Письма в ЖЭТФ, том 74, вып. 3, с. 157 – 161

Смешивание нейтрино и лептонная CP-фаза в нейтринных осцилляциях

Д. А. Рыжих[1], *К. А. Тер-Мартиросян*[1]

Институт теоретической и экспериментальной физики, 117259 Москва, Россия

Поступила в редакцию 15 декабря 2000 г.

После переработки 2 июля 2001 г.

Рассмотрены осцилляции дираковских нейтрино трех поколений в вакууме с учетом влияния на них лептонной CP-нарушающей фазы в матрице смешивания лептонов (аналога кварковой CP-фазы). В общем виде получены формулы для вероятностей перехода нейтрино одного сорта в другой при осцилляциях в зависимости от трех углов смешивания и от CP-фазы. Отмечено, что измеряя средние по осцилляциям вероятности перехода нейтрино одного типа в другой, можно, в принципе, восстановить значение лептонной CP-фазы. Проявление CP-фазы в виде отклонения величин вероятностей прямых переходов нейтрино от обратных является эффектом, пока практически ускользающим от наблюдения.

PACS: 14.60.Pq

Быстро растущий интерес к физике нейтрино в последнее время связан с появлением данных на крупных установках Камиоканде [1], Супер-Камиоканде [2], коллабораций LSND [3], CHOOZ [4] и ряда других [5, 6], которые прямо или косвенно указывают на существование понтекорвовских [7] (вакуумных) осцилляций нейтрино трех типов ν_e, ν_μ, ν_τ. Частота таких осцилляций, то есть частота переходов $\nu_i \rightleftarrows \nu_k$ при осцилляциях, пропорциональна $\sin^2(\frac{m_3^2-m_2^2}{4p_\nu}t)$, где p_ν – импульс ультрарелятивистских нейтрино, а $t = L/c$ – время, за которое нейтрино пробегает от источника до детектора (а L – расстояние, которое называют "базовой длиной", далее для удобства примем $c = 1$).

Наличие вакуумных осцилляций означает, что:

1) нейтрино, рожденные при распадах, или столкновениях, не имеют, подобно кваркам, определенной массы [7], а являются суперпозицией нейтрино $\nu_1^\circ, \nu_2^\circ, \nu_3^\circ$ с малой ($m_i \sim 10^{-2} - 10^{-4}$ эВ), но определенной массой (см. [8, 9]):

$$\nu_\alpha(\mathbf{x},t) = \sum_{i=1}^{3} \hat{V}^l_{\alpha i}\nu_i^\circ(\mathbf{x},t), \quad \alpha = e,\mu,\tau; \quad i = 1,2,3. \tag{1}$$

2) массы нейтрин m_i разных поколений различны, то есть $m_i^2 - m_k^2 \neq 0$.

В уравнении (1) предполагается, что нейтрино ν_i° движутся в пучке вдоль направления оси X их импульса с ультрарелятивистской энергией $E_i = \sqrt{\mathbf{p}_\nu^2 + m_i^2} \simeq |\mathbf{p}_\nu| + m_i^2/2p_\nu$. Поэтому в момент $t_0 = L$ их регистрации имеем:

$$\nu_i(\mathbf{x},t) = \nu_i(L,t_0) = \exp(i\mathbf{p}_\nu\mathbf{x})\exp(-iE_it)\nu_i^\circ(0) \simeq$$

$$\simeq \exp\left(-i\frac{m_i^2}{2p_\nu}t\right)\nu_i^\circ(0) = \exp(-i\varphi_i t)\nu_i^\circ(0), \varphi_i = \frac{m_i^2}{2p_\nu}. \tag{2}$$

Матрица $\hat{V}^l_{\alpha i}$ смешивания дираковских нейтрин Маки–Накагава–Саката (MNC) [9] имеет тот же вид, что и CKM-матрица [10] смешивания кварков, но со своими значениями углов смешивания $\vartheta_{12}, \vartheta_{13}, \vartheta_{23}$ и со своей CP-нарушающей фазой δ_l:

$$\hat{V}^l = \tag{3}$$

$$\begin{matrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_l} \\ -s_{12}c_{13} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_l} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_l} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_l} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_l} & c_{23}c_{13} \end{matrix},$$

где $s_{ik} = \sin\vartheta_{ik}$, $c_{ik} = \cos\vartheta_{ik}$; как и $\hat{V}_{CKM}$, эта матрица $\hat{V}^l$ является унитарной, то есть $\hat{V}^l\hat{V}^{l+} = 1$.

Предварительный анализ экспериментальных данных [1 – 6] привел к следующим значениям углов смешивания [8, 9, 11]:

$$\begin{gathered} \vartheta_{12} = (42.1 \pm 6.9)^\circ, \quad \vartheta_{13} = (2.3 \pm 0.6)^\circ, \\ \vartheta_{23} = (43.6 \pm 3.1)^\circ \end{gathered} \tag{4}$$

при $\delta_l = 0$ и

$$\begin{gathered} m_3 = (0.058 \pm 0.025)\ \text{эВ}, \\ m_2 = (0.0060 \pm 0.0035)\ \text{эВ}, \quad m_1 \ll m_2. \end{gathered} \tag{5}$$

[1] e-mails: ryzhikh@heron.itep.ru, termarti@heron.itep.ru

Здесь средняя ошибка в углах смешивания и в массах взята из графиков и таблиц работ [8, 9, 11], полученных с учетом данных CHOOZ [4] наземных источников[2)] ν_e.

Ниже в статье рассмотрена возможность определения лептонной CP-фазы δ_l на основе данных, получаемых на ведущихся сейчас или стартующих в ближайшем будущем экспериментах типа [1–6], в которых фактически наблюдались не сами осцилляции нейтрино в вакууме, а только вероятности $P(\nu_\alpha\nu_\beta)$ переходов $\nu_\alpha \to \nu_\beta$ нейтрино, усредненные по осцилляциям.

Действуя матрицей (3) на столбец ν_i°, получим (см. (1)):

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_t = \hat{V}_l \begin{pmatrix} \nu_1^\circ \\ \nu_2^\circ \\ \nu_3^\circ \end{pmatrix},$$

то есть

$$\begin{gathered} \nu_e(t) = [c_{12}c_{13}\nu_1^\circ(0) + s_{12}c_{13}\nu_2^\circ(0)e^{-i\varphi_{21}} + \\ + s_{13}\nu_3^\circ(0)e^{-i\varphi_{31}-i\delta_l}]\exp\left(-i\frac{m_1^2}{2p_\nu}t\right), \\ \nu_\mu(t) = [-(s_{12}c_{13} + c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_l})\nu_1^\circ(0) + \\ + (c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_l})\nu_2^\circ(0)e^{-i\varphi_{21}} + \\ + c_{13}s_{23}\nu_3^\circ(0)e^{-i\varphi_{31}}]\exp\left(-i\frac{m_1^2}{2p_\nu}t\right), \\ \nu_\tau(t) = [(s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_l})\nu_1^\circ(0) - \\ - (c_{12}s_{23} + s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_l})\nu_2^\circ(0)e^{-i\varphi_{21}} + \\ + c_{13}c_{23}\nu_3^\circ(0)e^{-i\varphi_{31}}]\exp\left(-i\frac{m_1^2}{2p_\nu}t\right), \end{gathered} \tag{6}$$

где, используя зависимость (2) нейтринных состояний от времени $t = L$, имеем:

$$\varphi_{ij} = \frac{(m_i^2 - m_j^2)}{2p_\nu}t = 2.54\frac{(m_i^2 - m_j^2)(\text{эВ}^2)}{2E_\nu(\text{МэВ})}L(\text{м}), \tag{7}$$

причем $E_\nu \simeq p_\nu$ – энергия нейтрино в пучке: $E_\nu \gg m_3 > m_2 > m_1$. Так как нейтринные состояния[3)] $\nu_i^\circ(0)$ ортонормированы: $(\overline{\nu_i^\circ}\nu_k^\circ) = \delta_{ik}$, то для амплитуд $A_{\alpha\to\beta} = (\overline{\nu_\beta(t)}\nu_\alpha(0)))$ и вероятностей $P(\nu_\alpha\nu_\beta) = |(\overline{\nu_\beta(t)}\nu_\alpha(0))|^2$ переходов $\nu_\alpha(0) \to \nu_\beta(t)$ в вакууме имеем:

$$\begin{gathered} P(\nu_e\nu_e) = |c_{12}^2c_{13}^2 + s_{12}^2c_{13}^2e^{i\varphi_{21}} + s_{13}^2e^{i\varphi_{31}}|^2, \\ P(\nu_\mu\nu_\mu) = ||c_{13}s_{12} + c_{12}s_{13}s_{23}e^{i\delta_l}|^2 + \\ + |c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_l}|^2e^{i\varphi_{21}} + c_{13}^2s_{23}^2e^{i\varphi_{31}}|^2, \\ P(\nu_\tau\nu_\tau) = ||s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_l}|^2 + \\ + |c_{12}s_{23} + s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_l}|^2e^{i\varphi_{21}} + c_{13}^2c_{23}^2e^{i\varphi_{31}}|^2, \end{gathered} \tag{8}$$

и

$$\begin{gathered} P(\nu_e\nu_\mu) = |c_{12}c_{13}(c_{13}s_{12} + c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_l}) - \\ - c_{13}s_{12}(c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_l})e^{i\varphi_{21}} - \\ - s_{13}c_{13}s_{23}e^{i(\delta_l+\varphi_{31})}|^2, \\ P(\nu_e\nu_\tau) = |c_{12}c_{13}(s_{23}s_{12} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_l}) - \\ - c_{13}s_{12}(c_{12}s_{23} + c_{23}s_{12}s_{13}e^{i\delta_l})e^{i\varphi_{21}} + \\ + s_{13}c_{13}c_{23}e^{i(\delta_l+\varphi_{31})}|^2, \\ P(\nu_\mu\nu_\tau) = |(c_{13}s_{12} + c_{12}s_{13}s_{23}e^{i\delta_l}) \times \\ \times (s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta_l}) + \\ + (c_{12}c_{23} - s_{12}s_{13}s_{23}e^{i\delta}) \times \\ \times (c_{12}s_{23} + c_{23}s_{12}s_{13}e^{i\delta})e^{i\varphi_{21}} - c_{23}c_{13}^2s_{23}e^{i\varphi_{31}}|^2. \end{gathered} \tag{9}$$

Усредняя эти вероятности по осцилляциям, то есть по фазам φ_{ij} (полагая в (8), (9), что $\langle\sin^2\varphi_{ij}\rangle = \langle\cos^2\varphi_{ij}\rangle = 1/2$, а $\langle\cos(\varphi_{ij}\pm\delta_l)\rangle = \langle\cos\varphi_{ij}\rangle = 0$), получим величины вероятностей, независящие от энер-

[2)] К сожалению, результаты (4), (5) анализа экспериментальных данных [1–6], проведенного в работах [8, 9, 11], недостаточно достоверны, особенно основанные на данных о солнечных и, отчасти, об атмосферных электронных нейтрино ν_e, взаимодействие которых с веществом внутри Солнца или в толще Земли может перевернуть их спин, переводя $(\nu_e)_L$ в "стерильное" (не взаимодействующее) состояние $(\nu_e)_R$. Этот эффект (MSW [12]) не возникает при учете данных наземных источников ν_e, например, данных коллаборации CHOOZ [4], которые при обработке приводят к очень малым углам $\vartheta_{13} \sim 2-3\%$ (см. (4)).

[3)] В случае майорановских нейтрино, поля которых $\nu_i^0(0)$ с определенной массой вещественны, требование вещественности также и полей (6) ν_e, ν_μ, ν_τ, рожденных в слабом взаимодействии уже при $t = 0$ означало бы, что вещественная матрица (3) ортогональна, то есть что $\delta_l = \delta_{13} = \pi$, 0. Это же относится и к фазам δ_{12} и δ_{23}, не указанным ни в (3), ни в (6), приводящим в осцилляциях к исчезающе малым вероятностям переходов $\nu_i \to \overline{\nu}_k$ с амплитудами $\sim m_\nu/E \sim 10^{-6} - 10^{-9}$. Однако реальных причин для требования вещественности полей (6) и зануления CP-фазы, кроме его естественности и эстетичности, не видно. Осцилляции майорановских нейтрино мы надеемся рассмотреть отдельно [13].

гии нейтрино, которые пока только и наблюдались экспериментально [1–6]:

$$\begin{gathered}\langle 1-P(\nu_e\nu_e)\rangle = A_{ee},\\ \langle 1-P(\nu_\mu\nu_\mu)\rangle = A_{\mu\mu}+B_{\mu\mu}\cos\delta_l+C_{\mu\mu}\cos^2\delta_l,\\ \langle 1-P(\nu_\tau\nu_\tau)\rangle = A_{\tau\tau}+B_{\tau\tau}\cos\delta_l+C_{\tau\tau}\cos^2\delta_l,\\ \langle P(\nu_e\nu_\mu)\rangle = A_{e\mu}+B_{e\mu}\cos\delta_l,\\ \langle P(\nu_e\nu_\tau)\rangle = A_{e\tau}+B_{e\tau}\cos\delta_l,\\ \langle P(\nu_\mu\nu_\tau)\rangle = A_{\mu\tau}+B_{\mu\tau}\cos\delta_l+C_{\mu\tau}\cos(2\delta_l),\end{gathered} \tag{10}$$

где

$$\begin{gathered}A_{ee}=\frac{1}{2}[c_{13}^4\sin^2(2\vartheta_{12})+\sin^2(2\vartheta_{13})],\\[2mm] A_{\mu\mu}=\frac{1}{2}[(c_{13}^2+(c_{12}^4+s_{12}^4)s_{13}^2)\sin^2(2\vartheta_{23})+\\ +(s_{13}^4\sin^2(2\vartheta_{12})+\sin^2(2\vartheta_{13}))s_{23}^4+c_{23}^4\sin^2(2\vartheta_{12})],\\ B_{\mu\mu}=\tfrac{1}{2}(c_{23}^2-s_{23}^2s_{13}^2)s_{13}\sin(2\vartheta_{23})\sin(4\vartheta_{12}),\\ C_{\mu\mu}=-\tfrac{1}{2}s_{13}^2\sin^2(2\vartheta_{23})\sin^2(2\vartheta_{12});\\[2mm] A_{\tau\tau}=\frac{1}{2}[(c_{13}^2+(c_{12}^4+s_{12}^4)s_{13}^2)\sin^2(2\vartheta_{23})+\\ +(s_{13}^4\sin^2(2\vartheta_{12})+\sin^2(2\vartheta_{13}))c_{23}^4+\\ +s_{23}^4\sin^2(2\vartheta_{12})],\\ B_{\tau\tau}=-\tfrac{1}{2}s_{13}\sin(2\vartheta_{23})(s_{23}^2-c_{23}^2s_{13}^2)\sin(4\vartheta_{12}),\\ C_{\tau\tau}=-\frac{1}{2}s_{13}^2\sin^2(2\vartheta_{23})\sin^2(2\vartheta_{12});\\[2mm] A_{e\mu}=\frac{1}{4}[(1+c_{12}^4+s_{12}^4)s_{23}^2\sin^2(2\vartheta_{13})]+\\ +2c_{13}^2c_{23}^2\sin^2(2\vartheta_{12})],\\ B_{e\mu}=\frac{1}{8}c_{13}\sin(2\vartheta_{13})\sin(2\vartheta_{23})\sin(4\vartheta_{12});\\[2mm] A_{e\tau}=\frac{1}{4}[(1+c_{12}^4+s_{12}^4)c_{23}^2\sin^2(2\vartheta_{13})]+\\ +2c_{13}^2s_{23}^2\sin^2(2\vartheta_{12})],\\ B_{e\tau}=-\tfrac{1}{8}c_{13}\sin(2\vartheta_{13})\sin(2\vartheta_{23})\sin(4\vartheta_{12});\\[2mm] A_{\mu\tau}=\tfrac{1}{4}[2s_{13}^2\sin^2(2\vartheta_{12})\cos^2(2\vartheta_{23})+\\ +\sin^2(2\vartheta_{23})\{(c_{12}^4+s_{12}^4)s_{13}^4+c_{13}^4+c_{12}^4+s_{12}^4\}],\\ B_{\mu\tau}=\frac{1}{8}(1+s_{13}^2)s_{13}\sin(4\vartheta_{12})\sin(4\vartheta_{23}),\\ C_{\mu\tau}=-\frac{1}{4}s_{13}^2\sin^2(2\vartheta_{12})\sin^2(2\vartheta_{23}).\end{gathered} \tag{11}$$

Отметим, что выполняется очевидные соотношения:

$$1-P(\nu_\alpha\nu_\alpha)=P(\nu_\alpha\nu_\beta)+P(\nu_\alpha\nu_\gamma),\quad \alpha,\beta,\gamma=e,\mu,\tau,$$

а также, что $P(\nu_\beta\nu_\alpha)=[P(\nu_\alpha\nu_\beta)]_{\delta_l\to-\delta_l}$. Поэтому, используя общие формулы для вероятностей осцилляций, которые приведены в Приложении, получим выражения для разности вероятностей перехода нейтрино "вперед" – "назад":

$$\begin{gathered}P(\nu_\mu\nu_e)-P(\nu_e\nu_\mu)=\\ =a_0(\sin\varphi_{21}+\sin\varphi_{32}-\sin\varphi_{31})\sin\delta_l,\\[2mm] P(\nu_\tau\nu_e)-P(\nu_e\nu_\tau)=\\ =-a_0(\sin\varphi_{21}+\sin\varphi_{32}-\sin\varphi_{31})\sin\delta_l,\\[2mm] P(\nu_\tau\nu_\mu)-P(\nu_\mu\nu_\tau)=\\ =a_0(\sin\varphi_{21}-2\sin\frac{\varphi_{21}}{2}\cos\frac{(\varphi_{31}+\varphi_{32})}{2})\sin\delta_l,\end{gathered} \tag{12}$$

где $a_0=\frac{1}{2}c_{13}\sin 2\vartheta_{12}\sin 2\vartheta_{13}\sin 2\vartheta_{23}\simeq 0.07$. К сожалению, фазы φ_{ik}, входящие в эти соотношения, зависят от энергии нейтрино в пучке, поэтому для получения значения величины $\sin\delta_l$ из равенств (12) оба сорта нейтрино ν_α и ν_β в эксперименте должны иметь одну и ту же энергию E_ν. Современные пучки пока включают нейтрино лишь сплошного спектра энергий, а при усреднении по фазам φ_{ik} эффект, отраженный в (12), исчезает.

Однако величину CP-фазы можно получить и другим способом: используя соотношения (10), (11) и данные экспериментов, аналогичных существующим [1–6], но имеющих более высокую точность измерений, чтобы компенсировать малость угла ϑ_{13}. Для наглядности в (10), (11) введем коэффициенты $b_{ik}=B_{ik}/A_{ik}$ и $c_{ik}=C_{ik}/A_{ik}$. Из-за малости $s_{13}=\sin\vartheta_{13}\simeq 0.07$ почти все эти b_{ik}, c_{ik} очень малы и имеют значения порядка долей процента:

$$\begin{gathered}A_{ee}=0.499;\\ A_{\mu\mu}=0.636,\ b_{\mu\mu}=0.0058,\ c_{\mu\mu}=-0.0038;\\ A_{\tau\tau}=0.613,\ b_{\tau\tau}=0.0055,\ c_{\tau\tau}=-0.0040;\\ A_{e\mu}=0.261,\ b_{e\mu}=0.014;\\ A_{e\tau}=0.238,\ b_{e\tau}=-0.015;\\ A_{\mu\tau}=0.373,\ b_{\mu\tau}=0.0005,\ c_{\mu\tau}=-0.0032.\end{gathered} \tag{13}$$

Поэтому в первичном пучке ν_e-нейтрино отношение чисел, рожденных ν_μ-нейтрино, к ν_τ-нейтрино на больших расстояниях L (порядка 300–500 км) будет слабо уменьшаться с ростом δ_l от 0 до π:

$$\frac{N_{\nu_\mu}}{N_{\nu_\tau}} = \frac{\langle P(\nu_e\nu_\mu)\rangle}{\langle P(\nu_e\nu_\tau)\rangle} =\simeq \frac{A_{e\mu}}{A_{e\tau}}(1 + (b_{e\mu} - b_{e\tau})\cos\delta_l), \tag{14}$$

где $b_{e\mu} - b_{e\tau} \simeq 2b_{e\mu} \simeq 2.8\%$, а $A_{e\mu}/A_{e\tau} \simeq 1.04$; поэтому обнаруженное на эксперименте отклонение этого отношения N_{ν_μ}/N_{ν_τ} от $1.04 + 0.03 = 1.07$ более чем на $1 - 3\%$ покажет, что $\cos\delta_l < 1$, то есть $\delta_l \neq 0$.

Если $s_{13} = \sin\vartheta_{13} > 0.07$, то есть больше, чем он был выбран в этой работе, то CP-фаза проявится сильнее. Например, в случае $\vartheta_{13} = 14^\circ$ имеем для $N_{\nu_\mu}/N_{\nu_\tau} \simeq 1.07(1 + 0.08\cos\delta_l)$, а коэффициент a_0 в (12) будет равен $a_0 \simeq 0.23$.

Авторы статьи выражают благодарность Д. И. Казакову за предоставленные сведения о конференции, состоявшейся в г. Осака (Япония) в прошлом году, а также С. П. Михееву – за обсуждение современной ситуации, сложившейся в физике нейтрино. Авторы также благодарны Российскому фонду фундаментальных исследований за поддержку этой работы по грантам # 00-15-96786 и # 00-02-16363.

Приложение

Ниже приведены общие алгебраические формулы, определяющие вероятности всех переходов нейтрино в вакууме при понтекорвовских осцилляциях с учетом CP-фазы δ_l:

$$1 - P(\nu_e\nu_e) = c_{12}^2\sin^2(2\vartheta_{13})\sin^2(\varphi_{31}/2) + c_{13}^4\sin^2(2\vartheta_{12})\sin^2(\varphi_{21}/2) + s_{12}^2\sin^2(2\vartheta_{13})\sin^2(\varphi_{32}/2), \tag{A1}$$

$$\begin{aligned}1 - P(\nu_\mu\nu_\mu) = \{&c_{23}^4\sin^2(2\vartheta_{12}) + s_{12}^4 s_{13}^2\sin^2(2\vartheta_{23}) + s_{23}^4 s_{13}^4\sin^2(2\vartheta_{12}) + c_{12}^4 s_{13}^2\sin^2(2\vartheta_{23}) + \\ &+ \cos\delta_l\sin(4\vartheta_{12})\sin(2\vartheta_{23})(s_{13}c_{23}^2 - s_{13}^3 s_{23}^2) - \cos^2\delta_l s_{13}^2\sin^2(2\vartheta_{23})\sin^2(2\vartheta_{12})\}\sin^2(\varphi_{21}/2) + \\ &+ \{s_{12}^2 c_{13}^2\sin^2(2\vartheta_{23}) + c_{12}^2 s_{23}^4\sin^2(2\vartheta_{13}) + \cos\delta_l s_{23}^2 c_{13}\sin(2\vartheta_{12})\sin(2\vartheta_{23})\sin(2\vartheta_{13})\}\sin^2(\varphi_{31}/2) + \\ &+ \{c_{12}^2 c_{13}^2\sin^2(2\vartheta_{23}) + s_{12}^2 s_{23}^4\sin^2(2\vartheta_{13}) - \cos\delta_l s_{23}^2 c_{13}\sin(2\vartheta_{12})\sin(2\vartheta_{23})\sin(2\vartheta_{13})\}\sin^2(\varphi_{32}/2),\end{aligned} \tag{A2}$$

$$\begin{aligned}1 - P(\nu_\tau\nu_\tau) = \{&s_{23}^4\sin^2(2\vartheta_{12}) + s_{12}^4 s_{13}^2\sin^2(2\vartheta_{23}) + c_{23}^4 s_{13}^4\sin^2(2\vartheta_{12}) + c_{12}^4 s_{13}^2\sin^2(2\vartheta_{23}) + \\ &+ \cos\delta_l\sin(4\vartheta_{12})\sin(2\vartheta_{23})(s_{13}^3 c_{23}^2 - s_{13}s_{23}^2) - \cos^2\delta_l s_{13}^2\sin^2(2\vartheta_{23})\sin^2(2\vartheta_{12})\}\sin^2(\varphi_{21}/2) + \\ &+ \{s_{12}^2 c_{13}^2\sin^2(2\vartheta_{23}) + c_{12}^2 c_{23}^4\sin^2(2\vartheta_{13}) - \cos\delta_l c_{23}^2 c_{13}\sin(2\vartheta_{12})\sin(2\vartheta_{23})\sin(2\vartheta_{13})\}\sin^2(\varphi_{31}/2) + \\ &+ \{c_{12}^2 c_{13}^2\sin^2(2\vartheta_{23}) + s_{12}^2 c_{23}^4\sin^2(2\vartheta_{13}) + \cos\delta_l c_{23}^2 c_{13}\sin(2\vartheta_{12})\sin(2\vartheta_{23})\sin(2\vartheta_{13})\}\sin^2(\varphi_{32}/2),\end{aligned} \tag{A3}$$

$$\begin{aligned}P(\nu_e\nu_\mu) = \frac{1}{4}\{&\sin^2(2\vartheta_{13})(s_{23}^2 + c_{12}^4 s_{23}^2 + s_{12}^4 s_{23}^2) + \frac{1}{2}c_{13}\sin(2\vartheta_{13})\sin(2\vartheta_{23})\sin(4\vartheta_{12})\cos\delta_l) - \\ &- 2c_{13}^2\sin^2(2\vartheta_{12})(c_{23}^2 - s_{13}^2 s_{23}^2)\cos(\varphi_{21}) - 2s_{23}^2\sin^2(2\vartheta_{13})(c_{12}^2\cos(\varphi_{31}) + s_{12}^2\cos(\varphi_{32})) + \\ &+ c_{13}\sin(2\vartheta_{12})\sin(2\vartheta_{13})\sin(2\vartheta_{23})(s_{12}^2\cos(\delta_l + \varphi_{21}) - c_{12}^2\cos(\delta_l - \varphi_{21})) + \\ &+ c_{13}\sin(2\vartheta_{12})\sin(2\vartheta_{13})\sin(2\vartheta_{23})(\cos(\delta_l + \varphi_{32}) - \cos(\delta_l - \varphi_{31})) + \\ &+ 2c_{13}^2 c_{23}^2\sin^2(2\vartheta_{12})\},\end{aligned} \tag{A4}$$

$$\begin{aligned}P(\nu_e\nu_\tau) = \frac{1}{4}\{&\sin^2(2\vartheta_{13})(c_{23}^2 + c_{12}^4 c_{23}^2 + s_{12}^4 c_{23}^2) - \frac{1}{2}c_{13}\sin(2\vartheta_{13})\sin(2\vartheta_{23})\sin(4\vartheta_{12})\cos\delta_l) + \\ &+ 2c_{13}^2\sin^2(2\vartheta_{12})(s_{23}^2 - c_{13}^2 s_{23}^2)\cos(\varphi_{21}) - 2c_{23}^2\sin^2(2\vartheta_{13})(c_{12}^2\cos(\varphi_{31}) + s_{12}^2\cos(\varphi_{32})) + \\ &+ c_{13}\sin(2\vartheta_{12})\sin(2\vartheta_{13})\sin(2\vartheta_{23})(c_{12}^2\cos(\delta_l - \varphi_{21}) - s_{12}^2\cos(\delta_l + \varphi_{21})) + \\ &+ c_{13}\sin(2\vartheta_{12})\sin(2\vartheta_{13})\sin(2\vartheta_{23})(\cos(\delta_l + \varphi_{31}) - \cos(\delta_l + \varphi_{32})) + \\ &+ 2c_{13}^2 s_{23}^2\sin^2(2\vartheta_{12})\},\end{aligned} \tag{A5}$$

$$\begin{aligned}P(\nu_\mu\nu_\tau) = \frac{1}{4}\{&2s_{13}^2\sin^2(2\vartheta_{12})\cos^2(2\vartheta_{23}) + (c_{13}^4 + c_{12}^4 + s_{12}^4 + (c_{12}^4 + s_{12}^4)s_{13}^4)\sin^2(2\vartheta_{23}) -\\ &- [2s_{13}^2(c_{23}^4 + s_{23}^4)\sin^2(2\vartheta_{12}) + [2s_{13}^2(c_{12}^4 + s_{12}^4) - (1 + s_{13}^4)\sin^2(2\vartheta_{12})]\sin^2(2\vartheta_{23})]\cos(\varphi_{21}) -\\ &- [2c_{13}^2(s_{12}^2 + c_{12}^2 s_{13}^2)\sin^2(2\vartheta_{23}) - \frac{1}{2}c_{13}\sin(2\vartheta_{12})\sin(2\vartheta_{13})\sin(4\vartheta_{23})\cos\delta_l]\cos(\varphi_{31}) +\\ &+ [2c_{13}^2\sin^2(2\vartheta_{23})(s_{12}^2 s_{13}^2 - c_{12}^2) - \frac{1}{2}c_{13}\sin(2\vartheta_{12})\sin(2\vartheta_{13})\sin(4\vartheta_{23})\cos\delta_l]\cos(\varphi_{32}) +\\ &+ 2c_{13}\sin(2\vartheta_{12})\sin(2\vartheta_{13})\sin(2\vartheta_{23})\sin\delta_l\sin(\varphi_{21}/2)\cos(\frac{\varphi_{31}+\varphi_{32}}{2}) +\\ &+ s_{13}\sin(4\vartheta_{12})\sin(4\vartheta_{23})\cos\delta_l[1 + s_{13}^2]\sin^2(\varphi_{21}/2) -\\ &- c_{13}\sin(2\vartheta_{12})\sin(2\vartheta_{13})\sin(2\vartheta_{23})\sin\delta_l\sin(\varphi_{21}) -\\ &- 2s_{13}^2\sin^2(2\vartheta_{12})\sin^2(2\vartheta_{23})\cos(2\delta_l)\sin^2(\varphi_{21}/2)\}.\end{aligned} \tag{A6}$$

1. W. W. M. Alison et al., Phys. Lett. **B449**, 137 (1999); T. Mann, talk presented to 19th Internat. Conf. on Neutrino Physics and Astrophysics, Sadbury, Canada, June, 2000; http://nu2000.sno.laurentian/T.Mann/index.html.
2. Y. Fukuda et al., Phys. Lett. **B467**, 185 (1999); Phys. Rev. Lett. **82**, 2644 (1999); H. Sobel, talk at XIX Internat. Conf. on Neutrino Physics and Astrophysics, Sudbury, Canada, June 2000; T. Toshito, talk at the XXXth Internat. Conf. on High Energy Physics, July 27 – August 2, 2000 (ICHEP 2000), Osaka, Japan.
3. C. Athanassopoulos et al., (LSND Collaboration), Phys. Rev. Lett. **81**, 1774 (1998).
4. CHOOZ Collaboration, M. Apollino et al., Phys. Lett. **B420**, 397 (1998), F. Boehm et al., hep–ex/9912050.
5. Y. Suzuki, talk at XIX Internat. Conf. on Neutrino Physics and Astrophysics, Sudbury, Canada, June 2000; T. Takeuchi, talk at the XXXth Internat. Conf. on High Energy Physics, July 27 – August 2, 2000 (ICHEP 2000) Osaka, Japan; B. T. Cleveland et al., Astrophys. J. **496**, 505 (1998); R. Davis, Prog. Part. Nucl. Phys. **32**, 13 (1994); K. Lande, talk at XIX Internat. Conf. on Neutrino Physics and Astrophysics, Sudbury, Canada, June 2000; http://nu2000.sno.laurentian.ca/.
6. SAGE Collaboration, J.N. Abdurashitov et al., Phys. Rev. **C60**, 055801 (1999); V. Garvin, talk at XIX Internat. Conf. on Neutrino Physics and Astrophysics, Sudbury, Canada, June 2000; http: nu2000.sno.laurentian.ca; GALLEX Collaboration, W. Hampel et al., Phys. Lett. **B447**, 127 (1999); E. Belloti, talk at XIX Internat. Conf. on Neutrino Physics and Astrophysics, Sudbury, Canada, June 2000, http: nu2000.sno.laurentian.ca; F. Ronda, MACRO Collaboration, hep–ex/0001058.
7. M. Pontecorvo, JETP **33**, 549 (1957); JETP **34**, 247 (1958); V. N. Gribov and B. M. Pontecorvo, Phys. Lett. **288**, 483 (1969); S. M. Bilenky and B. Pontecorvo, Phys. Rep. **41**, 225 (1078).
8. Z. Berezhiani and A. Rossi, Phys. Lett. **B367**, 219 (1996); Z. Berezhiani and A. Rossi, hep–ph/9811447; R. Barbieri, L. Hall, and A. Strumia, hep–ph/9808333.
9. Z. Maki, M. Nakagava, and S. Sakata, Progr. Theor. Phys. **28**, 870 (1962).
10. Particle Data Group E and C, Phys. Journ. **C3**, 1 (1998), and or see Particle Phys Booclet, VII/2000, pp.157–159.
11. M. C. Gonzalez-Garsia, M. Maltoni, C. Peña-Garay, and J. W. F. Valle, hep–ph/0009350.
12. J. Bahcall, P.Krastev, and A. Smirnov, hep–ph/9807216; S.P. Mikheyev and A. Yu. Smirnov, Yad. Fiz. **42**, 1441 (1985); L. Wolfenstein, Phys. Rev. **D17**, 2369 (1985).
13. K. A. Ter-Martirosyan, *Is there difference in the oscillations of Majorana and Dirac neutrinos?*, Phys. Lett. in press.