

# Проверка СРТ-инвариантности связанных состояний в квантовой электродинамике и рождение мюония или антимюония при рассеянии электронов или позитронов на ядрах

Г. А. Казаков, Э. А. Чобан<sup>1)</sup>

Санкт-Петербургский государственный технический университет, 195251 Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 18 июня 2001 г.

После переработки 20 июля 2001 г.

Рассматривается возможность проверки СРТ-инвариантности квантовой электродинамики в связанных состояниях при образовании мюония или антимюония в рассеянии электронов или позитронов на ядрах. Оценивается число событий рождения мюония для современных ускорителей. Обсуждается метод регистрации мюония по измерению осцилляций на кривой распада из-за интерференции его основного и возбужденного состояний.

PACS: 11.30.Er, 12.20.Ds

Проверка СРТ-инвариантности квантовой теории поля (КТП) (в частности, квантовой электродинамики (КЭД)) является одной из важнейших проблем физики высоких энергий ввиду того, что основными постулатами КТП являются ее локальность и релятивистская инвариантность [1, 2]. Как показано в работе [3], это приводит к инвариантности лагранжиана КТП относительно С-, Р- и Т-преобразований. Простейшим следствием СРТ-инвариантности является равенство масс частицы и античастицы, что в настоящее время выполняется с большой точностью, например, для масс  $\mu^+$ - и  $\mu^-$ -мезонов имеем  $m_{\mu^+}/m_{\mu^-} = 1.000024 \pm 0.000078$  [4]. В то же время, гораздо менее ясен вопрос о СРТ-инвариантности связанных состояний. В работе [5] предлагалось рассматривать образование антиводорода  $\bar{H}_1^+$  в  $\bar{p}Z$ -соударениях с последующим сравнением лэмбовских сдвигов  $2S_{1/2}-2P_{1/2}$ -переходов атомов водорода и антиводорода. Однако для уверенного вывода в настоящее время статистики не хватает приблизительно в 40 раз.

В данной работе мы предлагаем рассматривать образование мюония  $M^0$  или антимюония  $\bar{M}^0$  в процессах

$$e^- + Z \rightarrow Z + M^0 + \mu^-, \quad e^+ + Z \rightarrow Z + \bar{M}^0 + \mu^+, \quad (1)$$

причем  $M^0$  ( $\bar{M}^0$ ) является связанным состоянием  $\mu^+$ ,  $e^-$  ( $\mu^-$ ,  $e^+$ ). Доминирующий вклад в амплитуду процессов (1) дают диаграммы, приведенные на рис.1. Прежде чем писать амплитуду процессов (1) электрона  $\hat{G}_{e^-}(p) = 1/(\hat{p} - m_e)$ , вершины рекомбина-

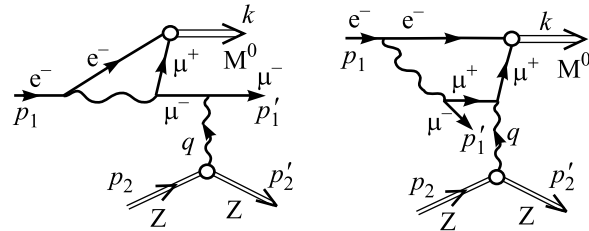


Рис.1. Диаграммы Фейнмана, дающие доминирующий вклад в амплитуду процесса (1)

(все делаем на примере процесса  $e^-Z \rightarrow ZM^0\mu^-$ ), обсудим вершину рекомбинации  $e^- + \mu^+ \rightarrow M^0$ ,  $e^+ + \mu^- \rightarrow \bar{M}^0$ . Эта вершина была получена из решения уравнения Бёте-Солпитера с ядром в виде однофотонного обмена [6], графическое изображение которого приведено на рис.2. Если обозначить для диаграмм на рис.1 произведение пропагатора

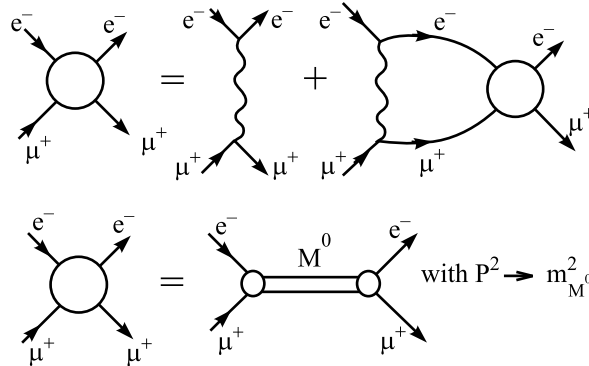


Рис.2. Уравнение Бёте-Солпитера в графической форме

ции  $e^- + \mu^+ \rightarrow M^0$ , которая равна  $\hat{\Gamma}_0$ , и пропагатора  $\mu^+$ -мезона  $\hat{G}_{\mu^+}(k-p) = 1/(\hat{p} - \hat{k} - m_\mu)$  через величину

$$\hat{X}(p, k-p) = \hat{G}_{\mu^+}(k-p)\hat{\Gamma}_0\hat{G}_{e^-}(p), \quad (2)$$

<sup>1)</sup>e-mail: choban@part.hop.stu.neva.ru

то решение уравнения Бёте-Солпитера для  $\hat{X}(p, k-p)$  можно представить в виде [6]

$$\hat{X}(p, k-p) = \frac{\sqrt{m_\mu}}{2i} (1 - \gamma_4) \gamma_5 \times \\ \times \frac{(\mathbf{p}^2/2m_e - E_{\text{bound}}) \Psi(\mathbf{p})}{(p_0 - m_e - \mathbf{p}^2/2m_e + i0)(p_0 - k_0 + m_\mu + \mathbf{p}^2/2m_\mu - i0)}, \quad (3)$$

причем фурье-компонента волновой функции  $e^-$  в  $M^0$  имеет следующий вид:

$$\Psi(\mathbf{p}) = \frac{8\sqrt{\pi a_0^3}}{(1 + \mathbf{p}^2 a_0^2)^2}, \quad a_0 = \frac{1}{m_e \alpha} \quad (\hbar = c = 1), \\ \alpha = \frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137}.$$

Учитывая диаграммы на рис.1 и подставляя в амплитуду вершину (3), получим для нее в случае процесса (1) с  $e^-$  следующее выражение:

$$M = \frac{(4\pi\alpha)^2}{q^2} \Psi(0) \cdot \ell_\mu \frac{\sqrt{m_\mu}}{m_e(\omega^2 - 2qk)(q^2 - 2qk)} \times \\ \times \bar{u}(\mathbf{p}'_1) \gamma_5 \{ 2(2qk - \omega^2)[q p'_{1\mu} \gamma_\mu - \hat{q} p'_{1\mu}] + \\ + m_\mu[(q^2 - 2qk)(2p'_{1\mu} - \gamma_\mu \hat{q}) - \\ - (\omega^2 - 2qk)(\hat{q} \gamma_\mu - 2k_\mu)] \} u(\mathbf{p}_1), \quad (4)$$

где  $m_e, m_\mu$  – массы электрона и  $\mu$ -мезона, соответственно,  $\omega^2 = (p'_1 + k)^2$  является квадратом инвариантной массы  $(M^0, \mu^-)$ -системы,  $\ell_\mu$  – электромагнитный ток ядра, а  $\Psi(0) = 1/\sqrt{\pi a_0^3}$ . Квадрат амплитуды будет содержать тензор  $R_{\mu\nu}$ , описывающий нижний блок на диаграммах рис.1, который включает электромагнитные формфакторы ядра  $F_{1Z}$  и  $F_{2Z}$ :

$$R_{\mu\nu} = 4 \left\{ f_{1Z}^2(q^2) \left[ 2p_{2\mu} p_{2\nu} - (p_{2\mu} q_\nu + p_{2\nu} q_\mu) + \frac{q^2}{2} g_{\mu\nu} \right] + \right. \\ \left. + F_{2Z}^2(q^2) \left[ 2q^2 m_Z^2 g_{\mu\nu} + q^2 (p_{2\mu} q_\nu + p_{2\nu} q_\mu) - \right. \right. \\ \left. \left. - q_\mu q_\nu \left( \frac{q^2}{2} + 2m_Z^2 \right) - 2q^2 p_{2\mu} p_{2\nu} \right] \right\}. \quad (5)$$

Введем  $x = \cos \theta$ , где  $\theta$  – полярный угол импульса  $M^0$  в системе центра инерции (СЦИ) системы  $(M^0, \mu^-)$ , отсчитанный от импульса  $e^-$  в СЦИ ( $e^-, Z$ ). Используя выражения (4), (5), нетрудно получить распределение сечения по  $\omega^2$  и  $x$  в следующем виде:

$$\frac{d\sigma}{d\omega^2 dx} = 4F_{1Z}^2(0) |\Psi(0)|^2 \pi \alpha^4 \frac{m_\mu}{m_e^2} \sqrt{1 - \frac{4m_\mu^2}{\omega^2}} \times \\ \times \ln \left( \frac{S^3}{m_Z^2 \omega^4} \right) \cdot \frac{1}{1 + x \sqrt{1 - 4m_\mu^2/\omega^2}} \cdot \frac{S - \omega^2}{S \omega^6} \times$$

$$\times \left\{ 1 + \frac{8m_\mu^2 \sqrt{1 - 4m_\mu^2/\omega^2} [(1-x^2) \sqrt{1 - 4m_\mu^2/\omega^2} + 2x]}{\omega^2 [1 - x^2 (1 - 4m_\mu^2/\omega^2)] (1 - x \sqrt{1 - 4m_\mu^2/\omega^2})^2} \right\}, \quad (6)$$

причем  $F_{1Z}(0) = Z$ , а приближение, в котором написано выражение (6), соответствует методу Вайцеккера-Вильямса. Из этого распределения видно, что мюоний рождается в СЦИ ( $M^0, \mu^-$ ) преимущественно назад. После интегрирования равенства (6) по  $x$  получим распределение сечения по  $\omega^2$ :

$$\frac{d\sigma}{d\omega^2} = 2Z^2 \alpha^7 \left( \frac{m_e}{m_\mu} \right) \sqrt{1 - \frac{4m_\mu^2}{\omega^2}} \ln \left( \frac{S^3}{m_Z^2 \omega^4} \right) \frac{S - \omega^2}{S \omega^4} \times \\ \times \left\{ 1 - 12 \left( \frac{m_\mu^2}{\omega^2} \right) + \left[ 4 \left( \frac{m_\mu^2}{\omega^2} \right)^2 \left( 1 - 6 \frac{m_\mu^2}{\omega^2} \right) + 2 \frac{m_\mu^2}{\omega^2} \right] \times \right. \\ \left. \times \frac{1}{\sqrt{1 - 4m_\mu^2/\omega^2}} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - 4m_\mu^2/\omega^2}}{1 - \sqrt{1 - 4m_\mu^2/\omega^2}} \right\}. \quad (7)$$

Из формулы (7) следует, что максимум распределения расположен вблизи порога рождения  $(M^0, \mu^-)$ -системы  $\omega^2 \sim 4m_\mu^2$  и с ростом  $\omega^2$  величина  $d\sigma/d\omega^2$  заметно падает, ведя себя как  $d\sigma/d\omega^2 \sim 1/\omega^4$ .

Наконец, получим полное сечение процессов (1). Для этого введем  $\xi = 4m_\mu^2/\omega^2$  и проинтегрируем выражение (7) по  $\xi$ . В результате приходим к выражению вида

$$\sigma = \left( \frac{Z^2 \alpha^7 m_e}{16m_\mu^3} \right) \int_0^1 f(\xi) d\xi,$$

$$f(\xi) = \ln \left( \frac{S^3 \xi^2}{16m_Z^2 m_\mu^4} \right) \left\{ 2(4 - 3\xi^2) \sqrt{1 - \xi} + \right. \\ \left. + \xi(4 + 2\xi - \xi^2) \ln \left( \frac{1 + \sqrt{1 - \xi}}{1 - \sqrt{1 - \xi}} \right) \right\}. \quad (8)$$

Оценим величины сечений процессов (1) для Tevatron-DIS (FNAL) [7], LHC [8] и Muon Collider [9] (имеются в виду пучки вторичных лептонов). Сечение (8) пропорционально  $Z^2$ . Следовательно, его можно увеличить, используя газовую мишень с большим  $Z$  [5], например, радон, обладающий спином 1/2. Величины сечений, дифференциальных светимостей и ожидаемое число событий за год приведены в таблице.

Рассмотрим метод регистрации мюония  $M^0$  и антимюония  $\bar{M}^0$ . В результате процессов (1)  $M^0$  и  $\bar{M}^0$

Данные для сечений процессов (1) и ожидаемого числа событий за год

Ускоритель	$\sqrt{S}$ , ГэВ	$\sigma$ , fb	$L$ , $\text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$	$N$
FNAL (Tevatron-DIS)	477	17	$2.1 \cdot 10^{32}$	$1.1 \cdot 10^2$
LHC	14000	28	$10^{33} - 10^{34}$	$8.8 \cdot 10^2 - 8.8 \cdot 10^3$
Muon Collider	350	16	$10^{32}$	50

будут рождаться в начальный момент как в основном, так и в возбужденном состояниях

$$\Psi_{M^0}(0) = C_1 \Psi_1(0) + C_2 \Psi_2(0). \quad (9)$$

Отметим, что решение уравнения Бёте-Солпитера (3) было получено для рождения мюония в основном состоянии. Механизмы образования возбужденного мюония, из которых следует, что  $C_2$  содержит дополнительную малость, будут обсуждены ниже. Учитывая распад мюония (обозначим ширину распада через  $\Gamma_{M^0}$ ), можем представить волновую функцию мюония в следующем виде:

$$\Psi_{M^0}(t) = (C_1 \Psi_1(t) + C_2 \Psi_2(t)) \exp(-\Gamma_{M^0} t / 2\hbar). \quad (10)$$

Здесь  $\Psi_1(t)$  и  $\Psi_2(t)$  определяются равенствами

$$\Psi_1(t) = \Psi_1 \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E_1 t\right), \quad \Psi_2(t) = \Psi_2 \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E_2 t\right), \quad (11)$$

причем  $E_1$  и  $E_2$  – это энергии мюония в основном и возбужденном состояниях, а  $\Gamma_{M^0} = \hbar/\tau_{M^0}$ , где  $\tau_{M^0} \sim 10^{-6}$  с – время жизни мюония.

Будем нормировать волновую функцию  $M^0$  на плотность потока:

$$|\Psi_{M^0}(0)|^2 = |C_1|^2 + |C_2|^2 + 2|C_1 C_2| \cos \delta = n_0 = I_0 / v_{M^0}, \quad (12)$$

где  $I_0$  – начальная плотность потока мюония,  $v_{M^0}$  – его скорость,  $n_0$  – концентрация  $M^0$  при  $t = 0$ ,  $\delta$  – относительная фаза комплексных коэффициентов  $C_1$  и  $C_2$ . Поскольку измерение  $I_0$  можно начинать в любой момент времени, положим  $\delta = 0$ . Введем степень возбуждения мюония  $\varepsilon$  в соответствии с равенством

$$\varepsilon = \frac{I_{\text{exit}}}{I_0} = \frac{|C_2|^2}{|C_1 + C_2|^2}. \quad (13)$$

Выражая  $C_1$  и  $C_2$  из соотношений (12), (13) и учитывая формулы (10), (11), нетрудно получить плотность потока  $M_0$  в произвольный момент  $t$ :

$$I(t) = I_0 \cdot \left\{ 1 - 2\sqrt{\varepsilon}(1 - \sqrt{\varepsilon}) \left[ 1 - \cos\left(\frac{E_2 - E_1}{\hbar} t\right) \right] \right\} \times \exp\left(-\frac{\Gamma_{M^0} t}{\hbar}\right). \quad (14)$$

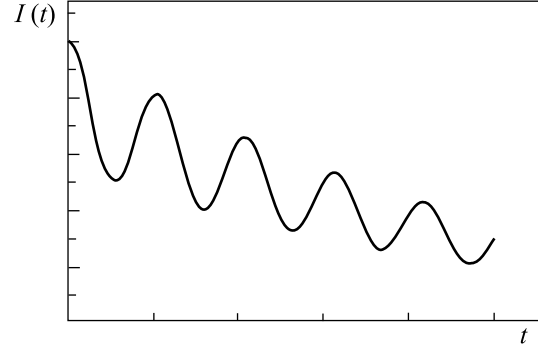


Рис.3. Кривая распада мюония с учетом возбужденного состояния

Видно, что на кривой распада  $I(t)$ , изображенной на рис.3, появляются осцилляции. Оценим пространственный период осцилляций (расстояние, на котором кривая рис.3 дает одну временную осцилляцию). Учитывая (14), откуда  $\omega = (E_2 - E_1)/\hbar = 2\pi/T$ , причем  $E_2 - E_1 = 10.1$  эВ, получим  $T \approx 4 \cdot 10^{-16}$  с. Сравнивая  $T$  с  $\tau_{M^0}$ , видим, что временной период осцилляций на десять порядков меньше, чем  $\tau_{M^0}$ , то есть на рис.3 уложится много осцилляций за время жизни  $M^0$ .

Так как мюоний рождается в процессе (1) с  $E_{M^0} \gg m_{M^0} c^2$ , например, для Tevatron-DIS имеем  $E_{M^0} \sim 225$  ГэВ, то  $T_{\text{lab}} = TE_{M^0}/m_{M^0} c^2 \approx 10^{-12}$  с. За такое время мюоний уйдет на расстояние, совпадающее с пространственным периодом осцилляций, приблизительно равное 300 мкм. Эффекты на таких расстояниях измеримы.

Оценим величину  $\varepsilon$ , определяющую вклад волновой функции  $\Psi_2$  в формуле (10) из-за рождения мюония в возбужденном состоянии  $M^{0*}$ . Имеется два механизма образования  $M^{0*}$ : рождение в вершине рекомбинации  $e^- + \mu^+ \rightarrow M^{0*}$  на диаграммах рис.1 и взаимодействие в конечном состоянии, когда  $M^0$  неупруго перерассеивается на  $\mu^-$  или ядре. Рассмотрим первый механизм. Пусть  $M^{0*}$  образуется в  $2^1S_0$ -состоянии. Тогда равенство (3) будет содержать  $\Psi(\mathbf{p})$  вида

$$\Psi(\mathbf{p}) = -\frac{32\sqrt{2\pi a_0^3}(1 - 4\mathbf{p}^2 a_0^2)}{(1 + 4\mathbf{p}^2 a_0^2)^3}, \quad (13)$$

где  $a_0$  определяется соотношением выше, а соответствующее  $\Psi(0) = 1/\sqrt{8\pi a_0^3}$ . Это приводит к величине  $\varepsilon = 1/256$ , то есть примесь возбужденного состояния  $\Psi_2$  в формуле (10) порядка 10%. В случае рождения  $M^{0*}$  в одном из  $2P$ -состояний величина  $\varepsilon$  оказывается того же порядка. Второй механизм дает заметно меньший вклад.

Таким образом, сравнение кривых распада мюония и антимюония на нескольких периодах осцилляций даст возможность установить, имеет ли место СРТ-инвариантность для связанных состояний в КЭД.

Авторы благодарны В. Г. Барышевскому за идею регистрации мюония и антимюония и Д. Рощину за обсуждение вопроса о решении уравнения Бёте-Солпитера.

1. А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий, *Квантовая электродинамика*, М.: Наука, 1969.
2. Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков, *Введение в теорию квантованных полей*, М.: Наука, 1976.
3. Р. Йост, *Общая теория квантованных полей*, М.: Мир, 1967. (R. Jost, *The General Theory of Quantized Fields*, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 1965.)
4. *Particle Data Group*, AIP Booklet, 1, 1998.
5. С. Т. Munger, S. J. Brodsky, and I. Schmidt, *Phys. Rev. D* **49**, 3228 (1994).
6. E. A. Choban, *Proc. of SPIE* **3345**, 162 (1997).
7. *CERN Yellow report*, 4, 25 (2000).
8. P. Chiapetta, G. T. Gounaris, T. Luysac et al., *Phys. Rev. D* **59**, 014016 (1999).
9. J. F. Gunion, preprint UCD-98-5, hep-ph/9802258.

# Парная радиальная функция распределения простых классических жидкостей

Ю. В. Петров, Е. А. Шурышкина\*

Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, 142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

\* Московский физико-технический институт, 171700 Долгопрудный, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 21 июня 2001 г.

После переработки 16 июля 2001 г.

Получена система обыкновенных дифференциальных уравнений для нахождения самосогласованного потенциала и парной радиальной функции распределения в простой классической жидкости с потенциальной энергией парного взаимодействия “голых” частиц в виде суммы потенциалов Юкавы для отталкивания при малых расстояниях между ними и притяжения при больших. Выбранная форма потенциала взаимодействия содержит достаточное количество параметров, чтобы аппроксимировать межатомное взаимодействие в реальных простых жидкостях. В предложенной модели имеет место фазовый переход пар – жидкость на линии конденсации в переменных температура – плотность.

PACS: 61.20.-p, 61.20.Ne

В физике классических простых жидкостей, описывающихся парным центральным потенциалом взаимодействия  $v(r)$  составляющих их атомов, важное значение имеет парная корреляционная функция (парная радиальная функция распределения) [1]. Парную радиальную функцию распределения  $w(r)$  определим как величину, задающую количество частиц  $dN$  в элементе объема  $dV$  на расстоянии  $r$  от выделенной частицы при средней концентрации частиц  $n_0$ :

$$dN = n_0 w(r) dV. \quad (1)$$

Или, учитывая, что  $dN/dV = n(r)$  – концентрация частиц на расстоянии  $r$  от выделенной, получаем:

$$w(r) = \frac{n(r)}{n_0}. \quad (2)$$

Зная функцию  $w(r)$ , легко найти в зависимости от  $n_0$  и температуры  $T$  такие важные термодинамические функции, как давление  $p$  (уравнение состояния) и внутреннюю энергию на атом  $\varepsilon$  [2]:

$$p = n_0 T - \frac{1}{6} n_0^2 \int r \frac{dv(r)}{dr} w(r) dr, \quad (3)$$

$$\varepsilon = \frac{3}{2} T + \frac{1}{2} n_0 \int v(r) w(r) dr. \quad (4)$$

Уже этих термодинамических функций достаточно, например, при изучении ударных волн в жидкостях.

Парный центральный потенциал  $v(r)$  простых жидкостей, учитывающий обусловленное перекрытием орбиталей атомов отталкивание их при малых  $r$

и дисперсионное взаимодействие, приводящее к притяжению при больших  $r$ , обычно задается в виде аппроксимирующих его функций. Широко известен потенциал твердых сфер:

$$v_{hs} = \begin{cases} \infty, & r \leq d \\ 0, & r > 0 \end{cases}. \quad (5)$$

Его недостатком является отсутствие притяжения, но зато интегральное уравнение Перкуса-Йевики [3] для парной корреляционной функции с таким потенциалом взаимодействия допускает точное решение [4, 5]. Это решение используется как базисное при исследовании термодинамических свойств жидкости в рамках теории возмущений [6–8]. В часто используемом потенциале Леннарда-Джонса

$$v_{LD}(r) = 4\epsilon \left( \left( \frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left( \frac{\sigma}{r} \right)^6 \right) \quad (6)$$

точно учитывается диполь-дипольное притяжение атомов в неполярных жидкостях при больших  $r$ , но отталкивательный член имеет нефизическую особенность при  $r \rightarrow 0$ . В потенциале Кратцера

$$v_K(r) = 2\epsilon \left( \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma}{r} \right)^2 - \frac{\sigma}{r} \right), \quad (7)$$

хорошо описывающем взаимодействие в полярных жидкостях при  $r \rightarrow \infty$ , также присутствует член, имеющий нефизическую особенность при  $r \rightarrow 0$ . Действительно, при  $r \rightarrow 0$  асимптотика взаимодействия атомов должна иметь вид  $v(r) \sim 1/r$ . Напри-