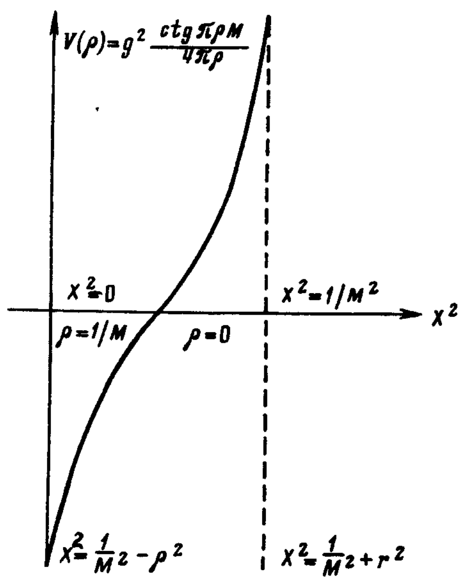
$$V(r) = -\frac{1}{4\pi r}\, \mathrm{cth}\, \pi r M\,. \qquad (3)$$

В силу (2) и равенства $< r_\circ^2 > \equiv 6 \frac{\partial F(t)}{\partial t}\Big|_{t=0} = \{\hat{C}F(t)\}\Big|_{t=0}$ координата r описывает расстояния, превышающие комптоновскую длину волны [5].

Согласно [5] переход к расстояниям, меньшим, чем комптоновская длина волны, $X^2 < {}^1/_{M^2}$, может быть достигнут включением в разложение волновой функции дополнительной серии (ДС), характеризуемой следующими значениями оператора Казимира ГЛ $\hat{C} \to X^2 = {}^1/_{M^2} - \rho^2$, где $0 \leqslant \rho \leqslant {}^1/M$. Координата ρ отсчитывается от границы сферы $X^2 = 1/M^2$ к центру, так, что значению $\rho = 1/M$ отвечает начало координат $X^2 = 0$.

Аналогом плоских волн ОС $\xi(\mathrm{p}, \mathrm{r})$ для ДС являются функции $\zeta(\mathrm{p}, \vec{\rho}) = \left(\frac{p_\circ - \mathrm{pn}}{M}\right)^{-1-\rho M}$, которые формально могут быть получены из $\xi(\mathrm{p}, \mathrm{r})$ заменой $r \to i\rho$ [7]. Разложение $\Psi(\mathrm{p})$ с учетом ДС для состояний с $l = 0$ имеет вид

$$\Psi_{l=0}(\mathrm{p}) = 4\pi \int_\circ^\infty \frac{\sin rM\chi}{rM \operatorname{sh}\chi} \Psi(r) r^2 d\mathrm{r} + 4\pi \int_\circ^{1/M} \frac{\operatorname{sh}\rho M\chi}{\rho M \operatorname{sh}\chi} \Psi(\vec{\rho}) \rho^2 d\vec{\rho}. \quad (4)$$



Рассмотрим теперь аналог релятивистского кулоновского потенциала на расстояниях меньших $1/M$. Совершая в (3) переход к ДС путем замены $r \to i\rho$, получаем потенциал (см. рисунок)

$$V(\rho) = \frac{1}{4\pi\rho}\,\mathrm{ctg}\,\pi\rho M\,; \quad 0 < \rho \leqslant 1/M, \tag{5}$$

запирающий кварки внутри сферы с $R^2 = X^2 = 1/M^2$. Оператор свободного гамильтониана $\hat{H}_0$ для плоских волн ДС $\hat{H}_0\,\zeta(\mathrm{p}, \vec{\rho}) = 2E_p\zeta(\mathrm{p}, \vec{\rho})$; $2E_p = 2M\mathrm{ch}\,\chi = 2\sqrt{M^2 + \mathrm{p}^2}$;

$$\hat{H}_0 = 2M\mathrm{ch}\frac{1}{M}\frac{\partial}{\partial\rho} + \frac{2M}{\rho}\mathrm{sh}\frac{1}{M}\frac{\partial}{\partial\rho} - \frac{\Delta_{\theta,\phi}}{\rho^2}, \tag{6}$$

как и в случае ОС [3], является дифференциально-разностным оператором. Решение квазипотенциального уравнения с потенциалом (5)

$$(\hat{H}_0 + V(\rho))\Psi_q(\vec{\rho}) = 2E_q\Psi_q(\vec{\rho}) \tag{7}$$

в области $0 \leqslant X^2 < 1/(2M)^2$, где $\mathrm{ctg}\,\pi\rho M < 0$ и $M_{\text{связ}} \equiv 2E_q = 2M\cos x$, для состояний с $l = 0$ имеет вид

$$\Psi_{q,l=0}(\rho) = (e^{-ix}\sin x)e^{-ix\rho}\rho\exp\left[x\frac{\mathrm{ctg}\,\pi\rho M}{2\sin x}\right]{}_2F_1\left(1 + \rho M,\; 1 + i\frac{\mathrm{ctg}\,\pi\rho M}{2\sin x};\; 2;\; 2ie^{-ix}\sin x\right). \tag{8}$$

Функция $\mathrm{ctg}\,\pi\rho M$ в (5) является константой относительно операции конечно-разностного дифференцирования (см. [3]). в силу чего в уравнении (7) она играет роль эффективной константы связи. Требование регулярности решения при $X^2 = 0$ $(\rho = 1/M)$ приводит к условию квантования $\sin 2x = x$, которое определяет два уровня энергии. Один с $M_{\text{связ}} = 2E_q = 1{,}38M$, другой с $M_{\text{связ}} = 2E_q = 2M$. В области $1/(2M)^2 \leqslant X^2 < 1/M^2$, где $\mathrm{ctg}\,\pi\rho M > 0$ и $2E_q = 2M\mathrm{ch}\,\chi \geqslant 2M$, волновая функция получается из (7) заменой $x \to -i\chi$. Требование регулярности в точке $X^2 = (1/M^2)(\rho = 0)$ приводит к условию $2\mathrm{sh}\,\chi e^{-\chi} = \chi$, определяющему еще один уровень с $M_{\text{связ}} = 2E_q = 2{,}98\,M$.

Таким образом, в системе кварк-антикварк, находящейся в поле потенциала (5) в состоянии с $l = 0$ возможно существование трех уровней энергии или трех возбужденных состояний одной частицы. Например, при массе кварка $M_q = 555$ *Мэв* получаем три состояния ρ-мезона $M_\rho = 765$ *Мэв*; $M_{\rho'} = 1100$ *Мэв*; $M_{\rho''} = 1645$ *Мэв*, которые близки к экспериментальным значениям масс ρ-мезонов.

Функции ДС $\zeta(\mathrm{p}, \vec{\rho})$ не являются квадратично-интегрируемыми [7]. Это приводит к необходимости включения в импульсном пространстве в определение скалярного произведения волновых функций (8), описывающих расстояния меньше $1/M$, регуляризующего ядра $K[(p-k)^2]$; т. е. $(\Psi_1, \Psi_2) = \int\Psi_1(\mathrm{p})K[(p-k)^2]\Psi_2(\mathrm{k})(d^3\mathrm{p}/p_0)(d^3\mathrm{k}/k_0)$. Вопросам нормировки волновых функций (8) и описания спектра мезонов и Ψ-частиц в нашей модели с запирающим кварки потенциалом (5) посвящены следующие публикации.

Автор выражает глубокую благодарность В.Г.Кадышевскому за полезное обсуждение работы.

Объединенный институт ядерных исследований

Поступила в редакцию 11 мая 1976 г.

Литература

[1] A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze. Nuovo Cim., 29, 380, 1963.

[2] V.G.Kadyshevsky. Nucl. Phys., B6, 125, 1968.

[3] V.G.Kadyshevsky, R.M.Mir-Kasimov, N.B.Skachkov. Nuovo Cim., 55A, 233, 1968; ЭЧАЯ, 2, вып. 3, 635, Атомиздат, Москва, 1972.

[4] И.С.Шапиро. ДАН СССР, 106, 647, 1956; Phys. Lett., 1, 253, 1962.

[5] Н.Б.Скачков. ТМФ, 23, 313, 1975.

[6] S.Ström. Arkiv f. Fysik, Bd. 38, nr 22, 373, 1968.

[7] И.М.Гельфанд, М.И.Граев, Н.Я.Виленкин. Обобщенные функции, Физматгиз, вып. 5, 1958.