Письма в ЖЭТФ, том 75, вып. 11, с. 664 – 668 © 2002 г. 10 июня

Статистика длинноволновых флуктуаций и закон расширения турбулентной зоны при неустойчивости Рихтмайера–Мешкова

Н. А. Иногамов

Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, 142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 22 апреля 2002 г.

Решена важная задача о турбулентности Рихтмайера-Мешкова (РМТ). Экспериментальному, численному (прямое численное моделирование) и полуфеноменологическому (турбулентная диффузия, оболочечные модели) анализу РМТ посвящено много работ. Все они носят приближенный характер. В них отслеживается эволюция слоя перемешивания и находится средняя толщина слоя $h(t)$. Далее по наклону кривой $h(t)$ в логарифмических координатах $\ln t, \ln h$ судят о приближенной величине важнейшего показателя θ ($h \propto t^\theta$). В данной работе излагается теоретический подход, позволяющий определить показатель θ точно.

PACS: 47.20.–k, 47.27.–i, 47.52.+j

1. Современная ситуация. К необходимости исследования турбулентного перемешивания подводят многие физические проблемы (астрофизика, физика взрывных процессов, инерционный термоядерный синтез, конвекция и др.) [1 – 5]. Перемешивание вызывается неустойчивостями Рихтмайера-Мешкова (РМ), Рэлея-Тейлора (РТ) и Кельвина-Гельмгольца (КГ). При РТ турбулентности на автомодельной стадии фронт перемешивания движется в тяжелой жидкости по закону $h_+ = [\alpha_+^{RT}/(1+\mu)]g_A t^{\theta^{RT}}$, где $\theta^{RT} = 2$, $\mu = \rho_l/\rho_h < 1$ – отношение плотностей, $g_A = (1-\mu)g$ – ускорение Архимеда, $\alpha_+^{RT} \approx 0.05$ [1 – 5]. Поверхность $z = h_+(t)$ ограничивает слой перемешивания сверху. При автомодельной КГ турбулентности в случае $\mu = 1$ перемешанный слой ограничен фронтами $h_\pm = \pm\alpha_+^{KH} u t^{\theta^{KH}}$, где $\theta^{KH} = 1$, u– разность скоростей между жидкостями, $\alpha_+^{KH} \approx 0.07$ [6, 7]. При РМ турбулентности асимптотически фронт перемешивания $z = h_+(t)$ распространяется по тяжелой жидкости степенным образом

$$h_+ \propto t^{\theta_+^{RM}} \qquad (1)$$

с показателем θ_+^{RM}. Этот показатель является важнейшей количественной характеристикой РМТ.

Считается, что РМ турбулентность сложнее, чем РТ и КГ турбулентности. В РТ и КГ случаях происходит "простой" инверсный каскад [1 – 5]. Ясное объяснение причин каскада укрупнений следует из триады (i) случайно-периодических крупномасштабных структур, (ii) субгармонической неустойчивости (или неустойчивости периодичности) и (iii) последовательности укрупнений [4, 5]. Показатели θ^{RT} и θ^{KH} находятся легко из размерности (gt^2 и ut пропорциональны длине). Коэффициенты α_+^{RT} и α_+^{KH} относятся к невычисляемым величинам. Они подлежат экспериментальному приближенному определению. Эти коэффициенты зависят от комбинации сложных нелинейных, статистических и диссипативных процессов.

По РМ перемешиванию на сегодняшний момент общая точка зрения состоит в следующем. Считается, что показатель θ_+^{RM}, аналогично коэффициентам α_+^{RT}, α_+^{KH}, является невычисляемым (то есть не может быть определен аналитическим выражением). Высказывается "энергетическое" соображение, согласно которому выполняется соотношение

$$\theta_+^{RM} = 2/3 - \Delta\theta_{\text{diss}}. \qquad (2)$$

Показатель 2/3 получается при сохранении энергии [3, 8 – 14] ($E = \rho v^2 h/2 \sim \rho h^3/t^2$, отсюда $h \propto t^{2/3}$). Такой показатель получается из баланса энергии в задаче о сильном взрыве на плоской границе двух газов разной плотности ρ_l и ρ_h [15]. Интересно, как асимптотика задачи о сильном взрыве при $\mu \to 0$ переходит в асимптотику задачи о коротком ударе [16]. "Сдвиг" $\Delta\theta_{\text{diss}} > 0$ связывают с потерями энергии из-за мелкомасштабной (возможно колмогоровской) диссипации [10, 12, 13].

Итак, величины α_+^{RT}, α_+^{KH} и θ_+^{RM} относятся к важнейшим первичным количественным характеристикам РТ, КГ и РМ перемешивания, соответственно. Ведутся многочисленные исследования, нацеленные на их уточнение (см., например, перечни статей в обзорной части работы [14]). В случае РМТ теоретическая оценка дает (i) $\theta_+^{RM} = 2/7$ [17, 9, 18], из эмпирической модели турбулентной диффузии следует (ii) $\theta_+^{RM} \approx 0.315$ и 0.295 [9], эмпирическая модель пузырьковой цепочки или оболочки дает (iii)

$\theta_+^{RM} \approx 0.40$ [19], из эксперимента [3, 14] следует (iv) $\theta_+^{RM} = 0.25 \pm 0.05$, наконец, прямое численное моделирование [10] приводит к значению (v) $\theta_+^{RM} \approx 0.30$ (с оговорками, см. [10], стр. 737). Как видим, разброс значений широкий. Авторам неясно, как сказывается геометрия (2D или 3D) на перемешивании. Идеологической основой остается формула (2), увязывающая искомый показатель с тепловыделением на вязких масштабах.

Ниже предлагается альтернативная теория. Показатель находится строго. Расширение турбулизованного слоя сопровождается укрупнением доминирующей структуры. Динамика расширения следует из закона генерации импульса за счет длинноволновых флуктуаций. Их амплитуда определяется статистически. Получается, что за расширение слоя ответственна статистика длинноволновых гармоник, а не коротковолновое вязкое трение. Показатели θ_+^{RM} разные в 2D и 3D случаях.

2. Коротмасштабное возмущение и импульсное ускорение. Неустойчивость РМ развивается после прохождения ударной волны (УВ) через возмущенную границу контакта η двух газов [3–5, 9–14, 18–24]. До взаимодействия с границей плоскость УВ параллельна плоскости $z = 0$. Невозмущенной границей является прямая $z = \eta_{\text{unpert}}(x) \equiv 0$ (2D) или плоскость $z = \eta_{\text{unpert}}(x, y) \equiv 0$ (3D). Пусть для определенности тяжелый газ находится “сверху” при $z > \eta$. До прохода УВ вещества покоятся. До УВ возмущенная граница является волнистой кривой $\eta_{2D} = \eta(x)$ (2D) или волнистой поверхностью $\eta_{3D} = \eta(x, y)$ (3D).

2.1. Случайнопериодические кривые и поверхности. Начальное возмущение имеет характерный масштаб λ_0 в плоскости $z = 0$ и является случайнопериодической функцией (СПФ). Необходимо “стартовать” от (i) случайных и (ii) ”сосредоточенных” по волновым числам (масштаб не более заданного, без дополнительных длинноволновых возмущений) начальных данных. Требуется изучить эволюцию до больших времен $t \gg t_0 = \lambda_0/w_0$, где w_0 – характерная скорость на масштабе λ_0 после прохождения УВ. На этих временах устанавливается искомый степенной режим (1). Спектральные и статистические свойства 2D СПФ η_{2D} описаны в [4, 5, 25]. В 3D случае “рельеф” η_{3D} представляет собой случайную “решетку” (цепочка в 2D) “холмов” и “ям”, $\bar{\eta}_{3D} = (2\pi)^{-2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \eta_{3D} dx dy = 0$. Будем задавать функции η_{2D}, η_{3D} в “ящиках” шириной 2π с периодическим продолжением по бокам. Разумеется, $\lambda_0 \ll 2\pi$ (в “ящике” очень много холмов).

Пусть l_i дает расстояние от вершины холма i до другой вершины, ближайшей к ней. Индекс i пробегает все вершины. Рассмотрим статистику l_i. Имеем $\bar{l}_i \sim \lambda_0$ для среднего и $\sqrt{\overline{(l_i - \bar{l}_i)^2}} \sim \lambda_0$ для дисперсии. Это означает “случайное порядка среднего”. Поэтому эти функции называются случайнопериодическими.

2.2. Спектральное представление. Изучим спектры СПФ η_{2D}, η_{3D}. Имеем

$$\begin{gathered}\eta_{2D} = \sum_n (\eta_n^{(1)} C_{nx} + \eta_n^{(2)} S_{nx}),\\ \eta_n^{(1)} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \eta_{2D} C_{nx} dx, ..., C_{nx} = \cos nx,\end{gathered} \tag{3}$$

$$\begin{gathered}\eta_{3D} = \sum_n \sum_m (\eta_{nm}^{(1)} C_{nx} C_{my} + \eta_{nm}^{(2)} C_{nx} S_{my} +\\ + \eta_{nm}^{(3)} S_{nx} C_{my} + \eta_{nm}^{(4)} S_{nx} S_{my}),\end{gathered} \tag{4}$$

$$\begin{gathered}\eta_{nm}^{(1)} = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \eta_{3D} C_{nx} C_{my} dx dy,\\ \eta_{nm}^{(2)} = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \eta_{3D} C_{nx} S_{my} \dots\end{gathered} \tag{5}$$

С размером λ_0 связано волновое число $n_0 = 2\pi/\lambda_0$. В 2D (3D) случае на отрезке 2π (в квадрате $2\pi \times 2\pi$) находится $\sim n_0 \gg 1$ ($\sim n_0^2 \gg 1$) холмов.

Рассмотрим длинноволновую асимптотику $n \ll n_0$ спектров (3)–(5). Разобъем интегралы $\eta_n^{(1,2)}$ по отрезкам 2π (3) и интегралы $\eta_{nm}^{(1,2,3,4)}$ по квадратам $2\pi \times 2\pi$ (5) на сумму интегралов по полуволнам. Гармоники n, m имеют длины волн $\lambda_n = 2\pi/n$ и $\lambda_m = 2\pi/m$. Рассмотрим, например, амплитуду Фурье $\eta_n^{(2)}$. Поделим отрезок $[0, 2\pi]$ на подотрезки точками $x_i = \lambda_n i/2$, $i = 0, 1, ..., 2n$, $x_{2n} = \lambda_n n = 2\pi$. Запишем

$$\begin{gathered}\eta_n^{(2)} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \eta_{2D}(x) S_{nx} dx =\\ = \frac{1}{\pi} \sum_{j=0}^{n-1} \int_{x_{2j}}^{x_{2j+1}} ... + \frac{1}{\pi} \sum_{j=0}^{n-1} \int_{x_{2j+1}}^{x_{2j+2}} ...\end{gathered} \tag{6}$$

В (6) первая сумма набирается по положительным полуволнам функции $\sin nx$, а вторая – по отрицательным. В 3D случае квадрат $2\pi \times 2\pi$ разбивается на малые квадраты по положительным и отрицательным участкам функций $C_{nx} C_{my}$, $C_{nx} S_{my}$, $S_{nx} C_{my}$ и $S_{nx} S_{my}$.

Слагаемые сумм в формуле (6) относятся к полуволнам длиной $\lambda_n/2$. В каждую полуволну попадает много холмов и ям СПФ $\eta_{2D}(x)$, поскольку $\lambda_n \gg \lambda_0$. Среднее от отдельного слагаемого $I = \int_{\lambda_n/2} ...$ по полуволне равно нулю. Из-за случайного поведения

СПФ величина I флуктуирует около среднего с дисперсией

$$\sqrt{\overline{I^2}} \sim \sqrt{\lambda_n/\lambda_0}\,(1/\pi)\,(\bar\eta_{2D}\lambda_0),$$
$$\bar\eta_{2D} = \sqrt{(2\pi)^{-1}\int_0^{2\pi}[\eta_{2D}(x)]^2 dx}, \tag{7}$$

где $\bar\eta_{2D}$ – дисперсия функции η_{2D}, множитель $\bar\eta_{2D}\lambda_0$ дает оценку интеграла $|\int_{\lambda_0}\eta_{2D}dx|$ на одной паре холм/яма.

Средняя амплитуда (6) – нуль. Дисперсия суммы (6) случайных слагаемых I (7) равна

$$\sqrt{\overline{(\eta_n^{(2)})^2}} \sim \sqrt{\frac{2\pi}{\lambda_n}}\sqrt{\frac{\lambda_n}{\lambda_0}}\,\frac{1}{\pi}\,(\bar\eta_{2D}\lambda_0) = \\ = \sqrt{\frac{2\pi}{\lambda_0}}\,\bar\eta_{2D}\frac{\lambda_0}{\pi} \sim \frac{\bar\eta_{2D}}{\sqrt{n_0}}. \tag{8}$$

Фактор $\sqrt{2\pi/\lambda_n}$ в формуле (8) образуется вследствие сложения случайных слагаемых (7). Как видим, в (8) длина волны λ_n сокращается, и зависимость от номера гармоники n пропадает. Аналогично, в 3D геометрии средняя амплитуда $\eta_{nm}^{(1,2,3,4)}$ (5) – нуль. Дисперсия флуктуаций этих амплитуд не зависит от номеров n, m и равна

$$\sqrt{\overline{(\eta_{nm}^{(1,2,3,4)})^2}} \sim \sqrt{\frac{(2\pi)^2}{\lambda_N^2}}\sqrt{\frac{\lambda_N^2}{\lambda_0^2}}\,\frac{1}{\pi^2}(\bar\eta_{3D}\lambda_0^2) \sim \frac{\bar\eta_{3D}}{n_0}, \\ N = N_{nm} = \sqrt{n^2+m^2}. \tag{9}$$

Можно показать, что амплитуды η_n или η_{nm} соседних гармоник n и $n+1$ или n, m и $n, m+1$ флуктуируют независимо. Это означает, что нет корреляции между фазами этих гармоник.

2.3. Удар, приведение в движение и формула Рихтмайера. Представляет интерес случай малых возмущений ($|(d/dx)\eta_{2D}| \ll 1$, $|(\eta_{3D})_x|$, $|(\eta_{3D})_y| \ll 1$), когда применима формула Рихтмайера

$$w_n = F\,\mathrm{At}\,n\eta_n w_{sw}, \\ w_{nm} = F\,\mathrm{At}\,N_{nm}\eta_{nm}w_{sw}, \\ \mathrm{At} = \frac{1-\mu}{1+\mu}, \tag{10}$$

где w_{sw} – скорость невозмущенной границы за УВ, η_n, η_{nm} – амплитуды гармоник возмущений границы за УВ, At – число Атвуда за УВ, F – коэффициент, зависящий в случае идеальных газов от их показателей адиабаты, от отношения скоростей звука и числа Маха падающей УВ (в несжимаемом случае $F=1$). В выбранной системе координат x, y, z и скоростей u, v, w имеются горизонтальные, u, v, и вертикальные, w, скорости. Многочисленные работы (см., например, [26] и обзоры [4, 5]) посвящены линейной теории неустойчивости РМ в сжимаемой среде. Их “продукцией” является функция F.

УВ “перерабатывает” гармоники η_n в гармоники w_n. Короткий (по сравнению с процессом развития РМТ) процесс ускорения границы при пересечении ее УВ (“удар”) оставляет вихревой ”след” на границе [4, 5, 23, 24]. С ним связано приповерхностное поле скоростей. Формула (10) линейно связывает гармоники η_n и w_n. Важно, что коэффициент F однороден по масштабам (не зависит от n). Из сказанного в п. 2.2 и формулы (10) следует заключение о начальном спектре скорости. Он определяет дальнейшее движение. Получается, что на наиболее важном длинноволновом участке спектра $0 < n <\sim n_0$ амплитуды w_n (w_{nm}) линейны по волновому числу n (N_{nm}), а фазы гармоник скорости случайны.

2.4. “Сетка” поля скорости в глубине, степенное убывание скорости при удалении от границы. Известно [4, 5], что при малых углах ($|\eta_x| \ll 1$) после приведения вещества в движение сжимаемостью можно пренебречь. Дело в том, что скорости (10) малы из-за фактора $n\eta_n$ по сравнению со скоростью звука ($c_s \sim w_{sw}$). Следовательно, можно использовать приближение несжимаемой жидкости. Кроме того, завихренность сосредоточена на границе, поскольку в линейном по возмущениям η случае УВ не может создать завихренность в объеме. Границу при нахождении начального поля скоростей приближенно можно считать плоской. В этих предположениях из уравнения Лапласа $\Delta\varphi = 0$ по вертикальной скорости на границе $w(x, y, z=0, t=0)$ легко находится потенциал. Вместе с ним определяются все компоненты скорости и зависимость скорости от вертикальной координаты z, например, $w(x, y, z, t=0)$. Имеем

$$w(x,y,z,0) = \\ = \sum_n\sum_m (w_{nm}^{(1)}C_{nx}C_{my} + w_{nm}^{(2)}C_{nx}S_{my} + \ldots)\times \\ \times\exp(-N_{nm}|z|). \tag{11}$$

При $m=0$ получаем формулу для 2D случая. Изза эллиптичности лапласиана скорость гармоники с длиной волны λ экспоненциально убывает на глубине $\sim\lambda$.

Рассмотрим зависимость скорости (11) от координаты z. На расстоянии z^* от границы существенны гармоники с длиной волны $\lambda^* \sim z^*$, $n^* = 2\pi/\lambda^*$.

Действительно, мелкомасштабные ($n \gg n^*$) гармоники экспоненциально затухли, а крупномасштабные, как будет видно, имеют малую амплитуду. Поэтому для нахождения скорости $w^* = w(x, y, z^*, 0)$ необходимо просуммировать отрезок ряда (11) по номерам $n_{lw} < n < n_{sw}$, где $n_{lw} = n^*/q$, $n_{sw} = n^* q$, $q \sim 1$, например, $q = 2$. Важно, что фазы соседних слагаемых случайны. Имеем $\overline{w^*} = 0$,

$$\sqrt{\overline{(w^*)^2}} \sim \sqrt{n^*} w_{n*} \sim (n^*)^{3/2} w_{n0}/n_0 \sim$$

$$\sim (\lambda_0/\lambda^*)^{3/2} w_0 \sim w_0 \lambda_0^{3/2}/(z^*)^{3/2}, \qquad (12)$$

$$\sqrt{\overline{(w^*)^2}} \sim N^* w(n^*, m^*) \sim (N^*)^2 w(n_0, m_0)/N_0 \sim$$

$$\sim (\lambda_0/\lambda^*)^2 w_0 \sim w_0 \lambda_0^2/(z^*)^2. \qquad (13)$$

Формулы (12) и (13) относятся к случаям 2D и 3D; $w(n, m) \equiv w_{nm}$. Имеются амплитуда n-й гармоники скорости w_n, амплитуда w_{n0} гармоники n_0 и собственно скорость w_0 возмущений масштаба λ_0.

При выводе (i) амплитуда гармоники скорости w_{n*} выражена через амплитуду гармоники η_{n*} по формуле (10). (ii) Использовано $\eta_{n*} \sim \eta_{n0}$ (8), (9). (iii) По формуле (10) возвращаемся от η_{n0} к w_{n0}. (iv) Выражаем амплитуду гармоники w_{n0} через дисперсию скоростей w_0 на масштабе λ_0. Заменяем волновые числа n^*, n_0 на длины волн. (v) Используем соотношение $\lambda^* \sim z^*$.

Как видим, из-за длинноволновой статистики флуктуации скорости медленно степенным (а не экспоненциально быстро на масштабе $\sim \lambda_0$) образом убывают при удалении от границы.

2.5. Укрупняющаяся сетка и инверсный каскад. Статистика скорости (11) дается формулами (12), (13). Представим чередование областей, в которых функция $w(x, y, z, 0)$ положительна или отрицательна. Видим, что эти области представляют собой ячейки размером $\sim z$ по вертикали и горизонтали. При увеличении z размер ячеек растет. Кривая (2D) или поверхность (3D), на которой скорость меняет знак, образует сетку с укрупняющимися ячейками. Она формируется в процессе короткого УВ ускорения случайно возмущенной границы.

Определим показатель θ_+^{RM}. Слой перемешивания расширяется в соответствии с полем скорости (11). Прохождение ячейки z^* занимает время $t^* \sim z^*/w^* \sim \sim (z^*)^{5/2}$ в 2D и $\sim (z^*)^3$ в 3D (12), (13). Поэтому сначала исчерпываются мелкие, а затем все более и более крупные ячейки. В этом состоит инверсный каскад. Для скорости расширения имеем $dh_+/dt \sim w \sim w_0 \lambda_0^{3/2}/z^{3/2} \sim w_0 \lambda_0^{3/2}/h_+^{3/2}$ в 2D и $dh_+/dt \sim w_0 \lambda_0^2/h_+^2$ в 3D. Отсюда следуют формулы

$$\begin{aligned} h_+ &\sim \lambda_0^{3/5} (w_0 t)^{2/5}, \quad \theta_+^{RM} = 2/5; \\ h_+ &\sim \lambda_0^{2/3} (w_0 t)^{1/3}, \quad \theta_+^{RM} = 1/3, \end{aligned} \qquad (14)$$

относящиеся к 2D и 3D случаям.

3. Перемешивание случайного распределения завихренности. Выше изучена РМТ за фронтом УВ, возникающая в ударных трубах [10, 20–24, 26] или при импульсном ускорении несжимаемой жидкости ("несжимаемая" РМ неустойчивость или импульсная РТ неустойчивость) [3, 9–14, 19, 27]. Численно изучать асимптотику РМТ (нахождение θ_+^{RM}) в постановке с УВ или импульсным ускорением трудно. Требуется отслеживать быструю УВ одновременно с медленной РМТ. Кроме того, быстрое движение вещества как целого по эйлеровой сетке ($w_0 \ll w_{sw}$ (10)) мешает детально разрешать РМ вихри (желательно "вычесть" w_{sw}). В случае импульсного ускорения необходим код, описывающий несжимаемую жидкость. Тогда как обычно применяются газодинамические коды.

В этой связи привлекательна постановка, в которой используется газодинамический код при малом числе Маха (см., например, [10, 25]) с начальным приповерхностным полем скорости, создаваемым случайным распределением завихренности по плоской границе раздела. Покажем, что и в такой постановке законы (14) остаются справедливыми. Они определяются длинноволновым крылом спектра пульсаций давления, ускорения и импульса.

Представим начальные данные. Ради краткости опустим выражения для 2D и 3D потенциала. Поле вертикальной скорости задается амплитудами гармоник w_{nm} в разложении (11) (с очевидным обобщением на 2D геометрию). Оно должно быть случайным и в пространстве горизонтальных волновых векторов "локализованным" около масштаба $\lambda_0 = 2\pi/n_0$. При этих требованиях в момент $t = 0$ имеем длинноволновый "зазор" $w_n = 0$ ($w_{nm} = 0$), $n < n_0$ ($N_{nm} < n_0$). Гармоники w_n (w_{nm}) с $n > n_0$ имеют случайную фазу. Характерная скорость равна $w_0 \sim \sqrt{n_0} w_{n0}$ ($\sim n_0 w(n_0, m_0)$), здесь w_{n0}– средняя амплитуда гармоник с $n > n_0$, $n \sim n_0$.

Чтобы пояснить механизм генерации длинноволновых флуктуаций за счет давления пузырей, рассмотрим периодический случай. В нем в начальном спектре присутствует только одна гармоника w_{n0} ($w(n_0, n_0)$). Пусть $\mu = 0$. Вследствие развития РМН возникает периодическая цепочка (2D) или решетка (3D) пузырей [4, 5, 27]. Имеется разность давлений в глубине тяжелой жидкости p_∞ и на границе $p_{cb} < p_\infty$, $\Delta p(t) = p_\infty - p_{cb} \sim \rho[w(t)]^2$, где $w-$ скорость внедрения пузыря в тяжелую жидкость [4,5,27]. На некотором удалении от вершин пузырей области положительной и отрицательной вертикальной скорости имеют вид вертикальных полос шириной $\lambda_0/2$. Периодический случай потребовался, чтобы обратить внимание на давления.

Вернемся к случайному массиву 2D или 3D пузырей. Давление $p(x,y,z^*,t)$ на удалении z^* от вершин пузырей переменно по горизонтальным координатам. Это вызвано статистическими флуктуациями давления групп неодинаковых пузырей. В группе порядка z^*/λ_0 (2D) или $\sim (z^*/\lambda_0)^2$ (3D) штук пузырей. Шаг переменности порядка z^*. Переменность давления за время $t_0 \sim \lambda_0/w_0$ существования пузырей размером λ_0 производит пространственно переменное распределение импульса жидкости. Разность вертикальных скоростей w_λ в ячейке размером $\lambda \gg \lambda_0$ по вертикали и горизонтали находится из силового баланса

$$(\rho w_0^2\lambda_0)\sqrt{\lambda/\lambda_0}(\lambda_0/w_0) \sim \rho w_\lambda \lambda^2, \;\; w_\lambda \sim (\lambda_0/\lambda)^{3/2}, \tag{15}$$

$$(\rho w_0^2\lambda_0^2)\sqrt{(\lambda/\lambda_0)^2}(\lambda_0/w_0) \sim \rho w_\lambda \lambda^3, \;\; w_\lambda \sim (\lambda_0/\lambda)^2. \tag{16}$$

В (15), (16) первая скобка – сила, связанная с одним пузырем; корень определяет амплитуду статистических флуктуаций; третья скобка – время t_0. Справа в оценках стоит импульс ячейки $\lambda\times\lambda$ ($\lambda\times\lambda\times\lambda$), приобретенный за время ускорения t_0.

Видим, снова (ср. с п. 2.5) формируется “сетка” с укрупняющимися ячейками и степенным затуханием скорости. При $t=0$ из-за длинноволнового “зазора” затухание было экспоненциальным на глубине $\sim \lambda_0$. “Зазор” ($t=0$) “залечивается” за время “оборота вихря” t_0. Записывая $dh_+/dt \sim w_\lambda$, $h_+ \sim \lambda$, возвращаемся к законам (14).

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант #02-02-17499).

---

1. *Proc. 2nd Intern. Workshop Laboratory Astrophys. with Intense Lasers,* Astrophys. J., Supplement Series **127**(2) (2000).
2. Э. И. Асиновский, В. А. Зейгарник, Е. Ф. Лебедев и др., *Импульсные МГД-преобразователи химической энергии в электрическую,* под ред. А.Е. Шейндлина и В.Е. Фортова, М.: Энергоатомиздат, 1997.
3. G. Dimonte, Phys. Plasmas **7**(6), 2255 (2000).
4. Н. А. Иногамов, А. Ю. Демьянов, Э. Е. Сон, *Гидродинамика перемешивания,* М.: Издательство МФТИ, 1999.
5. N. A. Inogamov, Astroph. Space Phys. Rev. **10**(part 2), 1 (1999).
6. F. K. Browand and B. O. Latigo, Phys. Fluids **22**(6), 1011 (1979).
7. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика,* М.: Наука, 1986.
8. G. I. Barenblatt, in *Nonlinear Dynamics and Turbulence,* Eds. G. I. Barenblatt, G. Loos, and D. D. Joseph, Boston, Pitman, 1983.
9. В. Е. Неуважаев, В. Г. Яковлев, Вопросы атомной науки и техники (ВАНТ). Сер. теор. и прикл. физика вып. 1, 28 (1988).
10. D. L. Youngs, Laser and Particle Beams **12**(4), 725 (1994).
11. C. Cherfills and K. O. Mikaelian, Phys. Fluids **8,** 522 (1996).
12. J. D. Ramshaw, Phys. Rev. **E58**(5), 5834 (1998).
13. Y. Zhou, Phys. Fluids **13**(2), 538 (2001).
14. G. Dimonte and M. Schneider, Phys. Fluids **12**(2), 304 (2000).
15. Р. И. Нигматулин, Вестник московского государственного университета. Серия 1, математика, механика вып. 1, 83 (1965).
16. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер, *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений,* М.: Наука, 1966.
17. С. З. Беленький, Е. С. Фрадкин, Труды ФИАН **29,** 207 (1965).
18. V. E. Neuvazhaev, in *Dynamics of multiphase systems.* Proceedings of International Conference on Multiphase Systems, ICMS 2000. Eds. M. Ilgamov, I. Akhatov, and S. Urmancheev, Ufa, Bashkortostan, Russia, 2000, p. 87.
19. U. Alon, J. Hecht, D. Ofer, and D. Shvarts, Phys. Rev. Lett. **74,** 534 (1995).
20. В. А. Андронов, С. М. Бахрах, Е. Е. Мешков и др., ЖЭТФ **71,** 806 (1976).
21. Yu. A. Kucherenko, S. I. Balabin, R. Cherret, and J. F. Haas, Laser and Particle Beams **15,** 25 (1997).
22. С. Г. Зайцев, Е. В. Лазарева, В. В. Чернуха, В. М. Беляев, ДАН **283**(1), 94 (1985).
23. R. Samtaney and N. J. Zabusky, Phys. Fluids **A5,** 1285 (1993).
24. N. J. Zabusky, Annu. Rev. Fluid Mech. **31,** 495 (1999).
25. Н. А. Иногамов, А. М. Опарин, А. Ю. Демьянов и др., ЖЭТФ **119,** 822 (2001).
26. J. G. Wouchuk and K. Nishihara, Phys. Plasmas **3,** 3761 (1996).
27. N. A. Inogamov, M. Tricottet, A. M. Oparin, and S. Bouquet, Phys. Lett. A (2002) accepted; arXiv:physics/0104084.