Письма в ЖЭТФ, том 75, вып. 12, с. 746 – 749

Резонанс Захарова–Бенни как механизм генерации предельно коротких импульсов в одноосных кристаллах

С.В.Сазонов[1], *А.Ф. Соболевский*

Калининградский государственный университет, 236041 Калининград, Россия

Поступила в редакцию 30 апреля 2002 г.

Обсуждается возможность генерации в одноосном кристалле предельно короткого (не содержащего высокочастотного заполнения) импульса необыкновенной волны за счет нелинейного взаимодействия в режиме резонанса Захарова–Бенни с квазимонохроматической обыкновенной волной. Показано, что соответствующие условия могут быть реализованы в кристаллах с положительным двулучепреломлением, а устойчивые предельно короткие необыкновенные солитоны способны формироваться в спектральной области нормальной дисперсии при пороговой интенсивности входного импульса порядка $10^{13}-10^{14}$ Вт/см^2.

PACS: 42.50.Md

В последнее время усиливается интерес к вопросам взаимодействия предельно коротких импульсов (ПКИ) или видеоимпульсов с веществом [1]. Такие импульсы вмещают внутри себя порядка одного (или даже половины) периода электромагнитных колебаний, и характер их взаимодействия с веществом способен существенно отличаться от такового в случае квазимонохроматических импульсов с ярко выраженной несущей частотой [2]. Помимо всего прочего, актуальность создания ПКИ связана с их возможным использованием в информационно-оптических системах: с укорочением длительности τ_p импульсов увеличивается потенциальная пропускная способность данных систем. К настоящему времени τ_p для ПКИ колеблется в пределах от сотен, десятков [3, 4] до единиц [5] фемтосекунд, а также высказываются предположения о возможности генерации аттосекундных импульсов [1, 5]. При этом реализованы и предлагаются механизмы, связанные с черенковским излучением в квадратично нелинейной среде [3], синхронизацией мод [6], компрессией фазовомодулированных сигналов в диспергирующих средах [4], с непрерывной перекачкой энергии входного квазимонохроматического импульса в стоксову компоненту в результате вынужденного комбинационного рассеяния [7 – 9] и др. [1].

В настоящей работе рассматривается возможность генерации ПКИ за счет нелинейных межмодовых взаимодействий в одноосных кристаллах.

Пусть на кристалл перпендикулярно его оптической оси y, в направлении z, подается квазимонохроматический импульс с несущей частотой ω, лежащей в области прозрачности данного кристалла ($\omega \ll \omega_0$, где ω_0 – характерная резонансная частота оптического диапазона, на которой заметно поглощение). Плоскость поляризации исходного импульса нормальна к главному сечению, то есть к плоскости (y, z), и параллельна оси x. Таким образом, исходный импульс поляризован в плоскости обыкновенной волны. При данной геометрии распространения волновые нормали и лучи сонаправлены по отношению друг к другу, вследствие чего продольная компонента поля отсутствует [10] и в динамике принимают участие только обыкновенная, E_o, и необыкновенная, E_e, компоненты электрического поля импульса, связанные с соответствующими, P_o и P_e, компонентами поляризации.

В низкочастотной области прозрачности нелинейность и дисперсия могут быть учтены аддитивным образом в разложении поляризации по степеням поля и его производным [1, 11]. Тогда

$$P_o = \chi_o E_o + 2\chi_{eo} E_e E_o - \kappa_o \partial^2 E_o/\partial t^2, \qquad (1)$$

$$P_e = \chi_e E_e + \chi_{eo} E_o^2 + \chi_{ee} E_e^2 - \kappa_e \partial^2 E_e/\partial t^2, \qquad (2)$$

где $\chi_o = \chi_{xx}^{(1)}$, $\chi_e = \chi_{yy}^{(1)}$ – компоненты тензора низкочастотной восприимчивости, $\chi_{eo} = \chi_{xxy}^{(2)} = \chi_{xyx}^{(2)} = \chi_{yxx}^{(2)}$, $\chi_{ee} = \chi_{yyy}^{(2)}$ – ненулевые компоненты тензора квадратичной низкочастотной восприимчивости (низкочастотность здесь понимается в том смысле, что в выражениях для восприимчивостей формально полагается $\omega = 0$ [11, 12]), $\kappa_{o,e} = 0.5(\partial^2\chi_{o,e}/\partial\omega^2)_{\omega=0}$ – коэффициенты, учитывающие дисперсию электронного отклика; поскольку в равновесной среде электронная дисперсия положительна, то $\kappa_{o,e} > 0$.

Отметим, что в (1) и (2) учтены свойства симметрии одноосной среды: инвариантность относительно инверсии координат, поперечных к оптической оси (при этом $P_o \to -P_o$, $E_o \to -E_o$), и ее отсутствие при

[1]e-mail: sazonov@phys.tsu.ru, nst@alg.kaliningrad.ru

инверсии продольных координат ($P_e \to -P_e$, $E_e \to -E_e$).

Подставляя (1) и (2) в правые части соответствующих волновых уравнений Максвелла и используя приближение однонаправленного распространения вдоль оси z [2, 11, 12] с учетом того, что $|\chi_e - \chi_o| \ll \chi_e, \chi_o$, получим

$$\frac{\partial E_o}{\partial z} + \frac{n_o}{c}\frac{\partial E_o}{\partial t} + a\frac{\partial}{\partial t}(E_e E_o) - \delta_o \frac{\partial^3 E_o}{\partial t^3} = \frac{c}{2n_o}\Delta_\perp \int\limits_{-\infty}^{t} E_o\, dt', \tag{3}$$

$$\frac{\partial E_e}{\partial z} + \frac{n_e}{c}\frac{\partial E_e}{\partial t} + aE_o\frac{\partial E_o}{\partial t} + bE_e\frac{\partial E_e}{\partial t} - \delta_e \frac{\partial^3 E_e}{\partial t^3} = \frac{c}{2n_o}\Delta_\perp \int\limits_{-\infty}^{t} E_e\, dt', \tag{4}$$

Здесь c – скорость света в вакууме, $n_{o,e} = \sqrt{1+4\pi\chi_{o,e}}$ – обыкновенный и необыкновенный показатели преломления, соответственно, $a = 4\pi\chi_{eo}/n_o c$, $b = 4\pi\chi_{ee}/n_o c$, $\Delta_\perp$ – поперечный лапласиан, $\delta_{o,e} = 2\pi\chi_{o,e}/n_o c$.

Заметим, что пока мы не использовали приближение медленно меняющихся огибающих (ММО) [4] и в (3), (4) фигурируют напряженности поля, а не их огибающие. Легко показать, однако, что в приближении ММО система уравнений (3), (4) переходит в хорошо известную систему, описывающую генерацию второй гармоники (ГВГ) [4] (при этом основная гармоника принадлежит обыкновенной компоненте).

Перекачка энергии из основной во вторую гармонику происходит наиболее эффективно при выполнении условий фазового и группового синхронизмов (при равенстве фазовых и групповых скоростей на обеих частотах) [4], которые в нашем случае можно записать соответственно в виде

$$(n_o - n_e)/c = \omega^2(4\delta_e - \delta_o), \quad (n_o - n_e)/c = 3\omega^2(4\delta_e - \delta_o). \tag{5}$$

Отсюда следует, что в коллинеарном режиме удовлетворить обоим условиям невозможно. В стационарном (непрерывном) режиме остается лишь условие фазового синхронизма, выражаемое первым соотношением (5). Поскольку положительные значения δ_o и δ_e обычно не сильно отличаются друг от друга, то стационарный коллинеарный режим ГВГ может быть осуществлен в одноосном кристалле с отрицательным двулучепреломлением ($n_o > n_e$).

Система (4), (5), помимо ГВГ, может описывать также режим перекачки энергии из высокочастотной обыкновенной компоненты в нулевую гармонику необыкновенной составляющей (оптическое детектирование). Чтобы показать это, представим E_o в виде

$$E_o = \xi e^{i(\omega t - k_o z)} + \text{c.c.}, \tag{6}$$

где ξ – медленно меняющаяся огибающая, k_o – волновое число обыкновенной волны. В то же время будем считать, что E_e не имеет несущей частоты. Подставляя (6) в (3), (4) и пренебрегая быстроосциллирующими членами, а также учитывая, что $|\partial\xi/\partial t| \ll \omega\xi$, придем к системе уравнений, описывающей взаимодействие между E_e и ξ в режиме резонанса Захарова–Бенни (ДКР):

$$i\frac{\partial \xi}{\partial z} + g\frac{\partial^2 \xi}{\partial \tau^2} = \omega a E_e \xi + \frac{c}{2n_o\omega}\Delta_\perp \xi, \tag{7}$$

$$\frac{\partial E_e}{\partial z} + bE_e\frac{\partial E_e}{\partial \tau} - \delta_e\frac{\partial^3 E_e}{\partial \tau^3} = -a\frac{\partial}{\partial \tau}(|\xi|^2) + \frac{c}{2n_o}\Delta_\perp \int\limits_{-\infty}^{\tau} E_e\, d\tau', \tag{8}$$

где $g = 3\delta_o\omega$, $\tau = t - z/v_g$, групповая скорость v_g обыкновенной компоненты определяется выражением $1/v_g = dk_o/d\omega = n_o/c + 3\delta_o\omega^2$.

В (8) принято во внимание условие ДКР, согласно которому групповая скорость коротковолновой (обыкновенной) волны равна фазовой скорости длинноволновой (необыкновенной) составляющей [13]: $v_g = c/n_e$, которые в нашем случае можно переписать следующим образом:

$$(n_e - n_o)/c = 3\delta_o\omega^2. \tag{9}$$

При пренебрежении дифракцией ($\Delta_\perp = 0$) из (7), (8) придем к системе, исследованной в [14]. Если, кроме того, пренебречь собственными нелинейностью и дисперсией необыкновенной компоненты ($b = \delta_e = 0$), уравнения (7), (8) переходят в интегрируемую систему Ядзимы–Ойкавы [15], являющуюся однонаправленным вариантом системы Захарова [16]. Соответствующее односолитонное двухпараметрическое решение в лабораторной системе координат имеет вид

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_m e^{-i(\Omega t - qz)}\,\text{sech}\left(\frac{t - z/v}{\tau_p}\right), \\ E_e &= -E_{em}\,\text{sech}^2\left(\frac{t - z/v}{\tau_p}\right), \end{aligned} \tag{10}$$

где $\xi_m = (6\delta_o/a\tau_p)\sqrt{\omega\Omega}$, $E_{em} = 6\delta_o/a\tau_p^2$, $q = \Omega/v + g(\Omega^2 + \tau_p^{-2})$, скорость v определяется соотношением $1/v = 1/v_g - 2g\Omega$, параметр Ω имеет смысл нелинейного частотного сдвига коротковолновой компоненты в красную область, так как $\Omega > 0$ (см. выражение для ξ_m, а также (6) и (10)).

Обыкновенная компонента импульса представляет собой солитон огибающей, в то время как необыкновенная – видеосолитон. Из (7), (8) видно, что если на входе в кристалл $E_e = 0$, то внутри среды импульс огибающей обыкновенной волны способен породить видеоимпульс необыкновенной составляющей. При этом каждый фотон обыкновенной компоненты краснеет, отдавая часть своей энергии в необыкновенную волну, чем и объясняется нелинейное смещение $\omega \to \omega - \Omega$. Из-за положительности электронной дисперсии групповая скорость обыкновенной составляющей (а вместе с ней и необыкновенной) получает положительный сдвиг: $1/v_g = n_0/c + 3\delta_o\omega^2 \to \to n_o/c + 3\delta_o(\omega - \Omega)^2 \approx n_o/c + 3\delta_o\omega^2 - 6\delta_o\omega\Omega = = 1/v_g - 2g\Omega$, что совпадает с вышеприведенным выражением для $1/v$.

Собственные нелинейность и дисперсия необыкновенной компоненты суть эффекты одного порядка малости. Поэтому условия пренебрежения ими можно записать в виде (см. (8)) $bE_{rm}^2 \ll a\xi_m^2$. Подставляя сюда выражения для E_{em} и ξ_m, получим $\omega\tau_p\Omega\tau_p \gg b/a = \chi_{ee}/\chi_{eo}$. Если принять, что χ_{ee} и χ_{eo} – величины одного порядка, то $(E_{em}/\xi_m)^2 \ll 1$ (то есть интенсивность необыкновенной компоненты относительно мала). В силу квазимонохроматичности обыкновенной составляющей имеем $\omega\tau_p \gg 1$. Тогда обсуждаемому условию достаточно легко удовлетворить в широком диапазоне параметров Ω и τ_p.

При дальнейшем распространении обыкновенная составляющая может быть устранена, например, с помощью пластинки поляроида, врезанной в образец параллельно оптической оси. Тогда динамика оставшейся необыкновенной составляющей, согласно (8), будет подчиняться уравнению Кортевега – де Вриза, для которого импульс E_e вида (10) может играть роль входного сигнала. С этого момента эволюция определяется соотношениями между параметрами данного сигнала и коэффициентами b и δ_e, но обязательно сформируется либо один, либо несколько видеосолитонов [13].

Для экспериментальных условий очень важен вопрос об устойчивости решения (10) по отношению к самофокусировке. Исследуем его, используя метод усредненного лагранжиана [17]. Поскольку решение (10) соответствует случаю $b = \delta_e = 0$, при этих же условиях рассмотрим и вопрос об устойчивости. Тогда система (7), (8) может быть получена из плотности лагранжиана

$$L = \frac{i}{2\omega}\left(\xi\frac{\partial\xi^*}{\partial z} - \xi^*\frac{\partial\xi}{\partial z}\right) + 3\delta_o\left|\frac{\partial\xi}{\partial\tau}\right|^2 - \frac{c}{2n_o\omega^2}|\nabla_\perp\xi|^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial U}{\partial z}\frac{\partial U}{\partial\tau} - \frac{c}{2n_0}(\nabla_\perp U)^2 + a|\xi|^2\frac{\partial U}{\partial\tau}, \qquad (11)$$

где функция U связана с E_e соотношением $E_e = = \partial U/\partial\tau$.

В качестве пробного решения используем выражения (10) с точностью до замен: $1/\tau_p \to R(z, \mathbf{r}_\perp)$, $\xi_m \to A(z, \mathbf{r}_\perp)$, $E_{em} \to -B(z, \mathbf{r}_\perp)R(z, \mathbf{r}_\perp)$, $qz \to \to -\omega n_o\Phi(z, \mathbf{r}_\perp)/c$, где A, B и R – “медленные ”, а Φ – “быстрая” функции продольной и поперечных $\mathbf{r}_\perp$ координат. Подставляя пробное решение в (11) и учитывая производные лишь от “быстрых” переменных [17], после интегрирования по τ по найдем “средний” лагранжиан:

$$\Lambda \equiv \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty} L d\tau = \frac{n_o}{cR}A^2\frac{\partial\Phi}{\partial z} - \delta_o A^2 R - 3\delta_o\frac{\Omega^2 A^2}{R} + \frac{n_o}{2cR}A^2(\nabla_\perp\Phi)^2 - 2\delta_o\omega\Omega B^2 R - \frac{2}{3}aA^2 B.$$

Варьирование данного лагранжиана по A, B, R и Φ приводит к системе уравнений плоской гидродинамики идеальной жидкости (уравнению непрерывности и интегралу Коши):

$$\frac{\partial\rho}{\partial z} + \nabla_\perp(\rho\mathbf{V}_\perp) = 0, \quad \frac{\partial\Phi}{\partial z} + \frac{\mathbf{V}_\perp^2}{2} + \int\frac{dp}{\rho} = 3\frac{c}{n_o}\delta_o\Omega^2, \qquad (12)$$

в которой роль времени играет координата z, $\mathbf{V}_\perp = = \nabla_\perp\Phi$, а “давление” p связано с “плотностью” $\rho = = A^2/R$ “уравнением состояния” вида

$$\frac{dp}{d\rho} = 6\frac{c}{n_o}\delta_o\left(\frac{a}{6\delta_o\sqrt{\omega\Omega}}\right)^4\rho^2. \qquad (13)$$

При этом для A и B имеем выражения $A = = 6\delta_o R\sqrt{\omega\Omega}/a$, $B = -6\delta_o R/a$. В одномерном случае ($\nabla_\perp = 0$) получаем $R = 1/\tau_p = \mathrm{const}$ и пробные решения переходят в (10).

Очевидно, устойчивость решения (10) эквивалентна устойчивости течения идеальной жидкости типа (12), (13): $dp/d\rho > 0$. Как следует из (13), данное условие выполняется, так как дисперсия электронного отклика положительна ($\delta_o > 0$).

Механизм порождения видеоимпульса, обусловленный ДКР, очень близок к соответствующему черенковскому механизму [3, 4]. Отличие состоит в том, что в последнем случае режим генерации ПКИ неколлинеарен и не имеет солитонного характера. Угол γ между направлениями распространения ПКИ и порождающего его импульса, который имеет в своем спектре две близкие крайние частоты ω_1 и ω_2, соответствующие волновым числам k_1 и k_2, определяется выражением [4]

$$\cos\gamma = \frac{k_2(\omega_2) - k_1(\omega_1)}{k(\omega_2 - \omega_1)},$$

где $k(\omega_2 - \omega_1)$ – волновое число на частоте $\omega_2 - \omega_1$, определяемое законом дисперсии. При этом скорость волны нелинейной поляризации на разностной частоте должна превосходить фазовую скорость волны в среде на той же частоте:

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{k_2(\omega_2) - k_1(\omega_1)} > \frac{\omega_2 - \omega_1}{k(\omega_2 - \omega_1)}.$$

Совершая в последнем неравенстве предельный переход $\omega_2 \to \omega_1$ и полагая $\gamma = 0$, придем к условию ДКР.

Из (9) следует, что рассмотренный здесь режим ДКР может быть реализован в кристаллах с положительным двулучепреломлением $(n_e > n_o)$. Учитывая близость значений n_e и n_o, запишем $n_e - n_o \approx \approx (n_e^2 - n_o^2)/2n_o = 2\pi(\chi_e - \chi_o)/n_o$. Кроме того $\delta_o = 2\pi\kappa_o/n_o c \approx 2\pi\chi_o/n_o c\omega_0^2$, и условие (9) примет вид $(\chi_e - \chi_o)/3\chi_o \approx (\omega/\omega_0)^2$. Для кристаллического кварца $n_e = 1.55$, $n_o = 1.54$ [18]. Тогда $(\chi_e - \chi_o)/3\chi_o \approx 0.01$. Следовательно, $\omega/\omega_o \approx 0.1$. Взяв $\omega_0 \sim 10^{16}\,\text{с}^{-1}$ [19], найдем $\omega \sim 10^{15}\,\text{с}^{-1}$. Поскольку для входного импульса $\omega\tau_p \gg 1$, то его длительность $\tau_p \sim 10{-}100$ фс. Длительностью примерно такого же порядка, согласно (13), будет обладать и генерируемый видеосолитон. Таким образом, подбирая должным образом несущую частоту входного сигнала, можно добиться выполнения условия ДКР и тем самым осуществить эффективную генерацию ПКИ.

Оценим интенсивность входного импульса, при которой в кристалле способен формироваться видеосолитон. Из (8) при $b = \delta_e = \Delta_\perp = 0$ имеем $E_e \sim (1/v - 1/v_g)^{-1} a|\xi|^2 \sim -a|\xi|^2/2g\Omega$. Подставляя данную оценку в (7) при $\Delta_\perp = 0$, придем к нелинейному уравнению Шредингера (НУШ)

$$i\frac{\partial\xi}{\partial z} + g\frac{\partial^2\xi}{\partial\tau^2} + \beta|\xi|^2\xi = 0,$$

где $\beta = \omega a^2/2g\Omega$ (разумеется, здесь лишь условно можно говорить об уравнении, так как в коэффициенте β содержится параметр Ω солитонного решения системы (7), (8)).

Известно [13], что для формирования солитона НУШ должно выполняться пороговое условие $\xi_0\tau_{p0} > > \sqrt{g/\beta}$, где ξ_0 и $\tau_{p0} \sim \tau_p$ – амплитуда и длительность входного импульса. Тогда, используя выражения для β, a, g, найдем $\xi_0 > (\chi_o/\chi_{eo})\sqrt{\omega\Omega}/\omega_0^2$.

Поскольку $\chi_o/\chi_{eo} \sim \chi^{(1)}/\chi^{(2)} \sim \hbar\omega_0/d$ [1], где $\hbar$ – постоянная Планка, d – характерное значение дипольного момента квантовых переходов, участвующих во взаимодействии с импульсом, то $\xi_0 > > \xi_{th} \sim \hbar\sqrt{\omega\Omega}/d\omega_0\tau_p$. Взяв $\Omega \sim 1/\tau_p \sim 10^{14}\,\text{с}^{-1}$, $\omega \sim 10^{15}\,\text{с}^{-1}$, $\omega_0 \sim 10^{16}\,\text{с}^{-1}$, $d \sim 10^{-20}$ СГСЭ, получим для пороговой интенсивности $I_{th} \sim c\xi_{th}^2/4\pi \sim \sim 10^{13}{-}10^{14}\,\text{Вт/см}^2$. Тогда интенсивность генерируемого видеосолитона $I_e \approx cE_{em}^2/4\pi \sim c\xi_m^2/4\pi\omega\tau_p \sim \sim I_{th}/\omega\tau_p \sim 0.1 I_{th} \sim 10^{12}{-}10^{13}\,\text{Вт/см}^2$.

Данная процедура оценки, не претендуя на строгость, дает, тем не менее, разумные значения пороговых интенсивностей, вполне достижимых для современных лазеров.

То обстоятельство, что условия (5) и (9) удовлетворяются в кристаллах с противоположными знаками двулучепреломления, должно способствовать эффективному отделению явления формирования видеосолитона от генерации второй гармоники.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект # 02-02-17710а).

---

1. T. Brabec and F. Krausz, Rev. Modern Phys. **72**, 545 (2000).
2. А. И. Маймистов, КЭ **30**, 287 (2000).
3. D. H. Auston, K. P. Cheung, J. A. Valdmanis, and D. A. Kleinman, Phys. Rev. Lett. **53**, 1555 (1984).
4. С. А. Ахманов, В. А. Выслоух, А. С. Чиркин, *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов*, М.: Наука, 1988.
5. А. В. Ким, М. Ю. Рябикин, УФН **169**, 58 (1999).
6. T. W. Hönsch, Opt.Commun. **80**, 71 (1990).
7. Э. М. Беленов, П. Г. Крюков, А. В. Назаркин, И. П. Прокопович, ЖЭТФ **105**, 28 (1994).
8. A. Nazarkin and G. Korn, Phys. Rev. **A58**, R 61 (1998).
9. Fam Le Kien, J. Q. Liang, M. Katsuragawa et al., Phys. Rev. **A60**, 1562 (1999).
10. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, М.: Наука, 1973. (M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon Press, London, 1968).
11. Э. М. Беленов, А. В. Назаркин, Письма в ЖЭТФ **100**, 252 (1990).
12. I. V. Mel'nikov and Mihalache, Phys. Rev. **A56**, 1569 (1997).
13. Р. Додд, Дж. Эйлбек, Дж. Гиббон, Х. Моррис, *Солитоны и нелинейные волновые уравнения*, М.: Мир, 1988. (R. K. Dodd, J. C. Eilbeck, J. D. Gibbon, and H. C. Morris, *Solitons and Nonlinear Wave Equations*, Academic Press, Inc. London, 1984.
14. E. S. Benilov and S. P. Burtzev, Phys. Lett. **A98**, 256 (1983).
15. N. Yadjima and M. Oikawa, Progr. Theor. Phys. **56**, 1719 (1976).
16. В. Е. Захаров, ЖЭТФ **62**, 1745 (1972).
17. С. К. Жданов, Б. А. Трубников, *Квазигазовые неустойчивые среды*, М.: Наука, 1991.
18. Р. Стойбер, С. Морзе, *Определение кристаллов под микроскопом*, М.: Мир, 1974 (R. Strober and S. Morse, *Microscopic Identification of Crystals*, The Ronald Press Compony, New York, 1972.
19. С. А. Козлов, С. В. Сазонов, ЖЭТФ **111**, 404 (1997).