

# О швингеровском механизме рождения электрон-позитронных пар из вакуума полем оптических и рентгеновских лазеров

В. С. Попов<sup>1)</sup>

Институт теоретической и экспериментальной физики, 117218 Москва, Россия

Поступила в редакцию 28 июня 2001 г.

Рассчитана вероятность  $W$  рождения  $e^+e^-$ -пар из вакуума под действием интенсивного переменного электрического поля, создаваемого с помощью лазеров оптического или рентгеновского диапазонов. Рассмотрены две характерные области:  $\gamma \ll 1$  и  $\gamma \gg 1$ , где  $\gamma$  – параметр адиабатичности. Показано, что с ростом  $\gamma$ , а также при переходе от монохроматического излучения к лазерному импульсу конечной длительности, вероятность  $W$  резко возрастает (при одном и том же значении напряженности поля). Обсуждается зависимость вероятности  $W$  и импульсного спектра электронов и позитронов от формы лазерного импульса (динамический эффект Швингера).

PACS: 11.10.-x

1. Квантовая электродинамика (КЭД) предсказывает возможность рождения электрон-позитронных пар из вакуума под действием сильного электрического поля [1]. Этот нелинейный эффект, вначале рассматривавшийся для статического поля, был исследован (теоретически) также для переменных во времени полей электрического типа. В частности, рассматривалось пространственно-однородное поле

$$\mathcal{E}(t') = \{F\varphi(t), 0, 0\}, \quad \mathbf{B}(t) = 0, \quad t = \omega t', \quad (1)$$

в случае  $\varphi(t) = \cos t$  [2–6] (такое поле может быть реализовано [4, 7] в пучности стоячей световой волны, возникающей при сложении двух когерентных лазерных пучков). Здесь  $t'$  – время,  $t$  – безразмерное время,  $F$  – амплитудное значение электрического поля,  $\omega$  – его характерная частота, а функция  $\varphi(t)$  задает форму лазерного импульса. Далее мы примем, что  $\varphi$  – аналитическая функция от  $t^2$ , причем на вещественной оси  $|\varphi(t)| \leq \varphi(0) = 1$  (то есть  $t = 0$  – момент максимума поля, когда  $e^+$  и  $e^-$  выходят из-под барьера [3]).

Этот процесс (будем называть его швингеровским механизмом рождения пар) имеет принципиальное значение для КЭД и для квантовой теории поля вообще<sup>2)</sup>. Проведенные оценки [4, 11, 12] показали, однако, что нельзя было рассчитывать на его наблюдение с имевшимися в то время лазерами. Поэтому считалось, что результаты работ [1–6] представляют

чисто теоретический интерес для КЭД. В последнее время ситуация меняется: мощности оптических и инфракрасных лазеров возросли на много порядков [13, 14] и разрабатываются [7, 15] проекты создания рентгеновских лазеров на свободных электронах на электрон-позитронном коллайдере TESLA в DESY (а также соответствующие устройства в SLAC), в которых предполагается получить когерентные пучки фотонов с энергией порядка нескольких кэВ. Ввиду этого, необходимо более подробно рассмотреть теорию эффекта Швингера с учетом новых экспериментальных возможностей, чему посвящена недавно появившаяся работа Рингвальда [7].

Здесь мы продолжим обсуждение этого круга вопросов. Используются обозначения:  $\epsilon = F/F_{cr}$  – приведенное электрическое поле,  $F_{cr} = m^2 c^3 / e \hbar \approx 1.32 \cdot 10^{16}$  В/см – “критическое” или швингеровское [1] поле в КЭД,  $\alpha = e^2 / \hbar c = 1/137$ ,  $K_0 = 2mc^2 / \hbar \omega = \lambda / \pi \lambda_e$  – параметр многоквантовости,  $\lambda$  – длина волны лазерного излучения,  $\lambda_e = \hbar / mc = 386$  Фм и далее, как правило,  $\hbar = c = 1$ .

2. Вначале рассмотрим монохроматическое лазерное поле:  $\varphi(t) = \cos t$ . Используя метод “мнимого времени” для описания подбарьерного движения электрона в релятивистском случае [3, 4], можно показать, что вероятность рождения пары из вакуума в состоянии с импульсами  $\pm \mathbf{p}$  у  $e^\pm$  равна, с точностью до предэкспоненты,

$$w(\mathbf{p}) = d^3 W / d^3 p \propto \exp \left\{ -\frac{\pi}{\epsilon} \left[ \tilde{g}(\gamma) + \tilde{b}_1(\gamma) \frac{p_{\parallel}^2}{m^2} + \tilde{b}_2(\gamma) \frac{p_{\perp}^2}{m^2} \right] \right\}, \quad (2)$$

где  $\gamma$  – параметр адиабатичности:

<sup>1)</sup> e-mail: marina@vxitep.itep.ru

<sup>2)</sup> Процессы, аналогичные швингеровскому рождению пар, встречаются, например, в теории квантового испарения черных дыр [8, 9], при рассмотрении ранних стадий эволюции Вселенной, в теории многофотонной ионизации полупроводников [10] и т.д.

$$\gamma = \omega/\omega_t = mc\omega/eF = 2/K_0\epsilon, \quad (3)$$

$\omega_t$  – частота туннелирования электрона через щель  $2mc^2$  между нижним и верхним континуумами, а функция  $\tilde{g}(\gamma)$  и коэффициенты импульсного спектра  $\tilde{b}_{1,2}(\gamma)$  при  $\gamma \gtrsim 1$  существенно зависят от формы импульса (тильда означает, что эти функции относятся к процессу рождения пар, в отличие от аналогичных функций  $g$  и  $b_{1,2}$  в теории многофотонной ионизации атомов [16]). Различие между  $g(\gamma)$  и  $\tilde{g}(\gamma)$  и т.д. связано с различным видом закона дисперсии  $E(\mathbf{p})$  для электрона в подбарьерном движении (кроме того, параметр  $\gamma$  для этих двух задач имеет разный порядок величины). Полная вероятность  $W$ , рассчитанная на инвариантный комптоновский 4-объем  $\lambda_e^4/c = m^{-4} \approx 7.25 \cdot 10^{-53} \text{ см}^3 \cdot \text{с}$ , получается интегрированием (2) по  $d^3p$  с учетом закона сохранения энергии при  $n$ -фотонном поглощении. Соответствующие формулы (довольно громоздкие) приведены в [4] и требуют численных расчетов.

Формулы значительно упрощаются<sup>3)</sup> при  $\gamma \ll 1$  и  $\gamma \gg 1$ . В первом случае (адиабатическая область – низкая частота  $\omega$ , сильное электрическое поле) спектр значений  $n\omega$  практически непрерывный и

$$W = \frac{m^4}{2^{3/2}\pi^4} \epsilon^{5/2} \cdot \exp\left\{-\frac{\pi}{\epsilon}\tilde{g}(\gamma)\right\}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \tilde{g}(\gamma) &= 1 - \frac{1}{8}\gamma^2 + \frac{3}{64}\gamma^4 + \dots, \\ \tilde{b}_1 &= \frac{1}{2}\gamma^2 \left(1 - \frac{9}{8}\gamma^2 + \dots\right), \\ \tilde{b}_2 &= 1 - \frac{1}{4}\gamma^2 + \dots \end{aligned} \quad (4')$$

Считая, что максимальное электрическое поле  $F$  достигается при фокусировке лазерного излучения в объеме  $\Delta V = \lambda^3$  (дифракционный предел), а длительность импульса равна  $T$ , находим полное число  $e^+e^-$ -пар, рожденных из вакуума:

$$N(T) = 0.354 K_0^4 \epsilon^{5/2} \exp\left\{-\frac{\pi}{\epsilon} \left[1 - \frac{1}{2(K_0\epsilon)^2}\right]\right\} \cdot N', \quad (5)$$

если лазерный импульс охватывает  $N' = \omega T/2\pi$  периодов поля.

В другом предельном случае,  $\gamma \gg 1$ , имеем

$$\begin{aligned} \tilde{g}(\gamma) &= \frac{4}{\pi\gamma} \left[ \ln \gamma + 0.386 + \frac{\ln \gamma}{4\gamma^2} + \dots \right], \\ \tilde{b}_1(\gamma) &\approx \tilde{b}_2(\gamma) \approx \frac{2 \ln \gamma}{\pi\gamma}, \end{aligned}$$

<sup>3)</sup>См. уравнения (20), (21) и (П.12) в [4] соответственно для  $\gamma \ll 1$  и  $\gamma \gg 1$ . Формулы, используемые Рингвальдом (см. (18) в статье [7]), при  $\gamma \ll 1$  совпадают с (4), а в случае  $\gamma \gg 1$  их отличие от (7) состоит только в численном множителе  $2/\sqrt{\pi} \approx 1.13$ , не существенном для дальнейших оценок.

а вероятность образования пар представляется в виде суммы вероятностей  $n$ -фотонных процессов:

$$W = \sum_n w_n, \quad w_n = \frac{2}{\pi^3} m^4 K_0^{-5/2} \left(\frac{e}{4\gamma}\right)^{2n} q(n - K_0), \quad (6)$$

где  $n > K_0 = 2m/\omega$  и

$$q(x) = \frac{1}{2} e^{-2x} \int_0^{2x} e^t t^{-1/2} dt \approx \begin{cases} \sqrt{2x}, & x \rightarrow 0, \\ (8x)^{-1/2}, & x \rightarrow \infty. \end{cases} \quad (6')$$

В этом случае вероятности  $w_n$  быстро убывают с ростом  $n$  и из (6) следуют оценки

$$W \approx \frac{m^4}{2^{3/2}\pi^3} \left(\frac{\omega}{m}\right)^{5/2} (4\gamma/e)^{-2K_0}, \quad (7)$$

$$N(T) \approx 2\pi K_0^{3/2} \exp\{-2K_0 \ln(4\gamma/e)\} \cdot N'.$$

Сравнение (4) и (7) показывает, что (при одном и том же значении электрического поля  $F$ ) вероятность рождения пар в случае  $\gamma \gg 1$  на много порядков больше, чем в адиабатической области<sup>4)</sup>.

На рис.1 показаны значения приведенного электрического поля, отвечающие рождению одной  $e^+e^-$  пары в объеме  $\lambda^3$ , для нескольких длительностей лазерного импульса: от  $T = 2\pi/\omega$  (один период поля) до  $T = 1$  с. Для оптических лазеров эти значения довольно близки друг к другу, но различие между ними заметно возрастает с ростом частоты  $\omega$ , если  $\hbar\omega \gtrsim 1$  кэВ (штриховая кривая отвечает  $\gamma = 1$ ).

На рис.2 и 3 дано полное число пар (в объеме  $\lambda^3$ ) в зависимости от  $\epsilon$  и  $T$ ; номера кривых на рис.2 соответствуют значениям энергии квантов, приведенным в таблице. При этом сплошные кривые относятся к случаю ультракороткого импульса с  $T = 2\pi/\omega$  (один период), а штриховые соответствуют длительности импульса  $T = 1$  пс. Последнее значение выбрано с учетом того, что максимальные поля достигаются на эксперименте в импульсном режиме работы лазеров, причем  $T \lesssim 1$  пс [13, 14]. С ростом напряженности поля  $F$  число пар возрастает столь быстро (особенно в случае  $\lambda \gtrsim 1$  мкм), что можно говорить о “лазерном пробое вакуума”. При фиксированном поле  $F$  число пар  $N$  увеличивается также с ростом длины волны  $\lambda$ . Это объясняется тем, что  $N$  пропорционально объему области фокусировки. В силу экспоненциальной зависимости  $N$  от поля возрастание длительности импульса на много порядков, от одного периода и даже до 1 с, приводит (рис.3) к сравнительно небольшому сдвигу кривых  $N = N(\epsilon, \omega)$  в сторону меньших полей

<sup>4)</sup>То же имеет место и для многофотонной ионизации атомов [10] и вообще при туннелировании частиц через колеблющийся барьер, если частота его колебаний  $\omega \gg \omega_t$ .

Параметры некоторых лазеров

№	$\lambda$	$\hbar\omega$	$K_0$	$F_{th}$	Тип лазера
1	10.6 мкм	0.117 эВ	8.74(6)	0.74	СО <sub>2</sub> -лазер [17]
2	1.064 мкм	1.165 эВ	8.77(5)	0.87	Nd-YAG [17]
3	0.785 мкм	1.58 эВ	6.47(5)	0.90	Тi-сапфир
4	0.69 мкм	1.8 эВ	5.69(5)	0.91	рубин
5	109 нм	11.4 эВ	8.98(4)	1.07	лазер на свободных электронах [18]
6	25 нм	50 эВ	2.04(4)	1.26	-
7	1.24 нм	1 кэВ	1.02(3)	1.89	рентгеновский лазер [7,15]
8	0.1 нм	12.4 кэВ	82.4	3.15	- " -

Примечание:  $\lambda$  – длина волны,  $K_0$  – параметр многоквантовости процесса,  $F_{th}$  – пороговое электрическое поле в единицах  $10^{15}$  В/см; обозначение:  $a(b) \equiv a \cdot 10^b$ .

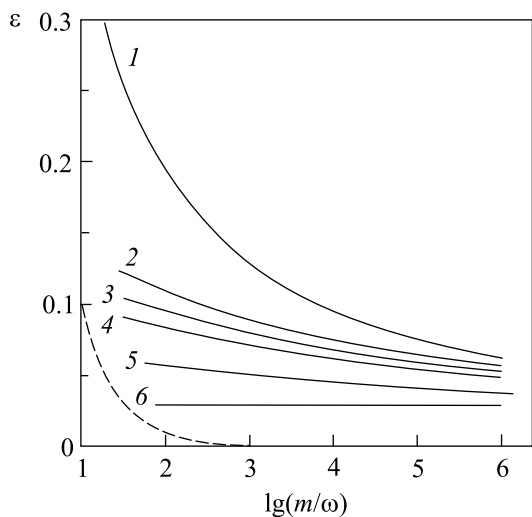


Рис.1. Приведенное электрическое поле  $\epsilon = F/F_{cr}$ , необходимое для рождения одной электрон-позитронной пары в объеме  $\lambda^3$  за время  $T$ . Сплошным кривым соответствуют следующие значения длительности импульса: один период поля  $T = 2\pi/\omega$  (кривая 1),  $T = 10^{-12}$  с,  $10^{-10}$  с,  $10^{-8}$  с и 1 с (кривые 2 – 5, соответственно). Кривая 6 построена для  $\Delta V = 1 \text{ см}^3$  и  $T = 1$  с, ей отвечает  $\epsilon \approx 0.0297$ . Область адиабатичности расположена выше штриховой кривой, для которой  $\gamma = 1$

(для оптических лазеров). В случае рентгеновских лазеров уменьшение минимально необходимого поля более заметно.

В таблице даны значения полей  $F_{th}$ , необходимых для рождения одной электрон-позитронной пары за один период поля (порог наблюдения эффекта Швингера). Для оптических лазеров он достигается при  $F = (0.7 \div 1.0) \cdot 10^{15}$  В/см, что на полтора порядка меньше критического поля  $F_{cr}$  (при  $F \gtrsim F_{cr}$  необходимо учитывать обратное влияние рождающихся из вакуума частиц на внешнее поле, но в рассмат-

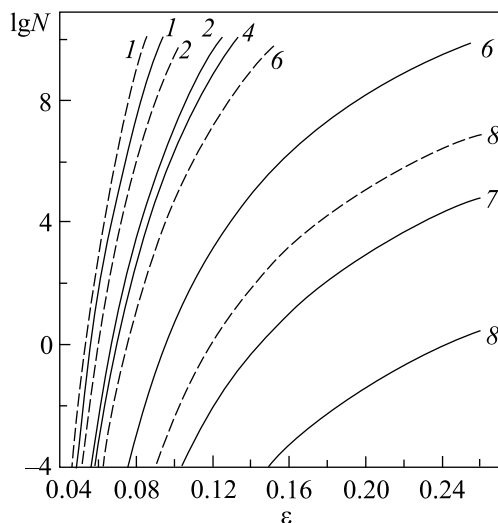


Рис.2. Число  $e^+e^-$ -пар, образующихся в объеме  $\lambda^3$  за время  $T$ . Сплошные кривые – за один период, штриховые – за  $T = 1$  пс. Номера кривых (как сплошных, так и штриховых) соответствуют таблице

риваемой области полей этим эффектом еще можно пренебречь).

Если  $\gamma \gg 1$ , то зависимость  $N_{e^+e^-}$  от амплитуды поля уже не экспоненциальная, а степенная:  $N_{e^+e^-} \propto F^{2K_0}$ , что соответствует теории возмущений высокого порядка  $K_0$  по внешнему полю. При этом (7) дает значения, на много порядков превосходящие экстраполяцию по адиабатической формуле (5). Отношение соответствующих чисел составляет  $\rho \sim (K_0\epsilon)^{2K_0} \exp(\pi/\epsilon)$ , так что  $\rho \sim 4 \cdot 10^{10}$  при  $K_0 = 5$  и  $\epsilon = 0.1$ ,  $\rho \sim 10^{21}$  при  $K_0 = 10$  и  $\epsilon = 0.05$ ,  $\rho \sim 10^{35}$  при  $K_0 = 10$  и  $\epsilon = 0.03$ , и т.д. Поэтому легче наблюдать эффект Швингера в области  $\gamma \gtrsim 1$  (при данном значении  $F$ ), что понятно из физических соображений: в этом случае за время туннелирования электрона внешнее поле  $F \cos \omega t'$  успеет много

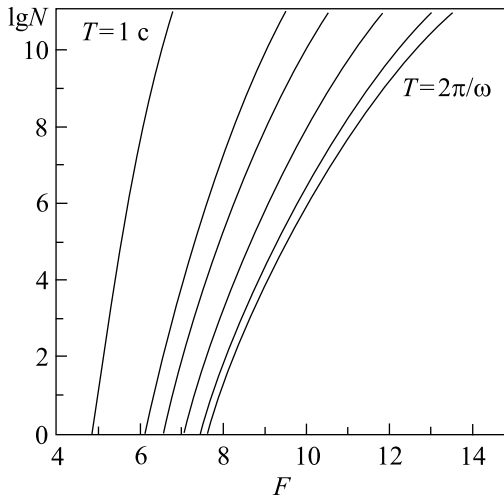


Рис.3. Зависимость  $\lg N_{e^+e^-}$  от поля  $F$  (измеряемого в  $10^{14}$  В/см) для  $\text{CO}_2$ -лазера. Кривым отвечают (справа налево) значения длительности импульса  $T = 2\pi/\omega = 0.035$  пс, 0.01 пс, 1 пс, 100 пс, 10 нс и 1 с

раз сменить свое направление, в результате чего эффективная ширина барьера уменьшается, а его проникаемость резко возрастает (это наглядно видно в терминах метода мнимого времени [3]).

К сожалению, режим  $\gamma \gg 1$  осуществляется в слабых полях, где сама вероятность  $W$  чрезвычайно мала. Как и в случае многофотонной ионизации атомов, реально для этого нужны значения  $K_0 \lesssim 10 \div 15$ , что в данном случае означает  $\hbar\omega \gtrsim 100$  кэВ. Создание таких  $\gamma$ -лазеров возможно лишь в достаточно отдаленной перспективе.

В последние годы значительные усилия были направлены на создание лазеров на свободных электронах, см. например, [15, 18]. Если при этом удастся достичь рентгеновской области спектра и сфокусировать когерентное излучение в объеме порядка  $\lambda^3$ , то минимальные мощности лазеров  $P$ , необходимые для наблюдения эффекта Швингера, существенно уменьшились бы, на что обратил внимание Рингвальд [7]. Так, при  $\lambda = 0.1$  нм и длительности импульса  $T = 0.1$  пс для образования одной  $e^+e^-$ -пары требуется  $P_{min} \approx 4 \cdot 10^{16}$  Вт. Такие мощности давно уже достигнуты в лазерной технике (в оптическом диапазоне [14]), но сама возможность создания лазеров с  $\hbar\omega \sim 10$  кэВ и осуществления фокусировки пучка в рентгеновской оптике пока еще относятся к области проектов. В настоящее время такие возможности изучаются [7].

3. В оптическом диапазоне получение максимально интенсивных электромагнитных полей достигается с помощью сжатия лазерного импульса, длитель-

ность которого становится уже сравнимой с оптическим периодом, а форма далека от идеальной синусоиды [13, 16, 19]. То же, по всей видимости, справедливо и для рентгеновских лазеров. В этой связи рассмотрим влияние укорочения импульса на вероятность эффекта Швингера.

Импульсный спектр  $e^\pm$ , рождающихся из вакуума электрическим полем вида (1), дается формулой (2), в которой

$$\tilde{g}(\gamma) = \frac{4}{\pi} \int_0^1 \chi(\gamma u) (1-u^2)^{1/2} du, \quad \tilde{b}_1(\gamma) = -\gamma \tilde{b}'_2(\gamma),$$

$$\tilde{b}_2(\gamma) = \frac{2}{\pi} \int_0^1 \chi(\gamma u) (1-u^2)^{-1/2} du, \quad (8)$$

а функция  $\chi(u)$  полностью определяется формой лазерного импульса и имеет тот же вид, что и в теории многофотонной ионизации атомов [16]. Так, в случае монохроматического излучения  $\chi(u) = (1+u^2)^{-1/2}$ , для "солитоноподобного" импульса  $\varphi(t) = 1/\cosh^2 t$  имеем:  $\chi(u) = 1/(1+u^2)$ , и т.д.

Используя (8), мы вычислили функцию  $\tilde{g}(\gamma)$  и коэффициенты импульсного спектра  $\tilde{b}_{1,2}(\gamma)$  для нескольких импульсных полей. Во всех случаях  $\tilde{g}(\gamma)$  монотонно уменьшается с ростом параметра адиабатичности

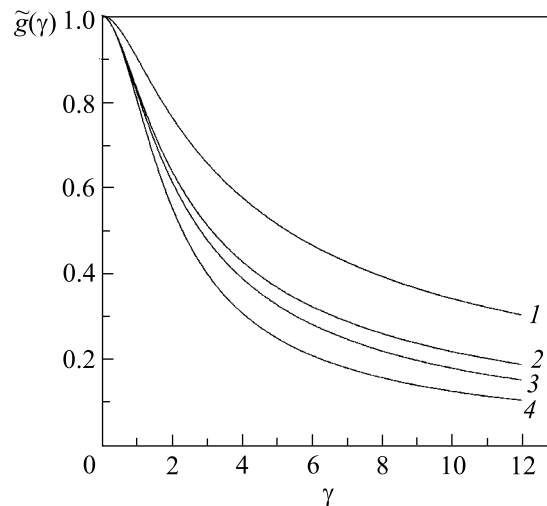


Рис.4. Динамический эффект Швингера: функция  $\tilde{g}(\gamma)$  в зависимости от параметра адиабатичности  $\gamma$ . Кривые 1–4 относятся к электрическим полям следующего вида: 1 –  $\varphi(t) = \text{cost}$ ; 2 –  $\varphi(t) = \exp(-t^2)$ ; 3 –  $\varphi(t) = 1/\cosh^2 t$ ; 4 –  $\varphi(t) = 1/(1+t^2)$

тичности (рис.4), при этом вероятность  $W$  при заданной амплитуде поля  $F$  резко возрастает (в силу того, что  $\epsilon \ll 1$ ) и начинает зависеть от формы им-

пульса  $\varphi(t)$ . Это явление, возникающее на частотах  $\omega \gtrsim \omega_t$ , естественно назвать динамическим эффектом Швингера.

Приведем результаты расчета для модулированного электромагнитного импульса с гауссовой огибающей:

$$\varphi(t) = \exp(-t^2/2\sigma^2) \cos t. \quad (9)$$

В этом случае функция  $\chi(u)$  определяется численно из уравнений

$$\chi = \frac{\exp(-\tau^2/2\sigma^2)}{\cosh \tau}, \quad u = \int_0^\tau \exp(t^2/2\sigma^2) \cosh t dt \quad (9')$$

( $\tau$  – параметр,  $0 \leq \tau < \infty$ ). С уменьшением  $\sigma$  импульс укорачивается: его амплитуда уменьшается за один период на фактор  $\delta \approx \exp(-2\pi^2/\sigma^2)$ . Как видно из рис.5, уменьшение функции  $\tilde{g}(\gamma)$ , стоящей в экспоненте, начинает сказываться при  $\sigma \sim 5$ , а при  $\sigma = 1$  оно уже весьма существенно. Что касается коэффициентов  $b_{1,2}(\gamma)$ , то их зависимостью от  $\sigma$  можно пренебречь, пока  $\sigma \geq 3$ , но для  $\sigma \sim 1$  импульсный спектр заметно расширяется. При  $\sigma \gtrsim 3$  расчет вероятности  $W$  можно вести по формулам, справедливым для монохроматического излучения (как это и было сделано выше).

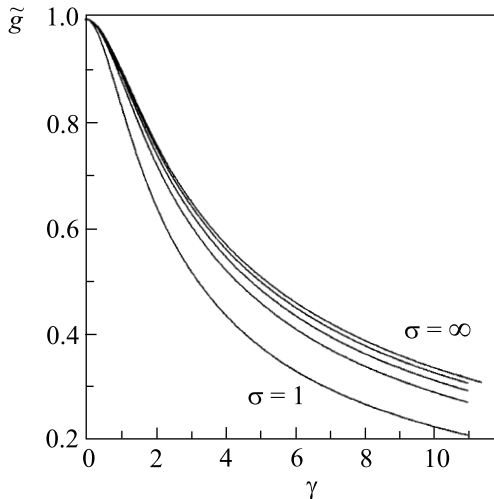


Рис.5. Зависимость функции  $\tilde{g}(\gamma)$  от параметра адиабатичности в случае модулированного импульса (9). Для кривых (снизу вверх) параметр  $\sigma = 1, 2, 3, 5$  и  $\infty$

Указанные эффекты проявляются в полной мере в области  $\gamma \gtrsim 1$ , а при  $\gamma \ll 1$  зависимость от формы лазерного импульса является универсальной:

$$w(\mathbf{p}) \approx \exp \left\{ - \left[ \frac{\pi}{\epsilon} \left( 1 - \frac{1}{8} \tilde{\gamma}^2 \right) + \frac{1}{eF} \left( \tilde{\gamma}^2 p_{\parallel}^2 + p_{\perp}^2 \right) \right] \right\}, \quad (10)$$

где  $\tilde{\gamma} = \sqrt{a_2} \gamma$  и  $a_2 = -\varphi''(0)$  – кривизна импульса вблизи его вершины. При этом  $p_{\perp} \sim \Delta p_{\perp} \sim \sqrt{eF} = m\sqrt{\epsilon}$ , а  $\Delta p_{\parallel} \sim \gamma^{-1} \Delta p_{\perp} \sim mK_0 \epsilon^{3/2}$  (поперечный импульс  $e^{\pm}$  остается нерелятивистским, однако в продольном направлении  $p_{\parallel} \sim 1/\gamma \gtrsim m$ , если  $K_0^{-3/2} \ll \epsilon \ll 1$ ).

Из рис.4 следует, что при переходе от монохроматического излучения (кривая 1) к импульсным полям различного вида, сосредоточенным на конечном временном интервале, функция  $\tilde{g}(\gamma)$  существенно уменьшается, если  $\gamma \gtrsim 1$ . Поэтому укорочение лазерного импульса только облегчает возможность экспериментального наблюдения эффекта Швингера.

4. Уравнения (8) позволяют иногда вычислить входящие в (2) величины аналитически. В частности, если

$$\chi(u) = (1 + u^2)^{-a}, \quad a > 0, \quad (11)$$

то

$$\tilde{g}(\gamma) = F(1/2, a; 2; -\gamma^2),$$

$$\tilde{b}_1(\gamma) = a\gamma^2 F(3/2, a+1; 2; -\gamma^2), \quad (12)$$

$$\tilde{b}_2(\gamma) = F(1/2, a; 1; -\gamma^2),$$

где  $F(\dots) \equiv F_1(\dots)$  – гипергеометрическая функция Гаусса. Значениям параметра  $a = 1/2, 1$  и  $3/2$  соответствуют поля следующего вида:  $\varphi(t) = \cos t, 1/\cosh^2 t$  и  $(1+t^2)^{-3/2}$ , а в общем случае

$$\varphi(t) = 1 - at^2 + \frac{1}{6}(7a^2 - 3a)t^4 + \dots, \quad t \rightarrow 0 \quad (13)$$

и при  $t \rightarrow \infty$

$$\varphi(t) \approx \begin{cases} [2(a-1)t]^{-a/(a-1)}, & a > 1, \\ 4 \exp(-2t), & a = 1. \end{cases} \quad (13')$$

Используя выражения для полных эллиптических интегралов через гипергеометрическую функцию, нетрудно убедиться в том, что (12) при  $a = 1/2$  находится в согласии с формулами для монохроматического света, полученными ранее [2, 3]. При  $a = 1$ , то есть для

$$\varphi(t) = 1/\cosh^2 t, \quad (14)$$

функции  $\tilde{g}$  и другие имеют исключительно простой вид:

$$\tilde{g}(\gamma) = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \gamma^2}}, \quad \tilde{b}_1(\gamma) = \frac{\gamma^2}{(1 + \gamma^2)^{3/2}},$$

$$\tilde{b}_2(\gamma) = \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma^2}}. \quad (15)$$

В то же время, солитонный импульс (14) допускает точное решение уравнений Дирака и

Клейна–Гордона–Фока<sup>5)</sup>, причем вероятность рождения  $e^+e^-$ -пары в квантовом состоянии  $(\mathbf{p}, \sigma)$  равна [20, 21]

$$w_{\mathbf{p}\sigma} = \frac{\cosh 2\pi\nu - \cosh \pi(\nu_+ - \nu_-)}{\cosh \pi(\nu_+ + \nu_-) - \cosh 2\pi\nu}, \quad \nu_{\pm} = \frac{E_{\pm}}{\omega}, \quad (16)$$

где спин  $s = 1/2$ ,  $E_{\pm} = \sqrt{m^2 + p_{\perp}^2 + (p_{\parallel} \pm q/2)^2}$ ,  $\nu = q/2\omega$ , а  $q = 2eF/\omega$  – импульс, переданный полем электрону за время от  $t = -\infty$  до  $t = +\infty$ . В квазиклассическом пределе имеем:  $\nu_{\pm} \gg 1$  и  $\nu_+ + \nu_- \gg 2\nu \gg |\nu_+ - \nu_-|$ ; в этих условиях (16) отличается от квазиклассических формул (2), (15) только предэкспоненциальным множителем

$$P = [1 - \exp(-2\pi\nu)]^2 \approx 1 - 2\exp(-\pi K_0/\gamma), \quad (17)$$

который с экспоненциальной точностью равен единице, если  $\gamma \ll \pi K_0$  (что выполняется практически всегда). Это показывает, что точность квазиклассики (и конкретно – метода мнимого времени [3,4]) в рассматриваемой задаче вполне удовлетворительна.

5. В настоящее время КЭД находится в замечательном согласии с экспериментом. В рекордном случае аномального магнитного момента  $e^-$  и  $\mu^-$  точность достигает  $10^{-12}$ , что подтверждает вычисления высших порядков теории возмущений вплоть до  $(\alpha/\pi)^4$ , см., например [23]. В этой связи следует отметить, что экспериментальное подтверждение швингеровского механизма рождения пар из вакуума означало бы проверку уравнения Дирака и КЭД в области сверхсильных внешних полей, притом – вне рамок теории возмущений. Действительно, экспоненциальное зануление вероятности (4) при  $\epsilon \rightarrow 0$  непосредственно связано с факториальным ростом высших порядков теории возмущений и расходимостью ряда теории возмущений в КЭД (так называемый “феномен Дайсона” [24]). Этот непертурбативный эффект не может быть получен в результате суммирования любого конечного числа членов ряда теории возмущений, поэтому его наблюдение представляет принципиальный интерес для КЭД (и вообще для квантовой теории поля). Как показывают изложенные выше расчеты, наиболее реально возможность открытия эффекта Швингера в результате дальнейшего повышения мощности лазеров инфракрасного или оптического диапазонов.

<sup>5)</sup> См. работу [20]. Как показано в [21], нахождение вероятности рождения пар под действием однородного электрического поля сводится к задаче о квантовом осцилляторе с переменной частотой. В случае импульса (14) это эквивалентно вычислению коэффициента надбарьерного отражения для потенциала Эккарта [22].

В заключение я хотел бы выразить глубокую признательность Л.Б.Окуню, обратившему мое внимание на статью [7], за обсуждение полученных результатов и полезные замечания, М.И.Высоцкому, В.Д.Муру, В.А.Новикову, С.В.Попруженко и Ю.А.Симонову за плодотворные обсуждения в ходе работы, С.В.Буланову, А.Б.Кайдалову и участникам теоретического семинара ИТЭФ за обсуждение результатов работы, С.Г.Позднякову за неизменную помощь в численных расчетах, а также В.А.Гани за помощь при оформлении рукописи.

Работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант # 01-02-16850).

1. J. Schwinger, Phys. Rev. **82**, 664 (1951).
2. E. Brezin and C. Itzykson, Phys. Rev. **D2**, 1191 (1970).
3. В. С. Попов, Письма в ЖЭТФ **13**, 261 (1971); ЖЭТФ **61**, 1334 (1971).
4. В. С. Попов, Письма в ЖЭТФ **18**, 435 (1973); ЯФ **19**, 1140 (1974).
5. Н.Б. Нарожный, А.И. Никишов, ЖЭТФ **65**, 862 (1973).
6. M. S. Marinov and V. S. Popov, Fortsch. Phys. **25**, 373 (1977).
7. A. Ringwald, preprint DESY 01-024 (2001); hep-ph/0103185.
8. S. W. Hawking, Commun. Math. Phys. **43**, 199 (1975).
9. K. M. Parikh and F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **85**, 5042 (2000).
10. Л. В. Келдыш, ЖЭТФ **47**, 1945 (1964).
11. Ф. В. Бункин, И. И. Тугов, ДАН СССР **187**, 541 (1969).
12. G. J. Troup and H. S. Perlman, Phys. Rev. **D6**, 2299 (1972).
13. N. Bloembergen, Rev. Mod. Phys. **71**, S 283 (1999).
14. С. В. Буланов, В. А. Вшивков, Г. И. Дудникова и др., Зарубежная радиоэлектроника **2**, 3 (2000).
15. CERN Courier **40**, №6, 26 (2000); **41**, №5, 20 (2001).
16. V. S. Popov, Laser Phys. **10**, 1033 (2000); Письма в ЖЭТФ **73**, 3 (2001).
17. O. Sveto, *Principles of Lasers*, Plenum Press, New York, 1982; перевод: О. Звелто, *Принципы лазеров*, М.: Мир, 1984.
18. J. Andruskow et al., Phys. Rev. Lett. **85**, 3825 (2000).
19. L. Keldysh, *Multiphoton ionization by a very short pulse* (in press).
20. Н.Б. Нарожный, А.И. Никишов, ЯФ **11**, 1072 (1970).
21. В. С. Попов, ЖЭТФ **62**, 1248 (1972).
22. C. Eckart, Phys. Rev. **35**, 1303 (1930).
23. V. W. Hughes and T. Kinoshita, Rev. Mod. Phys. **71**, S133 (1999).
24. F. J. Dyson, Phys. Rev. **85**, 631 (1952).