

# Высокая интенсивность межзонных электронных переходов в двухбарьерных структурах с высокочастотным электрическим полем

Е. И. Голант<sup>1)</sup>, А. Б. Пашковский

ГНПП "Исток", 141120 Фрязино, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 7 декабря 2001 г.

Для симметричной двухбарьерной структуры найдено решение двухзонного аналога нестационарного уравнения Шредингера, описывающего резонансное когерентное взаимодействие электронов с высокочастотным полем, и получено аналитическое выражение для малосигнальной проводимости, пропорциональной интенсивности электронных переходов. Обнаружено, что высокочастотная проводимость двухбарьерных структур при межзонных переходах может быть значительно выше, чем при межподзонных.

PACS: 73.40.–с

В последние годы заметный интерес привлекают полупроводниковые гетероструктуры с когерентным (бесстолкновительным) транспортом электронов [1, 2]. В этих структурах среднее время ухода электрона из активного участка, который обычно представляет собой одну или несколько квантовых ям, существенно меньше характерного времени любого из процессов, нарушающих когерентность волновой функции электрона. Исследование межподзонных переходов электронов в таких структурах позволило предсказать ряд новых физических эффектов и наметить пути их применения для эффективной генерации электромагнитных колебаний терагерцевого диапазона [1–3].

Однако эти исследования относились исключительно к переходам электронов внутри зоны проводимости материалов с квадратичными законами дисперсии. Вместе с тем, достигнутый за последнее время значительный прогресс в молекулярно-лучевой эпитаксии полупроводниковых гетероструктур позволил обнаружить и использовать для генерации колебаний ИК диапазона межзонные электронные переходы в квантовых ямах, образованных разрывами зон на гетерограницах между InAs и GaInSb [4, 5]. Естественно предположить, что создание условий для когерентного прохождения электронов в таких структурах может представлять как фундаментальный – с точки зрения исследования особенностей зонной структуры, так и практический интерес. Кроме того, обеспечение выполнения этих условий при межзонных переходах может оказаться существенно легче, чем при внутризонных вследствие ме-

нее интенсивного фононного рассеяния и подавления оже-рекомбинации в структурах с межзонными переходами [4, 5].

Простейшим способом описания межзонных переходов является использование двухзонной модели [6, 7], получающейся при применении так называемого  $k\hat{p}$ -метода теории возмущений для описания зонной структуры полупроводника. В настоящей работе используется двухзонная модель, в которой при расчете взаимодействия между состояниями зоны проводимости и валентной зоны в валентной зоне учитываются только состояния подзоны легких дырок. Взаимодействие с другими (удаленными) зонами приближенно учитывается с помощью подбора свободного параметра. Эта модель применяется для исследования интенсивности переходов электронов между уровнями симметричной двухбарьерной структуры, один из уровней которой может лежать в зоне проводимости, а другой в валентной зоне полупроводникового материала. Потенциальные барьеры структуры предполагаются достаточно тонкими, чтобы обеспечить когерентность транспорта электронов.

Уравнение для огибающей блоховской функции электрона в двухзонной модели имеет вид уравнения Шредингера для двухкомпонентной волновой функции:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \psi_e \\ \psi_l \end{pmatrix} = \hat{H}_{0R} \begin{pmatrix} \psi_e \\ \psi_l \end{pmatrix} + \hat{H}(t) \begin{pmatrix} \psi_e \\ \psi_l \end{pmatrix}, \quad (1)$$

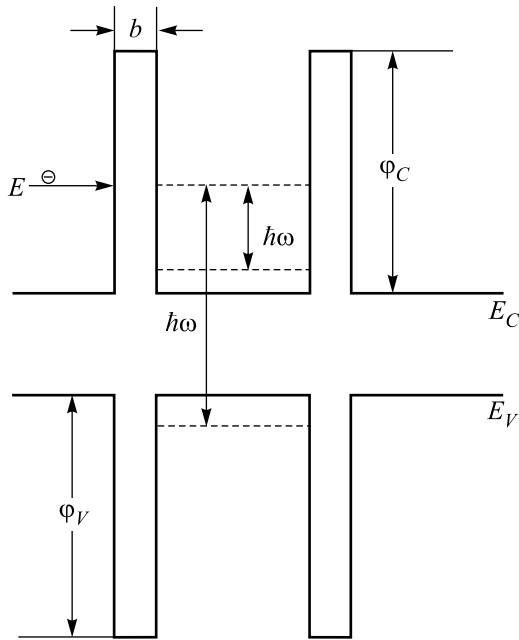
где  $\psi_e$  и  $\psi_l$  – соответствующие огибающие волновых функций состояний зоны проводимости и зоны легких дырок, а оператор Гамильтона имеет вид

<sup>1)</sup>e-mail: eugene@limb.asn.ru

$$\hat{H}_{0R} = \begin{pmatrix} E_C + \hat{k}_- \zeta \hat{k}_+ & \hat{k}_- P \\ P \hat{k}_+ & E_V \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$\hat{H}(t) = \begin{pmatrix} 2U(x) \cos \omega t & 0 \\ 0 & 2U(x) \cos \omega t \end{pmatrix}.$$

Здесь  $\hat{k}_+ = \hat{k}_x + i\hat{k}_y$ ,  $\hat{k}_- = \hat{k}_x - i\hat{k}_y$ ,  $\hat{k}_{x,y} = -i\nabla_{x,y}$ ,  $P$  – матричный элемент оператора импульса для зоны проводимости и зоны легких дырок,  $2U(x)$  – переменный потенциал,  $\zeta = \hbar^2 \zeta / 2m_0$ , где  $\zeta$  – параметр, учитывающий вклад удаленных зон. Предполагается, что ось  $x$  направлена перпендикулярно плоскости потенциальных барьеров, в то время как ось  $y$  лежит в плоскости барьеров, см. рисунок. В дальнейшем будем рассматривать лишь те решения данной системы уравнений, которые в направлении координаты



Схематическая зонная диаграмма рассматриваемой структуры

наты  $y$  представляют собой плоские волны. Тогда операторы можно представить следующим образом:  $\hat{k}_- = \hat{k}_x - ik_y$ ,  $\hat{k}_+ = \hat{k}_x + ik_y$ ,  $\hat{k}_x = -i\nabla_x$ . Данную модель будем называть редуцированной, поскольку в операторе  $\hat{H}_{22}$  опущен член  $\hat{k}_+ \zeta_1 \hat{k}_-$ . Наличие этого члена приводит к появлению нефизических локализованных состояний [8], что связано с неполнотой системы базовых функций.

В отсутствие переменного поля ( $U(x) = 0$ )  $\psi_l$  линейно зависит от  $\psi_e$ , система (1) вырождена и может

быть сведена к скалярному стационарному уравнению Шредингера:

$$\hat{k}_- D \hat{k}_+ \psi_e = (E - E_C) \psi_e, \quad (3)$$

$$D = \frac{\hbar^2}{2m_0} \left( \zeta + \frac{2m_0 P^2}{\hbar^2 (E - E_V)} \right)$$

с законом дисперсии

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 = \frac{2m_0 (E - E_V)(E - E_C)}{\hbar^2 (E_P + \zeta(E - E_V))} = \frac{2m}{\hbar^2} (E - E_C), \quad (4)$$

$$E_P = \frac{2m_0 P^2}{\hbar^2}, \quad m = m_0 \frac{(E - E_V)}{E_P + \zeta(E - E_V)};$$

здесь  $E$  – энергия электрона,  $E_C$  и  $E_V$  – соответственно энергии дна зоны проводимости и потолка валентной зоны. Надо отметить, что введенная здесь двухзонная эффективная масса  $m$  может отличаться от реально наблюдаемой эффективной массы носителей тока.

Для расчета высокочастотной проводимости рассматриваемой двухбарьерной структуры (и пропорциональной ей интенсивности переходов) достаточно малосигнального (линейного по  $U$ ) приближения. В этом случае в установившемся режиме поправка первого порядка имеет вид [1]

$$\psi = \psi_0 e^{-i\omega_0 t} + \psi_+ e^{-i(\omega_0 + \omega)t} + \psi_- e^{-i(\omega_0 - \omega)t}, \quad (5)$$

и для  $\psi_{\pm}$  из уравнений (1), (2) в первом порядке теории возмущений можно получить

$$\hat{H}_{0R} \begin{pmatrix} \psi_e^{\pm} \\ \psi_l^{\pm} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U(x) & 0 \\ 0 & U(x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_e \\ \psi_l \end{pmatrix} = (E \pm \hbar\omega) \begin{pmatrix} \psi_e^{\pm} \\ \psi_l^{\pm} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Данная система, как и система уравнений без переменного поля, – вырождена, поэтому  $\psi_l^{\pm}$  можно записать в виде

$$\psi_l^{\pm} = \frac{P}{E - E_V \pm \hbar\omega} \hat{k}_+ \psi_e^{\pm} + \frac{U(x) \psi_l}{E - E_V \pm \hbar\omega}. \quad (7)$$

Подставляя (7) в первое уравнение системы (6), получаем

$$\hat{k}_- D_{\pm} \hat{k}_+ \psi_e^{\pm} - (E - E_C \pm \hbar\omega) \psi_e^{\pm} + \frac{\hat{k}_- P}{E - E_V \pm \hbar\omega} \left\{ \frac{U(x) P}{E - E_V} \hat{k}_+ \psi_e \right\} + U(x) \psi_e = 0, \quad (8)$$

где

$$D_{\pm} = \frac{\hbar^2}{2m_0} \left( \zeta + \frac{2m_0 P^2}{\hbar^2(E - E_V \pm \hbar\omega)} \right). \quad (9)$$

Для того чтобы найти волновые функции, необходимо конкретизировать вид барьеров и возмущающего поля.

**Двухбарьерная структура.** Даже в однозонной модели электронные переходы в двух- и трехбарьерных наноструктурах поддаются полному аналитическому исследованию только в приближении тонких ( $\delta$ -образных) барьеров [1–3]. При этом барьер высотой  $\varphi$  и толщиной  $b$  заменяется  $\delta$ -образным барьером мощностью  $\alpha = \varphi b$ , а условие сшивания волновой функции на барьере имеет вид [1, 9]

$$\psi'(+0) - \psi'(-0) = \frac{2m^* \alpha}{\hbar^2} \psi(0), \quad (10)$$

где  $m^*$  – эффективная масса электронов. В двухзонной модели также можно использовать аналогичное приближение.

Рассмотрим первый барьер гетероструктуры, приведенной на рисунке. Пусть  $\varphi_C$  – высота барьера в зоне проводимости,  $\varphi_V$  – в валентной зоне. Можно показать, что при тонких прямоугольных барьерах

$$\begin{aligned} & \psi'(+0) - \psi'(-0) \approx \\ & \approx \left[ \frac{2m_0}{\hbar^2} \frac{(E - E_V)}{E_P + \zeta(E - E_V + \varphi_V)} \varphi_C b \right] \psi(0) = g\psi(0), \\ & E > E_C, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\psi(+0) - \psi(-0) \approx \frac{\varphi_V b}{E - E_V} \psi'(0), \quad E < E_V,$$

где выражение в квадратных скобках, обозначенное в (11) как  $g$ , является аналогом произведения мощности барьера на эффективную массу электрона  $2m^* \alpha / \hbar^2$  в (10). Так же, как в случае однозонного  $\delta$ -барьера, предполагается, что  $g \rightarrow \text{const}$  при  $b \rightarrow 0$ . В двухзонном случае такая асимптотика может соответствовать либо  $\delta$ -барьеру в зоне проводимости, либо  $\delta$ -барьеру в валентной зоне.

Далее для случая  $k_y = 0$  рассмотрим поток электронов с энергией  $\varepsilon = E - E_C$ , падающих слева на симметричную двухбарьерную структуру с шириной квантовой ямы  $a$ , показанную на рисунке. К структуре приложено однородное высокочастотное электрическое поле  $U(x) = -qFx$  с напряженностью  $F$ , изменяющейся во времени по закону  $2F \cos \omega t = F(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$ .

Невозмущенная электронная компонента – волновая функция электрона  $\psi_0$  (индекс  $e$  здесь и далее для

простоты опущен), нормированная на единичную амплитуду падающей слева волны, имеет вид

$$\psi_0(x) = \begin{cases} \exp(ikx) + D_0 \exp(-ikx), & x < 0, \\ A_0 \sin(kx) + B_0 \cos(kx), & 0 < x < a, \\ C_0 \exp(ik(x-a)), & x > a. \end{cases} \quad (12)$$

В приближении малого сигнала поправка первого порядка  $\psi_1$  к волновой функции основного состояния [1]  $\psi_1 = \psi_+(x)e^{-i(\omega_0 + \omega)t} + \psi_-(x)e^{-i(\omega_0 - \omega)t}$  ( $\omega_0 = \varepsilon / \hbar$ ). В данном случае

$$\begin{aligned} & \psi_{\pm}(x) = \\ & = \begin{cases} D_{\pm} \exp(-ik_{\pm}x), & x < 0, \\ A_{\pm} \sin(k_{\pm}x) + \\ + B_{\pm} \cos(k_{\pm}x) + \chi_{\pm}(x), & 0 < x < a, \\ C_{\pm} \exp(ik_{\pm}(x-a)) + \\ + P_{\pm} \exp(ik(x-a)), & x > a, \end{cases} \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$k_{\pm}^2 = \frac{2m_0}{\hbar^2} \frac{(E - E_V \pm \hbar\omega)(E - E_C \pm \hbar\omega)}{E_P + \zeta(E - E_V \pm \hbar\omega)} - k_y^2,$$

$$P_{\pm} = \mp \frac{qFa}{\hbar\omega} \psi_0(a), \quad (14)$$

а  $\chi_{\pm}$  – частное решение (8), которое внутри структуры ищем в виде

$$\chi_{\pm} = \beta_{\pm} x \psi_e + \gamma_{\pm} \psi'_e. \quad (15)$$

После подстановки (15) в (8) находим:

$$\begin{aligned} & \beta_{\pm} = \mp \frac{qF}{\hbar\omega}, \\ & \gamma_{\pm} = \frac{qF}{2m\omega^2} \times \\ & \times \frac{E_P(2E - 2E_V \pm \hbar\omega) + 2\zeta(E - E_V)(E - E_V \pm \hbar\omega)}{E_P(E - E_V + \varepsilon \pm \hbar\omega) + \zeta(E - E_V)(E - E_V \pm \hbar\omega)}, \\ & m_{\pm} = m_0 \frac{(E - E_V \pm \hbar\omega)}{E_P + \zeta(E - E_V \pm \hbar\omega)}. \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь  $q$  – заряд электрона,  $m_{\pm}$  аналогично (4).

Система уравнений для определения коэффициентов  $A_{\pm}$ ,  $B_{\pm}$ ,  $C_{\pm}$ ,  $D_{\pm}$  в матричной форме имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ ik_{\pm} - g & k_{\pm} & 0 & 0 \\ 0 & \sin k_{\pm} a & \cos k_{\pm} a & -1 \\ 0 & -k_{\pm} \cos k_{\pm} a & k_{\pm} \sin k_{\pm} a & ik_{\pm} - g \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} D_{\pm} \\ A_{\pm} \\ B_{\pm} \\ C_{\pm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi_{\pm}(0) \\ -\chi'_{\pm}(0) \\ P_{\pm} - \chi_{\pm}(a) \\ (g - ik)P_{\pm} - \chi'_{\pm}(a) \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Пусть энергия падающих электронов соответствует энергетическому уровню квантовой ямы  $N$  (нумерация уровней начинается с единицы), а частота электрического поля соответствует переходам на уровень с номером  $L$ , причем в соответствии с правилами отбора по четности  $N - L -$  нечетное число. Для такой структуры условие резонансного прохождения электронов, совпадающее с условием резонансного взаимодействия электронов с ВЧ полем (определитель системы (17) минимален), имеет вид [9]

$$\operatorname{tg}(k_{\pm}a) = -2k_{\pm}/g. \quad (18)$$

При достаточно мощных барьерах

$$g \gg k, k_{\pm} \quad (19)$$

система (17) может быть решена аналитически:

$$C_{\pm} \approx D_{\pm} \approx B_{\pm} \approx 2\gamma_{\pm} \frac{g^2}{ik_{\pm}}, \quad A_{\pm} \approx B_{\pm} \frac{g}{k_{\pm}}, \quad (20)$$

и для высокочастотной проводимости структуры, при концентрации электронов в падающем на структуру потоке  $n$ , получено выражение

$$\sigma_e = \pm \frac{q^2 \hbar^2 g^4 n}{\pi L \omega^3 m^3} \left( 1 - \frac{1}{2} \times \frac{E_p(2\varepsilon \pm \hbar\omega)}{E_p(E - E_V + \varepsilon \pm \hbar\omega) + \zeta(E - E_V)(E - E_V \pm \hbar\omega)} \right)^2 \times \frac{m}{|m_{\pm}|} G_n, \quad (21)$$

$$G_n = \left[ 1 + \frac{\varepsilon}{E - E_V} \frac{E_p}{E_p + \zeta(E - E_V)} \right]^{-1};$$

здесь  $G_n$  – множитель, который обеспечивает нормировку квадрата двухкомпонентной волновой функции на единицу. При малых энергиях  $\varepsilon \ll E_g$ ,  $E_g = E_C - E_V$  и при переходах внутри одной зоны формула (21) переходит в выражение работы [1] для двухбарьерной структуры с параболическим законом дисперсии.

При  $\zeta = 0$  (эффективная масса электрона равна массе легкой дырки) (21) сводится к

$$\sigma_e = \pm \frac{q^2 \hbar^2 g^4 n}{\pi L \omega^3 m^3} \left( 1 - \frac{2\varepsilon \pm \hbar\omega}{2(E - E_V + \varepsilon \pm \hbar\omega)} \right)^2 \times \frac{m}{|m_{\pm}|} \left[ 1 + \frac{\varepsilon}{E - E_V} \right]^{-1} = \pm \frac{q^2 \hbar^2 g^4 n}{\pi L \omega^3 m^3} R. \quad (22)$$

При переходах в пределах одной зоны и не слишком больших энергиях электронов множитель  $R$  мало отличается от единицы (при  $\varepsilon \leq E_g$   $0.3 \leq R \leq 1$ ). Однако переходы между уровнями расположенными в разных зонах могут давать весьма высокую проводимость структуры  $\sigma_p$ . В частности, в достаточно широкой квантовой яме, в которой уровни расположены близко между собой, при  $\hbar\omega \approx E_g$ ,  $\varepsilon \ll E_g$

$$\frac{\sigma_e}{\sigma_p} \approx \left( \frac{\varphi_C}{\varphi_V} \right) \frac{L^5}{\pi^2(N^2 - L^2)^3}. \quad (23)$$

Таким образом, в отличие от внутризонных резонансных переходов, когда проводимость сингулярно возрастает только при стремлении как энергии электрона, так и энергии кванта поля к нулю, при межзонных переходах проводимость ограниченной тонкими барьерами квантовой ямы с когерентным транспортом электронов сингулярно возрастает, когда энергия кванта поля стремится к ширине запрещенной зоны. Обнаруженный эффект может быть использован для создания квантовых каскадных лазеров на таких структурах.

Данная работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект # 00-02-17119) и Научного совета по программе Физики твердотельных наноструктур (проект # 97-1094).

1. А. Б. Пашковский, ЖЭТФ **109**, 1779 (1996).
2. Е. И. Голант, А. Б. Пашковский, Письма в ЖЭТФ **63**, 559 (1996).
3. Е. И. Голант, А. Б. Пашковский, ЖЭТФ **112**, 237 (1997).
4. Rui Q. Yang, B. H. Yang, D. Zhaang et al., Appl. Phys. Lett. **71**, 2409 (1997).
5. J. L. Bradshaw, Rui Q. Yang, J. D. Bruno et al., Appl. Phys. Lett. **75**, 2362 (1999).
6. E. O. Kane, *Semiconductors and Semimetals*, Eds. R. K. Willardson and A. C. Beer, Academic, New York, 1966, Vol. 1, Chapter 3.
7. C. Sirtory, F. Capasso, and J. Faist, Phys. Rev. **50**, 8663 (1994).
8. M. F. H. Schuurmans and G. W't Hooft, Phys. Rev. **B31**, 8041 (1985).
9. В. М. Галицкий, Б. М. Карнаков, В. И. Коган, *Задачи по квантовой механике*, М.: Наука, 1981, с. 173.