

Фокусировка пучков при отражении от кристаллов и многослойных периодических структур с переменным периодом

А. В. Андреев¹⁾

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, 119899 Москва, Россия

Поступила в редакцию 6 июня 2001 г.

Продемонстрированы фокусирующие свойства кристаллов и многослойных структур с переменным периодом в симметричной и асимметричной геометрии брэгговского отражения. Исследована эффективность фокусировки.

PACS: 41.50.+h

1. Значительный прогресс, достигнутый в последнее время в развитии методов рентгеновской микроскопии, связан с разработкой новых рентгенооптических фокусирующих элементов, таких как брэгг-френелевские и полые сферические линзы, френелевские зонные пластинки, киноформные структуры и ряда других [1–2]. В области рентгеновской микродиагностики успешно применяются капиллярные фокусирующие системы [3].

Недавно [4] нами был предложен рентгеновский микроскоп, основанный на использовании схем крайне асимметричной дифракции рентгеновских лучей в кристаллах. Проведенные эксперименты показали возможность получения 50–100-кратно увеличенного изображения объектов с размером в несколько десятков микрон. Основной причиной, препятствующей перенесению указанной схемы в субмикронную область, является дифракционное расплывание изображения на пути от объекта до отражающего кристалла. Действительно, при использовании излучения с длиной волны $\lambda = 1 \text{ \AA}$ дифракционная длина для объекта размером $d = 1 \text{ мкм}$ составляет $l_d = d^2/\lambda = 1 \text{ см}$, что приводит к существенным ограничениям при практическом применении метода в схемах рентгеновской микроскопии.

В настоящей работе предложен новый метод фокусировки рентгеновских пучков, основанный на использовании кристаллов или одномерных периодических структур (многослойные рентгеновские зеркала, фотонные кристаллы и т.д.) с переменным периодом. Проведенные расчеты показали возможность получения увеличения с субмикронным разрешением по объекту. Предлагаемый метод основан на

использовании сильной пространственной дисперсии на краях области брэгговского отражения. В кристаллах с переменным периодом ширина края области брэгговского отражения зависит от вида профиля деформации, что открывает широкие возможности управления их дисперсионными свойствами и позволяет создавать фокусирующие оптические системы. Использование пространственно-временной аналогии позволяет легко перенести этот принцип и на случай компрессии фазовомодулированных импульсов. Недавно нами была показана возможность компрессии фемтосекундных лазерных импульсов в одномерных фотонных кристаллах [5].

2. При слабом изменении периода кристалла или многослойной структуры (в рассматриваемом нами случае $\Delta d/d \leq 10^{-2}$) для расчета коэффициента отражения можно использовать систему уравнений двухволновой динамической дифракции в кристалле с одномерным профилем деформации $\mathbf{u}(z)$, которая имеет хорошо известный вид [6]:

$$\begin{aligned} \frac{dE_0}{dz} &= -\frac{i\kappa}{2\gamma_0}(\chi_0 E_0 + \chi_h E_f), \\ \frac{dE_h}{dz} &= \frac{i\kappa}{2\gamma_h} \left[\left(\chi_0 - \alpha - i\mathbf{H} \frac{d\mathbf{u}}{dz} \right) E_h + \chi_h E_0 \right], \end{aligned} \quad (1)$$

где $E_{0,h}$ – амплитуда падающей и дифрагированной волн в кристалле, $\gamma_{0,h} = \sin \theta_{0,h}$, $\theta_{0,h}$ – угол между направлением волнового вектора падающей, κ_0 , и дифрагированной, $\kappa_h = \kappa_0 + \mathbf{H}_h$, волн и входной гранью кристалла, \mathbf{H}_h – вектор обратной решетки, $\chi_{0,h}$ – фурье-компоненты поляризуемости кристалла, $\alpha(\theta_0) = (\kappa^2 - \kappa_h^2)/\kappa^2 = 4 \sin \theta_B [\sin(\theta_0 + \psi) - \sin \theta_B]$ – параметр отстройки, определяющий отклонение угла падения θ_0 от угла брэгговской дифракции $\theta_{0B} = \theta_B - \psi$, где $\sin \theta_B = H/2\kappa$, а угол ψ определяет наклон отражающих плоскостей по отношению к входной грани кристалла.

¹⁾e-mail: andreev@sr1.phys.msu.ru

Пусть в среде создан экспоненциальный профиль деформации $\mathbf{u}(z) = \mathbf{u}_0 \exp(-z/l)$. В этом случае амплитудный коэффициент отражения определяется выражением

$$r(\theta_0) = \sqrt{\frac{\gamma_h}{\gamma_0}} \left| \frac{E_h}{E_0} \right| = -\frac{4\chi_0}{\kappa l} \sqrt{\frac{\gamma_0 \gamma_h}{\chi_h \chi_0}} \left[a + \frac{a y \cdot {}_1F_1(1+a, 1+b, y)}{b \cdot {}_1F_1(a, b, y)} \right], \quad (2)$$

где ${}_1F_1(a, b, y)$ – гипергеометрическая функция с параметрами

$$a = -i \frac{\kappa l}{4} \left[\left(\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_h} \right) \chi_0 + \frac{\alpha}{\gamma_h} - \beta - \sqrt{\left(\left(\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_h} \right) \chi_0 + \frac{\alpha}{\gamma_h} - \beta \right)^2 - \frac{4\chi_h \chi_0}{\gamma_0 \gamma_h}} \right],$$

$$b = 1 + i \frac{\kappa l}{2} \sqrt{\left(\left(\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_h} \right) \chi_0 + \frac{\alpha}{\gamma_h} - \beta \right)^2 - \frac{4\chi_h \chi_0}{\gamma_0 \gamma_h}},$$

$$y = i 2\kappa u_0 \sin \theta_B \cos \psi = i\beta. \quad (3)$$

Поскольку реальная граница кристалла находится в плоскости $z = u_0$, то удобно ввести координату $z' = z - u_0$. В этом случае вектор смещения определяется выражением $\mathbf{u}(z') = \mathbf{u}_0 \exp(-z'/l) - \mathbf{u}_0$. На рис.1а показаны в сравнении амплитудный профиль коэффициента отражения $\text{CuK}\alpha$ -излучения при симметричном отражении от плоскостей (111) идеального (кривая 1) и деформированного (кривая 2) кристаллов германия с экспоненциальным профилем деформации при $l = 17$ мкм и $\Delta d/d = 3 \cdot 10^{-3}$. На рис.1б показан угловой профиль гауссова пучка, падающего на кристалл, который создается щелью шириной 0.5 мкм, находящейся на расстоянии 4 см от области отражения, и будет нами использоваться при расчетах эффективности фокусировки в симметричном случае. Видно, что угловая ширина падающего пучка превышает угловую ширину области отражения для идеального кристалла и сопоставима с шириной отражения деформированного.

3. Рассмотрим отражение от полубесконечного кристалла с указанным выше профилем деформации. Пусть кристалл находится в области $z \leq 0$. Если пространственный профиль падающего пучка в плоскости $z = h$ имеет вид $E_0(x, h)$, то профиль отраженного пучка определяется выражением

$$E_h(x, z) = \int E_0(\nu + H \sin \psi) r(\nu + H \sin \psi) \times \exp \left[i\nu x + i\sqrt{\kappa^2 - \nu^2} z \right] d\nu, \quad (4)$$

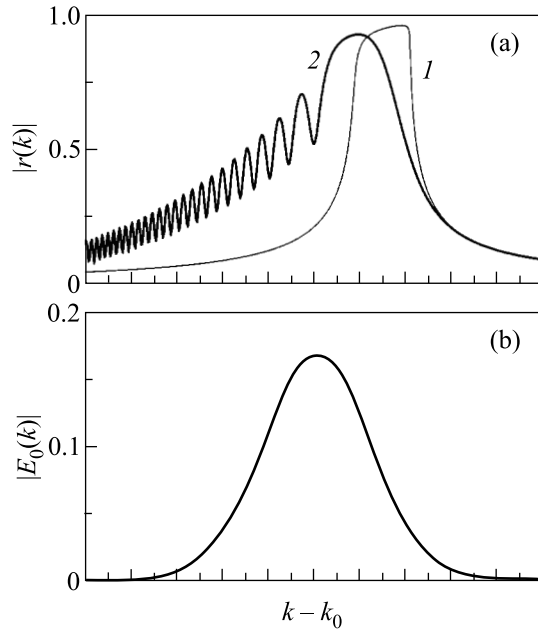


Рис.1. Угловые профили амплитудного коэффициента отражения (а) от идеального (кривая 1) и деформированного (кривая 2) кристаллов и падающего на кристалл пучка (б)

где

$$E_0(k) = \frac{1}{2\pi} \int E_0(x, h) \exp(-ikx + i\sqrt{\kappa^2 - k^2}h) dx.$$

При симметричном брэгговском отражении в рамках приближения квазиоптики линейный размер отраженного пучка зависит от расстояния z следующим образом:

$$a(z) = \sqrt{a_0^2 + \frac{1}{a_0^2} \left(\frac{z}{\kappa \sin \theta_0} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial k^2} - \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial k} \right)^2}, \quad (5)$$

где φ – фаза коэффициента отражения ($r(k) = |r(k)| \exp[i\varphi(k)]$), а $\varphi_0(k)$ – фаза фурье-спектра падающего пучка на поверхности кристалла ($z = 0$). Например, в случае гауссовского падающего пучка $E_0(x, z = h) = E_0 \exp[-x^2/2a^2 + ik_0 x]$ получаем $\partial^2 \varphi_0 / \partial k^2 = h / \kappa \sin \theta_0$. Следовательно, при $\partial^2 \varphi / \partial k^2 > 0$ в плоскости $z = z_0 (\partial^2 \varphi(k_0) / \partial k^2) \kappa \sin \theta_0 - h$ наблюдается фокусировка отраженного пучка. При отражении от идеального полубесконечного кристалла $\partial^2 \varphi / \partial k^2 = -2(\sin \theta_B / \kappa \sqrt{\chi_h \chi_0})^2$, следовательно, фокусировка пучка не наблюдается. В деформированном кристалле фаза коэффициента отражения сильно осциллирует. Период осцилляций обратно пропорционален толщине деформированного слоя и зависит от вида $\mathbf{u}(z)$. Следовательно, варьируя параметры дефор-

мированного слоя, мы можем легко осуществить условия фокусировки.

На рис.2 представлены результаты численных расчетов профиля отраженного пучка, выполненные

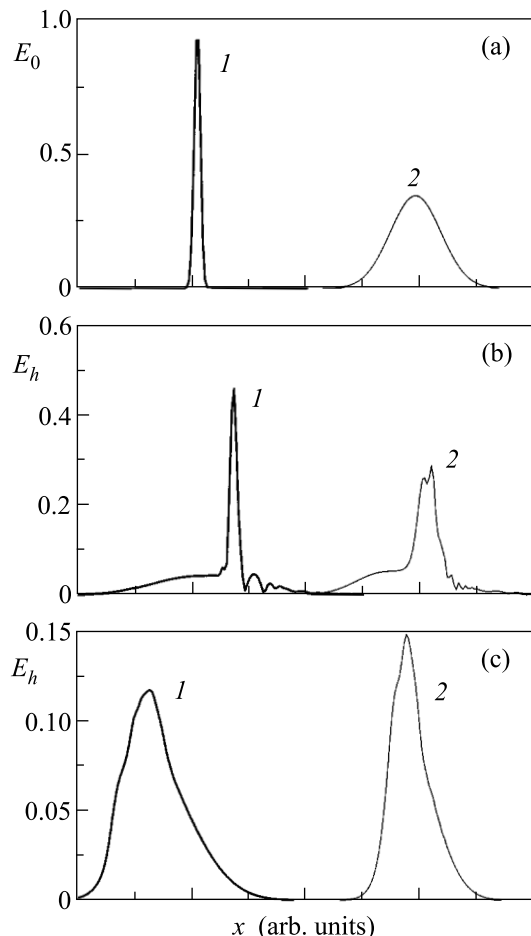


Рис.2. Пространственные профили падающего (а) и отраженного (b,c) пучков. Кривые 1 в плоскости $z = h$, кривые 2 в плоскости $z = 0$

на основе решения уравнений (1)–(4). На рис.2а показан пространственный профиль падающего пучка в плоскости $z = h$ (кривая 1) и в плоскости $z = 0$ (кривая 2). Видно, что на пути от щели, формирующей пучок, до поверхности кристалла происходит сильное дифракционное расплывание падающего пучка. На рис.2b,c показан профиль отраженного пучка в плоскости $z = h$ (кривые 1) и в плоскости $z = 0$ (кривые 2) при углах падения волны $(\theta_0 - \theta_B)/\text{Re}(\chi_0)$: $+7$ (b), -1 (c). Из рисунков видно, что если при угле падения волны $\theta_0 = \theta_B + 7 \cdot \text{Re}(\chi_0)$ (обозначенном стрелкой “1” на рис.1) происходит фокусировка волны в плоскости $z = h$, то при $\theta_0 = \theta_B - \text{Re}(\chi_0)$ (стрелка “2” на рис.1) волна, отраженная от кристалла, испытывает дифракционное расплывание. Динамика

процесса пространственной фокусировки и дифракционного расплывания отраженной волны показана на рис.3. Кривые a, b, c на этом рисунке показывают пространственный профиль пучка, отраженного

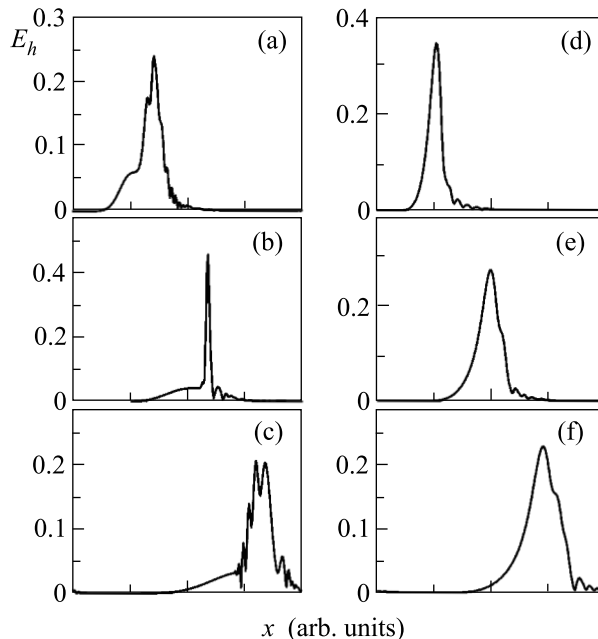


Рис.3. Пространственный профиль пучка отраженного от деформированного (a,b,c) и идеального (d,e,f) кристаллов в плоскости $z = h/2$ (a,d), h (b,e), $3h/2$ (c,f)

от деформированного кристалла при угле падения $\theta_0 = \theta_B + 7 \cdot \text{Re}(\chi_0)$, в плоскостях $z = h/2$ (a), h (b), $3h/2$ (c). Кривые d, e, f показывают пространственный профиль пучка, отраженного от идеального кристалла при угле падения $\theta_0 = \theta_B + 3 \cdot \text{Re}(\chi_0)$, на тех же плоскостях $z = h/2$ (d), h (e), $3h/2$ (f). Таким образом, мы видим, что волна, отраженная от идеального кристалла, испытывает дифракционное уширение по мере удаления от кристалла. Волна, отраженная от деформированного кристалла, фокусируется в плоскости $z = h$, в которой расположена щель, формирующая падающий на кристалл пучок.

4. Фокусирующие свойства деформированных кристаллов сохраняются и при асимметричном отражении. На рис.4 представлены результаты численного решения уравнений (1)–(4) для отражения $\text{CuK}\alpha$ -излучения от плоскостей (111) деформированного кристалла германия с $l = 8.5 \text{ мкм}$ и $\Delta d/d = 1.2 \cdot 10^{-2}$. Угол между плоскостями (111) и входной гранью кристалла составлял $\psi = 9^\circ$. Падающий пучок формировался двумя щелями размером 0.55 мкм с расстоянием 2.7 мкм между ними и находящимися на расстоянии 2.75 см от области отра-

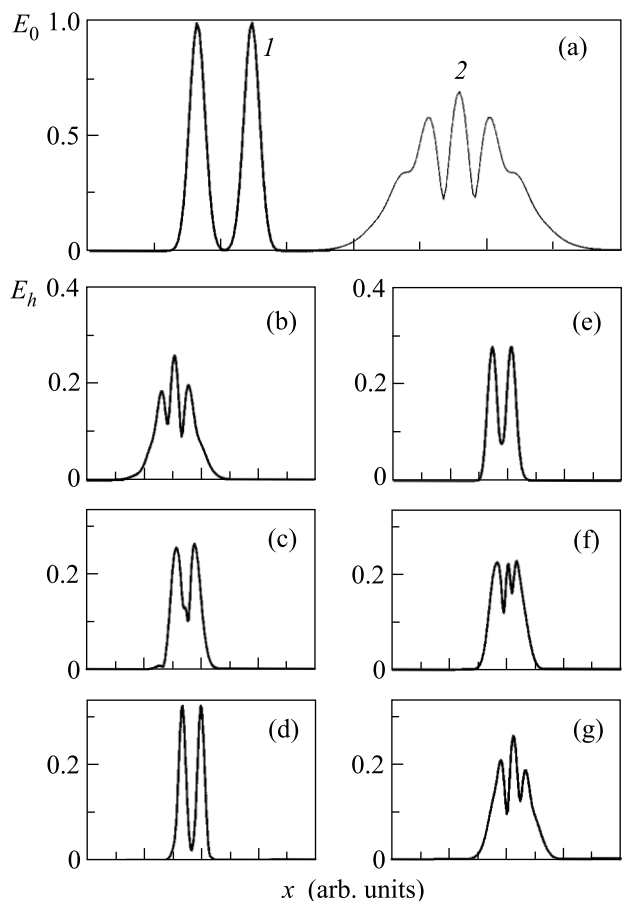


Рис.4. Пространственный профиль падающего (а) и отраженного (b–g) пучков. Кривая 1 – падающий пучок в плоскости $z = h$, кривая 2 – в плоскости $z = 0$. Профиль отраженного пучка в плоскости $z = 0$ (b), $0.25h_1$ (c), $0.4h_1$ (d), $0.5h_1$ (e), $0.6h_1$ (f), $0.75h_1$ (g)

жения. Угол падения составлял $\theta_0 = \theta_B + 15 \cdot \text{Re}(\chi_0)$. На рис.4а показан пространственный профиль падающего пучка в плоскости $z = h$ (кривая 1) и в плоскости $z = 0$ (кривая 2). Из рисунка видно, что в результате дифракции на пути от щели до поверхности кристалла пространственный профиль пучка претерпевает качественные изменения. Из резуль-

татов предыдущего раздела видно, что гауссовский пучок при асимметричном отражении фокусируется в плоскости $z = h_1 = h \sin(\theta_0 + \psi) / \sin(\theta_0 - \psi)$. Однако, как следует из (4), (5), длина фокусировки зависит от вида пространственного профиля падающего пучка. На рис.4 показан пространственный профиль отраженного пучка на различных расстояниях от кристалла $z = 0$ (b), $0.25h_1$ (c), $0.4h_1$ (d), $0.5h_1$ (e), $0.6h_1$ (f), $0.75h_1$ (g). Из рисунка видно, что при $z = 0.4h_1$ пространственный профиль падающего пучка полностью восстанавливается. Учитывая асимметрию отражения, мы получаем в указанной плоскости n -кратно увеличенное изображение объекта, где $n = \sin(\theta_0 + \psi) / \sin(\theta_0 - \psi)$.

5. Проведенный анализ показывает возможности создания фокусирующих оптических систем на основе кристаллов или многослойных периодических структур с переменным периодом. Простота изготовления указанных систем позволяет надеяться на их широкое применение в области рентгеновской и ультрафиолетовой микроскопии и астрономии, разработке новых конструкций микрондов и источников высокой мощности. Эти системы могут найти также и применение в области компрессии фемтосекундных лазерных импульсов.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 99-02-16093) и программы “Университеты России”.

1. В. В. Аристов, А. И. Ерко, *Рентгеновская оптика*, М.: Наука, 1991.
2. A. Snigirev, V. Kohn, I. Snigireva, and B. Lengler, *Nature* **384**, 49 (1996).
3. М. А. Kumakhov, *Proc. SPIE* **4155**, 2 (2000).
4. А. В. Андреев, В. Е. Асадчиков, Б. В. Мchedlishvili и др., *Письма в ЖЭТФ* **73**, 205 (2001).
5. А. В. Андреев, А. В. Балакин, Д. Буше и др., *Письма в ЖЭТФ* **71**, 539 (2000).
6. З. Г. Пинскер, *Рентгеновская кристаллооптика*, М.: Наука, 1982.