

Ускорение ионов при адиабатическом разлете плазмы: ренормгрупповой подход

В. Ф. Ковалев¹⁾, В. Ю. Быченков⁺, В. Т. Тихончук⁺

Институт математического моделирования РАН, 125047 Москва, Россия

⁺Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 117924 Москва, Россия

Поступила в редакцию 25 мая 2001 г.

С использованием ренорм-группового подхода получено точное решение самосогласованных кинетических уравнений Власова для частиц плазмы в квазинейтральном приближении, описывающее одномерный адиабатический разлет плазменного сгустка в вакуум для произвольных начальных распределений частиц по скоростям. Изучено ускорение ионов для двухтемпературного максвелловского и супер-гауссова начальных распределений электронов.

PACS: 02.20.-a, 52.25.Dg, 52.38.Kd

Начиная с работы [1], решение задачи о разлете плазмы в вакуум является предметом исследований на протяжении долгих лет. Прежде всего это обусловлено необходимостью все лучшего понимания физики ускорения ионов при взаимодействии лазерного излучения с плазмой, включая его количественную трактовку. Проблема ускорения ионов является одной из ключевых для различных приложений с использованием мощных лазеров, таких как лазерный термоядерный синтез, инжектор быстрых частиц, радиационный источник для медицины и ядерной физики. Несмотря на то, что процесс ускорения ионов в разлетающейся горячей лазерной плазме описан достаточно подробно [2], недавние эксперименты с наноплазменными образованиями [3, 4] обнаружили, что ионы могут достигать энергий, превышающих предсказанный предел.

Наибольшее число работ по разлету плазмы в вакуум выполнено в модели полуограниченной плазмы с изотермическими электронами и холодными ионами [5–9], отвечающей наличию постоянного источника частиц и допускающей существование квазистационарной короны и режима изотермического разлета. Эта модель заведомо неадекватна, если речь идет об изучении режима разлета малых плазменных образований, например, кластеров [3, 4]. Такой режим существенно нестационарен и сопровождается адиабатическим охлаждением частиц. Он изучался с помощью феноменологической теории гидродинамического типа [10] и численного моделирования [11, 12]. Важным шагом в его изучении явилась работа [13], в которой получено точное автомодельное решение уравнений Власова для

электронов и ионов в квазинейтральном приближении. Однако найденное в [13] кинетическое решение о разлете плазменного сгустка в вакуум ограничено частным случаем квадратичной пространственной зависимости электростатического потенциала и, соответственно, начальных условий, отвечающих одинаковым зависимостям от координаты и скорости функций распределения электронов и ионов.

В данном сообщении найден более общий, по сравнению с [13], класс решений задачи Коши для уравнений Власова в квазинейтральном приближении, для произвольных начальных распределений частиц по скоростям. Это достигается благодаря использованию ренорм-группового подхода [14], при котором решение начальной задачи по теории возмущений при $t \rightarrow 0$ продолжается на область больших t с помощью ренорм-групповых симметрий (РГС). Решение Дорожкиной и Семенова [13] представляет собой частный случай этого более общего решения. Общий метод ренорм-группы изложен в данной работе на примере плоского разлета, обобщение на трехмерный случай не представляет принципиальных затруднений. Можно надеяться, что полученные результаты могут пролить свет на природу экспериментально обнаруженной высокой отсечки ионного спектра по энергии [3, 4], поскольку данный метод позволяет рассматривать существенно неравновесные функции распределения электронов, подобные тем, которые возникают в условиях экспериментов [3, 4], где имеет место генерация ускоренных электронов вследствие лазерного воздействия.

Для описания динамики плазменного образования рассмотрим систему двух кинетических уравнений

¹⁾e-mail: kovalev@imamod.ru

для функций распределения f_α электронов, $\alpha = e$, и ионов, $\alpha = i$, которые зависят от времени t , координаты x и одной компоненты скорости v вдоль оси x :

$$\partial_t f_\alpha + v \partial_x f_\alpha - (e_\alpha / m_\alpha) (\partial_x \Phi) \partial_v f_\alpha = 0. \quad (1)$$

В рамках используемого здесь квазинейтрального приближения плотность заряда и тока в плазме полагаем равными нулю:

$$\int dv (Z f_i - f_e) = 0, \quad \int dv v (Z f_i - f_e) = 0, \quad (2)$$

где $Z = -e_i / e_e$ – кратность ионизации ионов. Соответственно, выражение для электрического потенциала, Φ , определяется с помощью моментов функций распределения:

$$e \partial_x \Phi = -m_e \int dv v^2 \partial_x (Z f_i - f_e) \times \left\{ \int dv \left(f_e + \frac{Z^2 m_e}{m_i} f_i \right) \right\}^{-1}. \quad (3)$$

Решение системы уравнений (1) и (2) ищем с крайними условиями, отвечающими заданным в начальный момент времени $t = 0$ функциям распределения электронов и ионов, $f_e(t = 0) = f_{e0}$ и $f_i(t = 0) = f_{i0}$. Такая постановка задачи может моделировать разлет плазменного образования под действием короткого лазерного импульса с длительностью, гораздо меньшей характерного времени эволюции сгустка. При этом процесс взаимодействия лазерного излучения с плазмой не конкретизируется и проявляется посредством задания начальных функций распределения частиц.

Группу РГС для системы уравнений (1) и (2) будем искать как подгруппу симметрий, допускаемых этими уравнениями. Поскольку эта система является интегро-дифференциальной, то для вычисления симметрий применим развитый в [15] регулярный подход, который разбивает процесс вычисления симметрий на два этапа. Сначала вычисляется группа *промежуточной* симметрии, допускаемая системой уравнений (1), а затем эти симметрии используются при анализе следствий нелокальных соотношений (2). Существенное отличие использованного здесь способа вычислений группы промежуточной симметрии от использованного в [15] состоит в том, что переменная Φ рассматривается не как одна из зависимых переменных, а как неизвестная пока функция переменных t и x (вычисляемая по найденным функциям распределения частиц). В результате группа симметрий расширяется по сравнению с вычисленной ранее [15] и сводится к восьмипараметрической группе преобразований, заданной двумя операторами переноса

по координатам t и x , тремя операторами растяжений, оператором группы галилеевских преобразований, оператором квазинейтральности и дополнительным оператором $X = t^2 \partial_t + tx \partial_x + (x - vt) \partial_v$ группы конформных преобразований. Процедура сужения [14] найденной группы преобразований, при которой проверяется условие инвариантности решения начальной задачи по теории возмущений при $t \rightarrow 0$, относительно преобразований, задаваемых оператором искомой РГС, дает набор операторов, один из которых приведен ниже:

$$R = (1 + 2\omega t + \Omega^2 t^2) \partial_t + (\Omega^2 t + \omega) x \partial_x + [\Omega^2 (x - vt) - \omega v] \partial_v. \quad (4)$$

Функции распределения являются инвариантами группового преобразования с оператором РГС (4) и представляются через два первых интеграла сопряженного с R уравнения первого порядка. При $t = 0$ эта связь функций распределения с двумя интегралами энергии $w_{e,i}$ при произвольной зависимости электрического потенциала от координаты имеет вид

$$f_\alpha = F_\alpha(w_\alpha), \quad w_\alpha = \frac{1}{2} m_\alpha (v^2 - 2vx\omega + \Omega^2 x^2) + e_\alpha \Phi. \quad (5)$$

При этом распределение потенциала Φ как функции координаты x находится из условия квазинейтральности. Временной характер поведения функций распределения частиц и электрического поля определяется конечными преобразованиями группы, которые связывают значения переменных (x', v') в начальный момент времени $t = 0$ с их значениями (x, v) при $t \neq 0$:

$$x' = \frac{x}{\sqrt{1 + 2\omega t + \Omega^2 t^2}}, \quad (v' - x'\omega)^2 = v^2 - 2\omega v(x - vt) + \Omega^2 (x - vt)^2 - (x')^2 (\Omega^2 - \omega^2). \quad (6)$$

Таким образом, идентифицируя величины x и v в (5) с x' и v' и подставляя в них выражения из (6), получим явную зависимость функций распределения от времени.

Далее на двух примерах при $\omega = 0$ проиллюстрируем полученное решение.

Пример 1. Пусть при $t = 0$ функция распределения ионов имеет максвелловское распределение по скоростям с плотностью n_{i0} и температурой T_i , а функция распределения электронов – двухтемпературное максвелловское распределение с плотностями

и температурами горячей и холодной компонент, соответственно n_{h0}, T_h и n_{c0}, T_e , где $Zn_{i0} = n_{c0} + n_{h0}$ и $\rho = n_{h0}/Zn_{i0}$. Такой пример может моделировать разлет плазменного сгустка (например, кластера с размером, превышающим дебаевский радиус), предварительно быстро и изотропно нагретого лазерным полем с образованием группы горячих электронов. Использование начальных функций распределения в условиях квазинейтральности (2) приводит к следующей зависимости потенциала плазмы от автомодельной переменной $\zeta = x\Omega/\sqrt{1 + \Omega^2 t^2}$: $e\Phi = m_e \zeta^2/2 - T_e \Psi$, где вспомогательная функция $\Psi(\zeta)$ определяется неявно из уравнения

$$\zeta^2 = \frac{2}{m_i + Zm_e} [(T_i + ZT_e)\Psi - T_i \ln(1 - \rho + \rho e^{(1 - T_e/T_h)\Psi})]. \quad (7)$$

В случае, когда зависимости функций распределения электронов и ионов от скоростей одинаковы, например для максвелловских функций распределения по скоростям без быстрых электронов ($\rho = 0$), условие квазинейтральности приводит к квадратичной зависимости потенциала Φ от координаты x , обсуждавшейся в работе [13].

Соответствующее решение для функций распределения частиц записывается в виде

$$\begin{aligned} f_e &= (1 - \rho) \frac{Zn_{i0}\sqrt{m_e}}{\sqrt{2\pi T_e}} \times \\ &\times \exp\left[-\Psi - \frac{m_e}{2T_e}(1 + \Omega^2 t^2)(v - u)^2\right] + \\ &+ \rho \frac{Zn_{i0}\sqrt{m_e}}{\sqrt{2\pi T_h}} \exp\left[-\Psi \frac{T_e}{T_h} - \frac{m_e}{2T_h}(1 + \Omega^2 t^2)(v - u)^2\right], \\ f_i &= \frac{n_{i0}\sqrt{m_i}}{\sqrt{2\pi T_i}} \exp\left[-\Psi - \frac{m_i}{2T_i}(1 + \Omega^2 t^2)(v - u)^2\right] \times \\ &\times (1 - \rho + \rho e^{(1 - T_e/T_h)\Psi}), \end{aligned} \quad (8)$$

где $u = xt\Omega^2/(1 + \Omega^2 t^2)$ – локальная скорость течения плазмы.

Пример 2. Пусть при $t = 0$ функция распределения ионов имеет максвелловское распределение по скоростям, а функция распределения электронов – супер-гауссово:

$$f_{e0} = \frac{aZn_{i0}\sqrt{m_e}}{\sqrt{T_e}} \exp[-2(w_e/T_e)^2], \quad (9)$$

где $a = 2^{3/4}/\Gamma(1/4) \simeq 0.46$. Этот пример можно сопоставить разлету плазменного сгустка, быстро нагретого лазерным полем умеренной интенсивности

за счет обратнотормозного поглощения, когда, как известно [16], может устанавливаться распределение электронов вида $\propto \exp(-v^m)$, $2 \leq m \leq 5$. Подстановка (9) в условия квазинейтральности (2) приводит к зависимости вспомогательной функции Ψ от автомодельной переменной:

$$\zeta^2 = \frac{2}{m_i + Zm_e} \times [T_i \Psi^2 + ZT_e \Psi - T_i \ln(a\sqrt{\Psi} K_{1/4}(\Psi^2))], \quad (10)$$

а эволюция функций распределения частиц определяется следующими формулами:

$$\begin{aligned} f_e &= \frac{aZn_{i0}\sqrt{m_e}}{\sqrt{T_e}} \times \\ &\times \exp\left\{-2\left[\Psi + \frac{m_e}{2T_e}(1 + \Omega^2 t^2)(v - u)^2\right]^2\right\}, \\ f_i &= \frac{an_{i0}\sqrt{m_i}\Psi}{\sqrt{2\pi T_i}} K_{1/4}(\Psi^2) \times \\ &\times \exp\left[-\Psi^2 - \frac{m_i}{2T_i}(1 + \Omega^2 t^2)(v - u)^2\right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Оба примера демонстрируют схожую динамику плазмы. Параметр Ω характеризует время охлаждения плазмы. Численно он равен обратному времени прохождения волны разрежения через плазменный слой, $\Omega \sim C_s/L$, где L – начальный размер плазмы, а $C_s = \sqrt{(T_i + ZT_e)/(m_i + Zm_e)}$ – скорость звука, рассчитанная по начальным температурам. На временах $\Omega t \gg 1$ плазма переходит в автомодельный режим разлета, при котором температуры электронов и ионов быстро падают как $1/t^2$, локальная скорость течения выходит на значение $u = x/t$, а локальная плотность плазмы, $n_i(x, t) = n_{i0}N(\zeta)/\sqrt{1 + \Omega^2 t^2}$, принимает вид $n_i(x, t) = n_{i0}N(u)/\Omega t$. Здесь N – некоторая универсальная функция, зависящая от начального распределения электронов. В случае примера 1, $N = \exp(-\Psi) \{1 - \rho + \rho \exp[(1 - T_e/T_h)\Psi]\}$, а в случае примера 2, $N = a\sqrt{\Psi} K_{1/4}(\Psi^2) \exp(-\Psi^2)$. В качестве иллюстрации полученных результатов на рис.1 приведены графики “универсальной” плотности ионов $N(\zeta)$ в зависимости от параметра автомодельности ζ/C_s для следующих параметров плазмы: $T_e/T_i = 10$, $m_i/m_e = 1836$ и $Z = 1$. В случае двухтемпературного распределения электронов плотность плазмы характеризуется хвостом, вытянутым на расстояние порядка $L\sqrt{T_h/T_e}$ от центра. Именно эти ионы при $\Omega t \gg 1$ ускоряются до высокой энергии, так что относительное число ионов с энергией, превосходящей ZT_h , оказывается порядка ρ . Напротив, в случае супер-гауссова распределения электро-

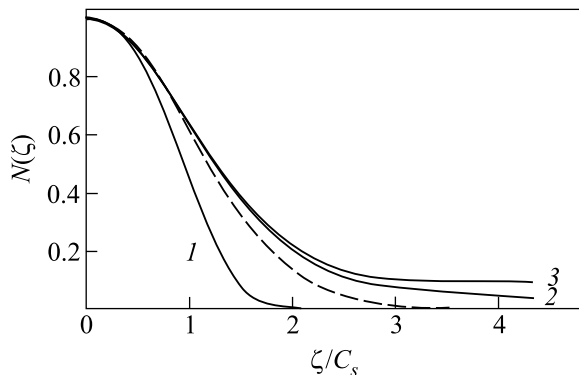


Рис.1. Распределение плотности плазмы $N = \sqrt{1 + \Omega^2 t^2} (n_i(x, t) / n_{i0})$ в зависимости от параметра автомодельности ζ / C_s для различных начальных распределений электронов: 1 – супергауссово распределение, 2 и 3 – двухтемпературное распределение с $T_h / T_e = 10$ (2), 100 (3) и относительной плотности $\rho = 0.1$. Штриховая кривая соответствует начальному максвелловскому распределению электронов

нов число ионов с энергиями больше ZT_e незначительно меньше, чем в случае максвелловского распределения.

Энергетическое распределение ионов также определяется функцией N , поскольку при $\Omega t \gg 1$ автомодельная переменная ζ соответствует скорости ионов u . Именно $N(u)$ определяет плотность числа ионов с энергией $m_i u^2 / 2$. Поток ионов, который обычно измеряют датчики, расположенные на некотором расстоянии x_0 от плазмы, описывается функцией $J(t) = u(x_0, t) n_{i0} N(\zeta[x_0, t]) / \sqrt{1 + \Omega^2 t^2}$. Соответствующие формы сигналов показаны на рис.2. Параметры те же, что и на рис.1, положение датчика

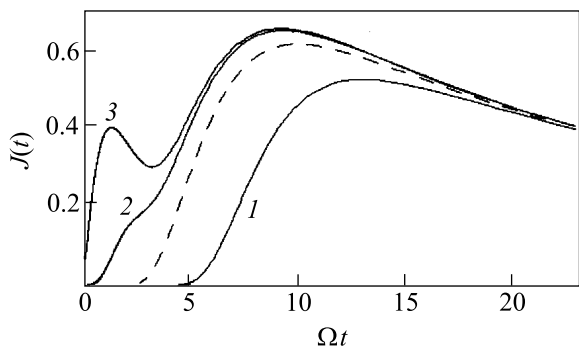


Рис.2. Зависимость тока ионов $J(t)$ в единицах $C_s n_{i0}$ от времени Ωt на расстоянии $x_0 = 10 C_s / \Omega$ для примеров предыдущего рисунка

отвечает $x_0 = 10 C_s / \Omega$. Фронт импульса на временах $C_s t < x_0$ ($\Omega t < 10$) создают быстрые ионы. Их число

и энергия возрастают с увеличением числа и энергии горячих электронов.

В заключение отметим, что с использованием ренорм-группового подхода получено точное решение кинетических уравнений для электронов и ионов в квазинейтральном бесстолкновительном приближении, описывающее одномерный неизотермический разлет плазменного сгустка для произвольных начальных распределений частиц по скоростям. Такое решение описывает эффект адиабатического остывания частиц, и поэтому ионы ускоряются до определенной конечной энергии. Соответствующий анализ ионного спектра проведен для двухтемпературного (“горячего” и “холодного”) максвелловского и супергауссова начальных распределений электронов. Поскольку ионный спектр определяется исходным распределением электронов, его измерение может быть положено в основу метода диагностики функции распределения электронов, возникающей в результате взаимодействия ультракороткого лазерного импульса с наноплазмой, например кластерной. Для такой плазмы длина свободного пробега частиц, как правило, велика по сравнению с характерным размером плазменного образования и приближение бесстолкновительной плазмы хорошо выполняется.

Из проведенного выше анализа видно, что метод решения накладывает определенные ограничения на начальный профиль плотности плазмы. В частности, эффективное ускорение ионов происходит при наличии разреженного гало, окружающего центральную часть плазмы. Отсутствие такого гало приведет к нарушению квазинейтрального приближения. Можно ожидать, что при этом число ионов высокой энергии уменьшится. Мы планируем дальнейшее развитие теории с целью ее обобщения на этот случай.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов Российского фонда фундаментальных исследований # 99-01-00232, # 00-15-96691, # 99-02-17267, # 00-02-16063.

1. А. В. Гуревич, Л. В. Парийская, Л. П. Питаевский, ЖЭТФ **49**, 649 (1965).
2. S. J. Gitomer, R. D. Jones, F. Begay et al., Phys. Fluids **29**, 2679 (1986).
3. J. Zweiback, R. A. Smith, T. E. Cowan et al., Phys. Rev. Lett. **84**, 2634 (2000).
4. E. Springate, N. Hay, J. W. G. Tisch et al., Phys. Rev. **A61**, 063201 (1999).
5. L. M. Wickens, J. E. Allen, and P. T. Rumsby, Phys. Rev. Lett. **41**, 243 (1978).
6. B. Bezzerides, D. W. Forslund, and E. L. Lindman, Phys. Fluids **21**, 2179 (1978).

7. P. Mora and R. Pellat, *Phys Fluids* **22**, 2300 (1979).
8. A. Gurevich, D. Anderson, and H. Wilhelmsson, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 769 (1979).
9. А. В. Гуревич, А. П. Мещеркин, *ЖЭТФ* **80**, 1810 (1981).
10. Ch. Sack and H. Shamel, *Phys. Rep.* **156**, 311 (1987).
11. G. Manfredi, S. Mola, and M. R. Feix, *Phys. Fluids* **B5**, 388 (1993).
12. L. G. Garcia, J. Goedert, H. Figua et al., *Phys. Plasmas* **4**, 4240 (1997).
13. D. S. Dorozhkina and V. E. Semenov, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2691 (1998); *Письма в ЖЭТФ* **67**, 543 (1998).
14. V. F. Kovalev, V. V. Pustovalov, and D. V. Shirkov, *J. Math. Phys.* **39**, 1170 (1998).
15. В. Ф. Ковалев, С. В. Кривенко, В. В. Пустовалов, *Дифференциальные уравнения* **29**, 1804 (1993); **29**, 1971 (1993); *Письма в ЖЭТФ* **55**, 256 (1992).
16. A. B. Langdon, *Phys. Rev. Lett.* **44**, 575 (1980); J. P. Matte, M. Lamoureux, C. Moller et al., *Plasma Phys. Contr. Fusion* **30**, 1665 (1988).