Письма в ЖЭТФ, том 76, вып. 11, с. 784 – 787

Кинетика заполнения электронами 2D состояний на пленке гелия

В. Б. Шикин

Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 10 октября 2002 г.

После переработки 24 октября 2002 г.

Обсуждаются детали процесса зарядки электронами свободной поверхности жидкого гелия. Показано, что толщина пленки гелия здесь не остается постоянной, постепенно уменьшаясь под действием электронного давления на поверхность гелия. В свою очередь, давление зависит от толщины пленки. Возникает самосогласованная кинетическая задача с характерным временем релаксации τ в основном гидродинамического происхождения (вязкая подстройка толщины пленки гелия к переменному значению электронного давления). Величина τ весьма чувствительна к толщине d пленки гелия ($\tau \propto d^3$). В актуальном интервале 10^{-1} см $> d > 10^{-4}$ см область изменения τ имеет масштаб 10^{-3} с $\leq \tau \leq 10^{+8}$ с. Особенно интересна ситуация в окрестности критической точки (в критической точке заряженная пленка гелия теряет устойчивость). Приближение к ней сопровождается ростом τ вплоть до его обращения в бесконечность.

PACS: 67.70.+n, 72.60.+g, 73.50.−h

Одним из популярных в заполнении электронами 2D электронных состояний на поверхности гелия является режим насыщения. Внешний источник электронов работает здесь постоянно, подзаряжая поверхность гелия до уровня, обеспечивающего компенсацию внешнего поля собственным полем электронов над гелием. Все избыточные электроны "уходят" при этом на верхний металлический электрод (см. рис.1). А стационарная плотность 2D поверхностных электронов является известной функцией разности потенциалов между управляющими электродами ячейки рис.1 и ее геометрии (см. формулу (3)). В этом и заключается ценность режима насыщения. Недавний пример манипуляций с 2D заряженной системой в режиме насыщения содержится в [1].

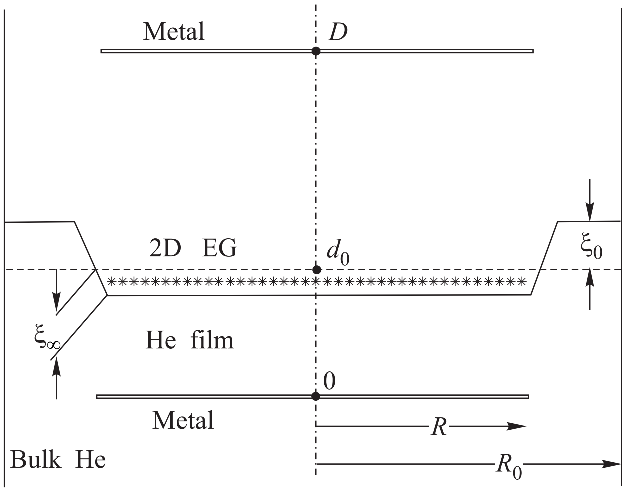

Рис.1. Схема ячейки с 2D электронной системой с геометрическими обозначениями. Условно представлены также положения нейтральной границы пленки d_o и деформации ξ_o, ξ_∞

Заполнение электронами поверхности гелия оказывается интересным кинетическим процессом, детали которого до сих пор не обсуждались. Проблема заслуживает специального внимания, ибо характерные релаксационные времена достаточно велики, особенно для тонких пленок гелия и в условиях, близких к критическим (в критической точке заряженная поверхность гелия теряет устойчивость). Целью работы является формулировка соответствующей кинетической задачи в простейшей аналитической форме и ее качественный анализ.

1. Рассмотрим систему рис.1. Электрические поля E_- над и E_+ под заряженной с плотностью электронов n_s поверхностью гелия равны

$$E_- = \frac{V}{D} - 4\pi\sigma\frac{d}{D}, \tag{1}$$

$$E_+ = \frac{V}{D} + 4\pi\sigma\frac{(D-d)}{D}, \tag{2}$$

где $\sigma = en_s$, V – разность потенциалов между пластинами ячейки рис.1.

В условиях полной экранировки внешнего поля над гелием, когда $E_- = 0$ и, следовательно

$$4\pi\sigma = V/d, \tag{3}$$

напряженность E_+ оказывается равной

$$E_+ = V/d. \tag{4}$$

При заданных d_o и V, где d_o – толщина пленки гелия в отсутствие внешнего поля, поверхность гелия прогибается под действием электронного давления $P_{el} = E_+^2/8\pi$ на глубину

$$\xi_\infty = d - d_o, \tag{5}$$

величина которой определяется условиями механического равновесия и сохранения полного объема жидкости

$$\rho g \xi_\infty + \frac{V^2}{8\pi d_o^2} = \rho g \xi_o, \tag{6}$$

$$R^2 \xi_\infty + (R_o^2 - R^2)\xi_o = 0, \quad R_o > R, \tag{7}$$

$$|\ \xi_\infty\ | \ll d_o.$$

Здесь ρ, g – плотность жидкого гелия и ускорение силы тяжести, R – радиус электронного диска на поверхности гелия, R_o, ξ_o – радиус и деформация жидкой поверхности за пределами электронного диска (см. рис.1). Совместное решение (6), (7) дает

$$\xi_\infty = -\frac{V^2}{8\pi\rho g^* d_o^2}, \quad g^* = g(1 + \frac{R^2}{R_o^2 - R^2}). \tag{8}$$

Переходя к кинетике, заметим, что разность потенциалов V можно вводить в задачу практически мгновенно (на интересующих нас далее временных масштабах). Насыщение поверхности жидкости 2D электронами – также достаточно быстрый процесс (в каждый момент времени справедлива формула (3) с зависящей от времени толщиной пленки $d(t)$). А самым медленным оказывается изменение $d(t)$ гидродинамического происхождения. Кроме “горизонтальной” кинетики, на скорость переноса жидкости в резервуар может влиять пропускная способность вертикальной части пленки (если таковая имеется). Рис.2 поясняет термины: горизонтальная, вертикальная составляющие пленки гелия и резервуар – в нейтральной ситуации (для простоты на этом рисунке убраны управляющие электроды и сама 2D система). Зависимость толщины пленки d от расстояния h между основанием подложки и уровнем резервуара определяется выражением

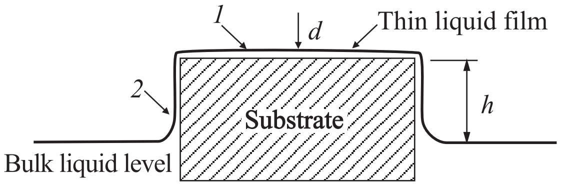

Рис.2. Схема ячейки без ее электрической части, иллюстрирующая наличие горизонтальной (*1*) и вертикальной (*2*) составляющих пленки

$$f_{\rm ret}/d^4 = \rho g(d - h). \tag{9}$$

Здесь g – ускорение силы тяжести, $f_{\rm ret}$ – константа Ван-дер-Ваальса с учетом запаздывания.

Пока $h > 0$, толщина пленки гелия лишь слегка превышает его уровень в резервуаре:

$$d \simeq h + f_{\rm ret}/(\rho g h)^4. \tag{9a}$$

Вся подложка погружена в жидкость.

Если же $h < 0$, определение (9) стремится к известной асимптотике

$$d^4 \simeq f_{\rm ret}/(\rho g h_m), \quad h_m = |h|. \tag{9b}$$

В этом пределе вертикальные стенки подложки поднимаются над уровнем массивного гелия, оставаясь покрытыми пленкой гелия, соединяющей ее горизонтальную часть с резервуаром.

Для толщин

$$\kappa d_o \leq 1, \quad \kappa^2 = \rho g/\alpha, \tag{10}$$

интересующих нас в дальнейшем (α – коэффициент поверхностного натяжения), манипуляции с толщиной пленки можно осуществлять в рамках приближения (9a). Вертикальные участки пленки здесь отсутствуют (это обстоятельство уже использовано при записи формул (6), (7) и построении рис.1), так что гидродинамическая кинетика определяется скоростью вязкого ухода жидкости из-под электронного “поршня” радиуса R. Употребление термина ”поршень” не случайно. Оно подразумевает сохранение в процессе изменения $d(t)$ однородности 2D электронной плотности на жидкой пленке между управляющими электродами. Это чисто электростатическое утверждение (плотность заряда в плоском конденсаторе постоянна, за исключением краевых эффектов, наличием которых ниже пренебрегается в меру $R \gg d$) подтверждено и прямыми экспериментами, свидетельствующими об однородности деформации поверхности гелия под действием электронного давления как в статическом режиме [2], так и в условиях параметрического возбуждения [3].

Таким образом, возникает вариант хорошо известной задачи (см., например, [4]) о вязком течении жидкости из-под плоского поршня. Связь между скоростью $\dot\xi$ изменения толщины пленки и силой F, стимулирующей вязкое движение жидкости в такой задаче, имеет вид (см. [4] и Приложение, формула (p5))

$$F = \frac{3\pi\eta R^4 \dot\xi}{8d^3}. \tag{11}$$

Здесь η – динамическая вязкость гелия. Роль силы F играет комбинация

$$F = -\pi R^2 \left[\rho g^* \xi(t) + \frac{V^2}{8\pi(d_o + \xi(t))^2}\right]. \tag{12}$$

Равенство ее нулю в пределе $d_o \gg |\xi_\infty|$ ведет к определению ξ_∞ (6).

Полагая теперь

$$\xi(t) = \xi_\infty + \delta\xi(t) \tag{13}$$

и линеаризуя (11), (12) относительно добавки $\delta\xi(t)$, находим

$$\delta\dot{\xi} = \frac{8d_o^3}{3\eta R^2}\left(\frac{V^2}{4\pi d_o^3} - \rho g^*\right)\delta\xi, \qquad \delta\xi(0) = -\xi_\infty, \quad \delta\xi(+\infty) \to 0. \tag{14}$$

Правая часть (14) содержит, среди прочего, комбинацию

$$\left(\rho g^* - \frac{V^2}{4\pi d_o^3}\right).$$

Обращение этого выражения в нуль при варьировании параметров V, d_o отвечает потере устойчивости заряженной поверхности гелия в условиях $\kappa d_o \ll 1$ [5].

Решение (14):

$$\delta\xi(t) = -\xi_\infty exp(-t/\tau), \quad \tau^{-1} = \frac{8d_o^3}{3\pi\eta R^2}\left(\rho g^* - \frac{V^2}{4\pi d_o^3}\right) \tag{15}$$

определяет, в частности, характерное время релаксации τ. Если $\rho g^* \gg V^2/4\pi d_o^3$, это время имеет гидродинамическое происхождение:

$$\tau^{-1} \simeq \frac{8d_o^3}{3\pi\eta R^2}\rho g^*. \tag{16}$$

Для значений $\rho \simeq 0.146\,\text{г/см}^3$, $g^* \simeq g$ (когда $R \ll \ll R_o$), $\eta = \rho\nu$, $\nu \simeq 1.5 \cdot 10^{-3}\,\text{см}^2/\text{с}$, $R \sim 1\,\text{см}$ и $d_o \le 0.1\,\text{см}$ величина τ имеет масштаб $\tau \ge 10^{-3}\,\text{с}$. Режим (6) отвечает толщине пленки в интервале $10^{-1}\,\text{см} \ge d_o \ge 10^{-4}\,\text{см}$. Уменьшение d до значений, близких к нижнему пределу $d_o \ge 10^{-4}\,\text{см}$, сдвигает время релаксации в область $\tau \ge 10^{+8}\,\text{с}$. Другими словами, в окрестности $d \ge 10^{-4}\,\text{см}$ достижение равновесного значения ξ_∞ (8) требует значительного времени.

Интересна чувствительность времени релаксации (15) к разности $(\rho g^* - V^2/4\pi d_o^3)$. На самой границе устойчивости заряженной пленки гелия, когда

$$V_{cr}^2/4\pi = \rho g^* d_o^3, \tag{17}$$

величина τ стремится к бесконечности. Это обстоятельство может играть определенную роль в количественном расхождении между предсказанием (17) из [5] и экспериментом [6], подтверждающим линейное падение критического электрополя V_{cr}^2/d_o^2 с уменьшением толщины d_o, но систематически "завышающим" критическое значение d_o.

2. Наряду с кинетикой (15) для $\delta\xi(t)$, детали которой можно изучать емкостными методами, приведенные выше результаты касаются и заселенности электронами пленки гелия. Дело в том, что при заданном V плотность электронов меняется со временем, ибо $n_s \propto V/(d_o + \xi(t))$. И если $\xi(t)$ составляет заметную долю от d_o (ниже будет видно, что это действительно так), то величина n_s оказывается переменной.

Определим сперва масштабы изменения n_s, пользуясь информацией, полученной выше. Совместное рассмотрение определения (8), справедливого во всей области устойчивости пленки, и (17) для границы ее устойчивости, ведет к оценке максимальной деформации заряженной пленки

$$\xi_\infty^{cr} = -d_o/2. \tag{18}$$

Такую деформацию нельзя считать малой, и потому формулы (8), (17) вблизи границы устойчивости надо уточнять.

Замена (8) выглядит так:

$$\rho g^* \xi_\infty + \frac{V^2}{8\pi(d_o + \xi_\infty)^2} = 0. \tag{19}$$

А эквивалент (17) имеет вид

$$V_{cr}^2/4\pi = \rho g^*(d_o + \xi_\infty^{cr})^3. \tag{20}$$

Совместное решение (19), (20) в критической точке дает для ξ_∞^{cr} величину

$$\xi_\infty^{cr} = -d_o/3. \tag{21}$$

Эта деформация меньше, чем (18), но все же обеспечивает изменение n_s примерно на 30% от своего первоначального до конечного значения, асимптотически медленно устанавливающегося со временем. Определение (21) означает также, что линеаризация (14) в условиях, близких критическим, не очень надежна (требование $|\xi_\infty^{cr}| \ll d_o$ не выполняется), во всяком случае для начальной стадии подстройки.

Более общее уравнение для $\dot{\xi}$:

$$\dot{\xi} = -\frac{8(d_o+\xi)^3}{3\eta R^2}\left[\rho g\xi + \frac{V^2}{8\pi}\frac{1}{(d_o+\xi)^2}\right], \qquad \xi(0) = 0, \quad \xi(+\infty) = \xi_{+\infty}, \tag{22}$$

где ξ_∞ – из (19). В начальной стадии

$$\dot{\xi} \simeq -\frac{V^2}{3\pi\eta R^2}(d_o + \xi), \quad \rho g\xi \ll \frac{V^2}{8\pi}\left(\frac{1}{(d_o+\xi)^2}\right), \tag{23}$$

$$\xi(0) = 0,$$

так что

$$\xi(t) = -d_o[\,1-\exp\left(-t/\tau_o\right)\,], \quad \tau_o^{-1} = V^2/3\pi\eta R^2. \quad (24)$$

Режим (24) сшивается с асимптотикой:

$$\zeta(t) = \xi_\infty + \delta\zeta(t),$$

$$\delta\zeta(t) = \delta\zeta_o \exp\left(-t/\tau\right), \quad \tau^{-1} = \frac{8d_*^3}{3\pi\eta R^2}(\rho g^* - \frac{V^2}{4\pi d_*^3}), \quad (25)$$

$$d_* = d_o + \xi_\infty,$$

$$\delta\xi(0) = -\xi_\infty + \xi(t_*), \quad \delta\xi(+\infty) \to 0,$$

где ξ_∞ – из (16), $\xi(t)$ – из (24), время t_* определено требованием

$$\rho g\xi(t_*) + V^2/(8\pi d_o^2) \simeq 0 \quad (26)$$

и для формулы (25) отсчет времени начинается с момента t_*.

Таким образом, в кинетике, близкой к критической, установление равновесия разбивается на два этапа. В начальной стадии на интервале $0 < t \le t_*$ речь идет об экспоненциальной кинетике с характерным временем релаксации τ_o (24) и t^* из (26). В дальнейшем кинетика снова экспоненциальна, но время релаксации имеет вид (25).

Резюмируя, можно сказать, что заполнение электронами поверхности гелия оказывается интересной проблемой, требующей специального внимания. Кроме собственно 2D электронной тематики, эта задача полезна для изучения деталей кинетики спинодального распада в его начальной стадии. В самом деле, здесь имеются все атрибуты спинодальной кинетики (см., например, [7–10]): наличие точки неустойчивости, возможность быстрого перевода системы из устойчивого в распадное состояние, экспоненциальный характер распада на его начальной стадии и т.д.

Приложение

Задача о радиальном движении вязкой жидкости между сближающимися поршнями хорошо известна в литературе (см., например, [4]). Интересующий нас вариант задачи имеет нестандартные (по сравнению с литературными) граничные условия, что заставляет приводить заново детали его решения.

Уравнения движения вязкой жидкости под давлением "электронного поршня" для условий $v_z \ll v_r$, $\partial v_r/\partial r \ll \partial v_r/\partial z$ имеют вид

$$\eta\frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} = \frac{\partial p}{\partial r}, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad (\text{p1})$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(rv_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (\text{p2})$$

с граничными условиями

$$v_r = v_z = 0, \quad \text{при} \quad z = 0, \quad r \le R,$$

$$\partial v_r/\partial z = 0, \quad v_z = -u, \quad \text{при} \quad z = d, \quad r \le R,$$

$$p = p_o, \quad r \ge R.$$

Здесь d – толщина пленки гелия, u – скорость ее изменения под действием внешних усилий, p_o – внешнее давление за пределами цилиндрически симметричного конденсатора, η – первая вязкость жидкости (гелия). Второе из граничных условий отвечает требованию $\sigma_{rz}(z = d) = 0$ (равенство нулю соответствующей компоненты тензора вязких напряжений на свободной поверхности жидкой пленки).

Из уравнений (p1) с указанными граничными условиями следует

$$\eta v_r = -z(d - z/2)\partial p/\partial r. \quad (\text{p3})$$

Интегрируя же уравнение (p2), имеем

$$u = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\int_o^d rv_r dz = -\frac{d^3}{3\eta r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial p}{\partial r}). \quad (\text{p4})$$

Отсюда

$$p = p_o + \frac{3\eta u}{4d^3}(R^2 - r^2),$$

так что полная сила F сопротивления равна

$$F = 3\pi\eta u R^4/(8d^3). \quad (\text{p5})$$

Это выражение использовано в основном тексте, формула (11).

1. А. Левченко, Е. Теске, Г. Колмаков и др., Письма ЖЭТФ **65**, 547 (1997).
2. R. Crandall, Surf. Sci. **58**, 266 (1976).
3. P. Leiderer, Physica **B186**, 93 (1984).
4. Л. Ландау, Е. Лифшиц, Гидродинамика, М.: Наука, 1986.
5. Д. Черникова, ФНТ **2**, 1374 (1976).
6. А. Володин, М. Хайкин, В. Эдельман, Письма ЖЭТФ **26**, 707 (1977).
7. J.W. Chan, Acta Metall. **9**, 795 (1961); **10**, 179 (1962).
8. H.E. Cook, Acta Metall. **18**, 297 (1970).
9. J.S. Langer, M. Baron, H.D. Miller, Phys. Rev. **A11**(4), 1417 (1975).
10. А. Олемской, И. Коплык, УФН **165**, 1105 (1995).