Письма в ЖЭТФ, том 31, вып. 5, стр. 301 – 304　　　　*5 марта 1980 г.*

ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД В ПЛАНАРНОМ МАГНЕТИКЕ С ФРАСТРАЦИЯМИ

В.С.Доценко (мл)

Для планарного магнетика (xy-модель) получена зависимость температуры перехода Березинского от концентрации антиферромагнитных связей n_{af}. Показано, что эта концентрация играет роль эффективной температуры, причем выше определенной концентрации n^*_{af} фазовый переход исчезает.

В этой статье будет рассмотрен планарный магнетик (xy-модель), в которой случайным образом введено небольшое количество антиферромагнитных связей. Появление таких связей приводит к образованию так называемых фрастраций [1, 2], которые являются топологическими образованиями типа вихрей с половинным зарядом [2]. Если концентрация n_{af} антиферромагнитных связей мала, то все фрастрации расположены парами таким образом, что топологический заряд пары равен нулю. Такая пара фрастраций представляет собой диполь, образованный зарядами с модулем, равным половине заряда вихря $p = \sqrt{2\pi J}$. J – это константа связи в энергии:

$$H = J \int d^2 r \, (\vec{\nabla}\phi)^2 \tag{1}$$

ϕ – угол поворота спинов. Размер этих диполей по порядку величины равен размеру решетки. При отличных от нуля температурах у диполя, закрепленного в решетке, имеется степень свободы, связанная с тем, что диполь может менять знак своего направления путем переброса вихря с одной фрастрации на другую. Благодаря дальнодействующему взаимодействию диполей (энергия взаимодействия $\sim r^{-2}$) в принципе не исключена возможность существования фазового перехода в состояние, где направление каждого диполя замораживается. Однако имеются указания [3], что такой фазовый переход в нашей системе (степень спадания потенциала совпадает с размерностью пространства) отсутствует, и все дальнейшее будет делаться в этом предположении.

Как показал Березинский [4], в "чистом" планарном магнетике происходит фазовый переход, связанный с тем, что выше определенной температуры пары вихрей начинают диссоциировать [5]. В данном случае кроме обычных пар вихрей, размер и количество которых регулируется температурой, имеются также насильственно введенные полувихри. Таким образом энергия системы с m парами температурных вихрей без учета спиновых волн может быть записана в виде [5]:

$$H = - \sum_{i \neq j} q_i q_j \ln \left| \frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j}{\mathbf{r}_0} \right| + 2\mu m, \qquad |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j| \geqslant r_0 \, . \tag{2}$$

Величина 2μ представляет собой энергию, необходимую для образования одной пары температурных вихрей. Суммирование ведется по всем вихрям и фрастрациям, причем для фрастраций следует полагать $|q| = \frac{1}{2} p$. В статистической сумме, кроме интегрирования по всем возможным положениям подвижных вихрей, мы теперь должны также учитывать всевозможные распределения знаков фрастраций с учетом общей нейтральности:

$$Z = \sum_{\substack{\text{по знакам}\\ \text{фрастраций}}} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{K^{2m}}{(m!)^2} \left(\prod_{j=1}^{2m} \int_{D_j} d^2 r_j \right) \exp \left\{ \beta \sum_{k \neq l} q_k q_l \ln \left| \frac{\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_l}{r_0} \right| \right\}. \qquad (3)$$

Здесь $r_0^2 K = \exp(-\beta\mu)$, а область интегрирования D_j определяется тем условием, что вихри не могут находиться ближе размера решетки r_0. Если теперь в (3), следуя [6], мы проведем ренормировку, изменяя масштаб $r_0 \to r_0 + dr_0$, то в результате получим те же, что и в [6] уравнения:

$$\frac{d(Kr_0^2)}{dr_0} = -(\beta p^2 - 2) \frac{1}{r_0},$$

$$\frac{d(\beta p^2)}{dr_0} = -2\pi^2 \beta p^2 (Kr_0^2)^2 \frac{1}{r_0}, \qquad (4)$$

что приводит к существованию такого же, как и в "чистой" модели фазового перехода. Температура перехода определяется условием:

$$\frac{1}{T_c} p_1^2 \approx 2 \qquad (5)$$

(без учета малой экспоненты $\exp(-\beta_c \mu)$), только теперь константа взаимодействия вихрей p_1^2 зависит от температуры благодаря поляризуемости диполей. Эту поляризуемость нетрудно получить. Энергия системы диполей во внешнем поле $\mathbf{E}$ имеет вид

$$U = -|\mathbf{E}| p r_0 \sum_i \sigma_i \cos\theta_i - \sum_{i \neq j} \kappa_{ij} \sigma_i \sigma_j . \qquad (6)$$

Здесь θ_i – зафиксированные углы поворота диполей, $\sigma = \pm 1$, суммирование ведется по всем диполям. Средний дипольный момент $\overline{\langle D \rangle}$ направлен по полю $\mathbf{E}$:

$$\overline{\langle D \rangle} = \left(\prod_i \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} d\theta_i \right) \frac{\sum_{\{\sigma\}} \left(\sum_i \frac{1}{2} p r_0 \sigma_i \cos\theta_i \exp\{-\beta U\} \right)}{\sum_{\{\sigma\}} \exp\{-\beta U\}} .$$

Для поляризуемости $\frac{\partial}{\partial E} \overline{\langle D \rangle}|_{E=0}$ получим:

$$\left(\prod_i \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} d\theta_i\right) \tfrac{1}{2} \beta p^2 r_0^2 \sum_{i,j} \langle \sigma_i \sigma_j \rangle \cos\theta_i \cos\theta_j \, .$$

Отсюда, учитывая, что $\langle \sigma_i \sigma_j \rangle \approx \langle \sigma^2 \rangle \delta_{ij} = \delta_{ij}$ (так как даже при $T = 0$ энтропия единицы площади не равна нулю), а также то, что концентрация диполей равна $2n_{af}$ получим диэлектрическую проницаемость среды:

$$\epsilon = 1 + 2\beta\pi^2 J n_{af}. \tag{7}$$

Поэтому статистический вес пары вихрей имеет вид

$$-\frac{4\pi J}{T + 2\pi^2 J n_{af}} \ln\frac{r}{r_0} - \frac{2\mu}{T} \, . \tag{8}$$

Из (5) получаем уравнение кривой фазовых переходов

$$T_c + 2\pi^2 J n_{af} = \pi J \, . \tag{9}$$

При $n_{af} = n^*_{af} \equiv \frac{1}{2\pi}$ температура перехода обращается в нуль. Выражение

$$T_{\text{эфф}} = T + 2\pi^2 J n_{af} \tag{10}$$

играет роль эффективной температуры xy-модели с подсистемой фрастраций, поскольку этим же выражением определяется спин-спиновый коррелятор

$$\overline{\langle (\mathbf{s}(\mathbf{r}), \mathbf{s}(\mathbf{r}')) \rangle} = \left| \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{r_0} \right|^{-\frac{T_{\text{эфф}}}{4\pi J}} \, . \tag{11}$$

Действительно, угол отклонения спина ϕ можно представить в виде $\phi = \psi + \bar{\phi}$, где ψ – малые температурные отклонения, а $\bar{\phi}$ определяется конфигурацией диполей:

$$\bar{\phi}(\mathbf{r}) = \tfrac{1}{2} \sum_i \frac{(\mathbf{a}_i, \mathbf{r} - \mathbf{x}_i)}{|\mathbf{r} - \mathbf{x}_i|^2} \sigma_i$$

($\mathbf{a}_i$ – направление, а $\mathbf{x}_i$ – положение i-го диполя). Поэтому:

$$\overline{\langle (\mathbf{s}(\mathbf{r}), \mathbf{s}(\mathbf{r}')) \rangle} =$$

$$\left(\prod_i \frac{1}{S} \int d^2 x_i \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} d\theta_i\right) \langle \exp\{i(\bar{\phi}(\mathbf{r}) - \bar{\phi}(\mathbf{r}'))\} \rangle \left| \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{r_0} \right|^{-\frac{T_{\text{эфф}}}{4\pi J}}$$

(S — площадь системы). Вычисление приводит к результату (11).

Таким образом под кривой (9) мы имеем задачу о "чистой" xy-модели с эффективной температурой (10). Из этого, в частности, следует, что сохраняется критический индекс фазового перехода.

Заметим, что результат (11), в отличие от (8), не зависит от предположения об отсутствии замороженного состояния дипольной подсистемы.

Автор благодарен Г.Е.Воловику за предложение задачи и полезные обсуждения, а также В.Л.Покровскому и М.В.Фейгельману за полезные дискуссии.

Поступила в редакцию
24 января 1980 г.

Литература

[1] G. Toulouse. Comm., Phys. 2, 115, 1977.

[2] J.Villain. J. Phys. C, 10, 4793, 1977.

[3] R.Fish. Preprint. Princeton University.

[4] В.Л.Березинский. ЖЭТФ, 907, 1970; 61, 1144, 1971.

[5] J.M.Kosterlitz, D.J.Thouless. J. Phys. C., 6, 1181, 1973.

[6] J.M.Kosterlitz. J. Phys. C., 7, 1046, 1974.