

Осциллирующий брэгговский 2π -импульс в резонансно поглощающей решетке

Б. И. Манцызов¹⁾, Р. А. Сильников

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, 119899 Москва, Россия

Поступила в редакцию 2 августа 2001 г.

После переработки 26 сентября 2001 г.

Теоретически исследовано взаимодействие импульса лазерного излучения с резонансной брэгговской решеткой при произвольных начальных условиях на поле, инверсную населенность и поляризацию среды. Показана возможность формирования осциллирующего брэгговского 2π -импульса самоиндуцированной прозрачности при точном выполнении условий Брэгга. Описаны различные режимы динамики осциллирующего брэгговского 2π -импульса.

PACS: 42.25.Fx, 42.50.Md, 42.65.Tg, 42.70.Qs

Динамика распространения лазерных импульсов в структурах с запрещенными фотонными зонами, или фотонных кристаллах [1], в последние десять лет является предметом активных теоретических [2–6] и экспериментальных [7] исследований. Благодаря нелинейности взаимодействия излучения с такими структурами качественно меняются традиционные линейные дисперсионные соотношения. Как следствие, в структурах с различными типами нелинейностей оказывается возможным распространение брэгговских солитонов (БС) [2–4], то есть оптических импульсов на брэгговских частотах в линейно запрещенных фотонных зонах. В отличие от солитонов в сплошных средах, для БС характерны два режима распространения – с постоянной скоростью и осциллирующий [5, 6], когда происходит периодическое изменение амплитуды импульса, а также величины и направления скорости. Резонансный осциллирующий 2π -импульс был ранее получен при численном интегрировании задачи о БС в слабо деформированной брэгговской решетке [5]. Однако отсутствие аналитических решений не позволило выяснить физическую природу осцилляций БС. В настоящей работе показано, что осциллирующий 2π -импульс может возникать при точном выполнении условий Брэгга. Начальная задача соответствующих двухволновых уравнений Максвелла – Блоха сводится к модифицированному синус-уравнению Гордона (СУГ). Получено аналитическое выражение для частоты осцилляций БС, а также описаны различные режимы распространения БС в зависимости от начальных условий.

Рассмотрим когерентное взаимодействие мощного лазерного излучения с одномерной резонансной брэгговской решеткой, которая представляет собой структуру, состоящую из набора периодически расположенных тонких слоев, содержащих двухуровневые осцилляторы [2, 5]. Эта модель хорошо соответствует реальной структуре периодически расположенных квантовых ям с резонансными экситонами в полупроводниках [7]. Частота падающего на структуру излучения совпадает с частотой двухуровневого перехода и, кроме того, для точного выполнения условий Брэгга период структуры должен быть кратным половине длины волны излучения. При этих условиях взаимодействие излучения со структурой описывается двухволновыми уравнениями Максвелла-Блоха [2] для действительных функций в безразмерных переменных $x = x'/c\tau_c$, $t = t'/\tau_c$:

$$\Omega_t^+ + \Omega_x^+ = P, \quad \Omega_t^- - \Omega_x^- = P, \quad (1)$$

$$P_t = n(\Omega^+ + \Omega^-), \quad n_t = -P(\Omega^+ + \Omega^-),$$

где $\Omega^\pm = (2\tau_c\mu/\hbar)E^\pm$; E^\pm – медленные огибающие амплитуд полей прямой и обратной блоховских волн; τ_c – кооперативное время; μ – матричный элемент дипольного момента перехода; P и n – поляризация и плотность инверсной населенности среды, соответственно; c – скорость света; t' , x' – время и пространственная координата вдоль нормали к резонансным плоскостям структуры; нижние индексы x и t обозначают частные производные.

С учетом решения уравнений Блоха $P = -\sin\theta$, где блоховский угол θ определяется из условия $\theta_t = \Omega^+ + \Omega^-$, уравнения (1) перепишем в виде

$$\tilde{\Omega}_x + \Omega_t = -2\sin\theta, \quad \Omega_x + \tilde{\Omega}_t = 0, \quad (2)$$

¹⁾e-mail: mants@genphys.phys.msu.su

где $\Omega \equiv \Omega^+ + \Omega^-$, $\tilde{\Omega} \equiv \Omega^+ - \Omega^-$. Из второго уравнения (2) следует, что

$$\tilde{\Omega}(x, t) = -\theta_x(x, t) + f(x). \quad (3)$$

Тогда из (2) получим следующее уравнение для блоховского угла:

$$\theta_{xx} - \theta_{tt} = 2 \sin \theta + f_x(x). \quad (4)$$

Это уравнение является модифицированным синус-уравнением Гордона, а функция $f(x)$ определяется начальными условиями в (3):

$$f(x) = \tilde{\Omega}(x, 0) + \theta_x(x, 0). \quad (5)$$

Таким образом, если в начальный момент времени $t = 0$ поля и инверсная населенность в среде отсутствуют, то есть $\tilde{\Omega}(x, 0) = 0$ и $\theta(x, 0) = 0$, либо в структуре распространяется стационарный БС и $\tilde{\Omega}(x, t) = -\theta_x(x, t)$ [2], то $f(x) = 0$, и уравнение (4) переходит в точное СУГ, которое описывает неосциллирующий брэгговский 2π -импульс. В общем же случае, при $f(x) \neq 0$, динамика БС существенно отличается от описанной ранее [2]. Второе слагаемое в правой части (4) соответствует взаимодействию кинка точного СУГ с локализованным возмущением и определяет режим осцилляций 2π -импульса.

На рис.1 представлены результаты численного интегрирования исходной системы уравнений (1) при ненулевых начальных условиях (5) $f(x) = f(0) \operatorname{sech}(\sqrt{2}x - x_0)$. При малых значениях начальной скорости БС и $f(0) < 0$ (рис.1, кривая *a*) осцилляции амплитуды и скорости БС являются гармоническими, причем форма солитона практически не отличается от решения точного СУГ и осциллирующий БС локализован вблизи функции $f(x)$. Частота осцилляций зависит от величины $f(0)$. Увеличение начальной скорости приводит к изменению формы осцилляций (рис.1, кривая *b*). Ниже будет показано, что они описываются законом движения в виде синуса эллиптического. Наконец, если начальная скорость достаточно велика, то солитон выходит из области локализации $f(x)$ и далее распространяется как свободный БС без осцилляций с постоянной скоростью (рис.1, кривая *c*). При изменении знака амплитуды функции в начальных условиях (5), $f(0) > 0$, БС отталкивается от области взаимодействия и также движется без осцилляций с постоянной скоростью (рис.1, кривая *d*).

Для анализа описанной выше динамики БС воспользуемся простым "энергетическим" методом [8], который позволяет найти закон движения солитона модифицированного СУГ (4) в том случае, когда его

Рис.1. Изолинии равных значений плотностей инверсной населенности среды $n(x, t)$ при распространении брэгговского солитона при различных начальных условиях. Черные линии соответствуют $n = 1$, белый фон — $n = -1$. В момент времени $t = 0$ инверсия и поляризация задаются соответственно как $n = -\cos(\theta)$, $P = -\sin(\theta)$, где $\theta = 4\arctg[\exp(-\sqrt{2}x + x_0)]$, $x_0/\sqrt{2}$ — начальная координата центра солитона; поля определяются выражениями $\Omega^\pm = \pm\Omega_0^\pm \operatorname{sech}(\sqrt{2}x - x_0)$, где для кривой *a* $\Omega_0^+ = 1.41$, $\Omega_0^- = 0.85$, что соответствует скорости солитона $u = 0.2$; для кривой *b* $\Omega_0^+ = 2.12$, $\Omega_0^- = 0.14$, $u = 0.7$; и для кривой *c* $\Omega_0^+ = 2.21$, $\Omega_0^- = 0.06$, $u = 0.76$. Во всех предыдущих случаях $f_0 < 0$ и $\sqrt{-f_0} = 0.75$; для кривой *d* $f_0 > 0$, а значения Ω_0^\pm совпадают со случаем кривой *a*

форма мало отличается от формы решения точного СУГ. Перепишем уравнение (4) в традиционной форме, сделав замены $\eta = \sqrt{2}x$, $\tau = \sqrt{2}t$, $f' = f/\sqrt{2}$:

$$\theta_{\eta\eta} - \theta_{\tau\tau} = \sin \theta + f'_\eta(\eta). \quad (6)$$

Функция плотности лагранжиана для уравнения (6) имеет вид

$$L = \frac{1}{2}\theta_\tau^2 - \frac{1}{2}(\theta_\eta - f')^2 - (1 - \cos \theta),$$

тогда соответствующая плотность гамильтониана

$$H = \frac{1}{2}\theta_\tau^2 + \frac{1}{2}\theta_\eta^2 - f'\theta_\eta + \frac{1}{2}f'^2 + (1 - \cos \theta). \quad (7)$$

Отметим, что первые четыре слагаемых в правой части (7) определяют плотность энергии полей прямой и обратной волн в структуре $[(\Omega^+)^2 + (\Omega^-)^2]/2$.

Исследуемая система консервативна, полная энергия для локализованных решений является интегралом движения, $\frac{d}{d\tau} \int_{-\infty}^{\infty} H d\eta = 0$, поэтому из (7) следует равенство

$$\frac{d}{d\tau} \int_{-\infty}^{\infty} d\eta \left(\frac{1}{2}\theta_\tau^2 + \frac{1}{2}\theta_\eta^2 + (1 - \cos \theta) \right) = \frac{d}{d\tau} \int_{-\infty}^{\infty} d\eta f' \theta_\eta. \quad (8)$$

Воспользуемся тем, что осциллирующий солитон уравнения (6) по форме мало отличается от решения точного СУГ, и запишем искомое решение для 2π-импульса, распространяющегося в положительном направлении оси η, в виде

$$\theta = 4 \arctg \left[\exp \left(\frac{-\eta + \xi(\tau)}{\sqrt{1 - u^2(\tau)}} \right) \right], \quad (9)$$

где $u(\tau)$ – зависящая от времени скорость солитона, $\xi(\tau) = \int_0^\tau u(\tau') d\tau'$ – координата центра солитона. Интеграл перекрытия в правой части (8) определяет потенциальную энергию взаимодействия кинка (9) с возмущением. Подставляя (9) в (8) и учитывая, что u^2 и $u_\tau \ll 1$, получаем следующее уравнение движения для координаты центра импульса:

$$\xi_{\tau\tau} = -\frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sech}(\eta - \xi) \operatorname{th}(\eta - \xi) f'(\eta) d\eta. \quad (10)$$

Пусть $f'(\eta) = f_0 \operatorname{sech}(\eta)$, то есть соответствует начальным условиям при численном интегрировании исходной системы (1), результаты которого представлены на рис.1, тогда из (10) следует

$$\xi_{\tau\tau} = -\frac{f_0}{2} \frac{\operatorname{sh} \xi - \xi \operatorname{ch} \xi}{\operatorname{sh}^2 \xi}.$$

Перепишем это уравнение в виде

$$\xi_{\tau\tau} = -U_\xi, \quad U = \frac{f_0}{2} \frac{\xi}{\operatorname{sh} \xi}. \quad (11)$$

Уравнение (11) описывает движение квазичастицы в потенциале U под действием потенциальной силы $-U_\xi$. Полная “энергия” частицы $u^2/2 + U = \text{const}$, поэтому финитное движение возможно в случае притягивающего потенциала, $f_0 < 0$, и при достаточно ма-

лой скорости на дне потенциальной ямы $|u(\xi = 0)| < \sqrt{-f_0}$, что хорошо согласуется с результатами численного моделирования (рис.1, кривая *a*). Увеличение скорости солитона приводит к его выходу из потенциальной ямы (рис.1, кривая *c*). Если же начальные условия (5) заданы таким образом, что $f_0 > 0$, потенциал взаимодействия U является положительным и БС отталкивается от возмущения (рис.1, кривая *d*).

Решение уравнения (11) позволяет получить закон движения БС $\xi(\tau)$ в интегральной форме:

$$\int_0^\xi \frac{d\xi'}{\sqrt{\alpha - f_0 \xi' / \operatorname{sh} \xi'}} = \tau, \quad (12)$$

где $\alpha = \xi_\tau^2(\xi = 0) + f_0$. При малых отклонениях центра импульса от положения равновесия $\xi \ll 1$ и $f_0 < 0$ во втором порядке разложения подынтегральной функции в (12) по ξ получаем гармонический закон осцилляций БС:

$$\xi = \xi_0 \sin \omega \tau, \quad \omega^2 = -f_0/6. \quad (13)$$

Следующий порядок разложения по ξ приводит к закону движения в виде синуса эллиптического. На рис.2 представлены график зависимости частоты осцилляций брэгговского 2π-импульса от f_0 , получен-

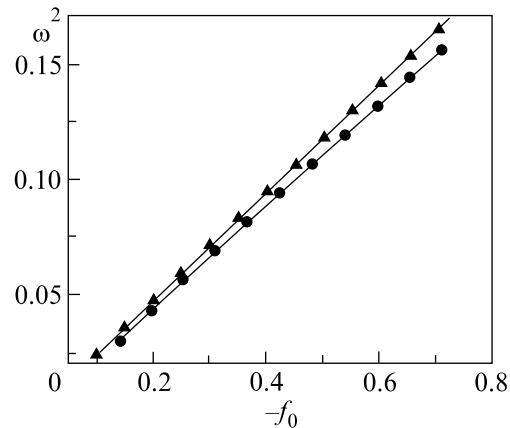


Рис.2. Графики зависимостей квадрата частоты гармонических осцилляций брэгговского солитона ω^2 (ω в единицах τ_c/c) от величины f_0 : \blacktriangle – полученный при численном интегрировании системы уравнений (1) и \bullet – рассчитанный по аналитическому выражению (13)

ный при численном интегрировании уравнений (1), и кривая, рассчитанная по формуле (13). Видно, что аналитическая формула хорошо описывает результаты численного моделирования динамики осциллирующего 2π-импульса.

В заключение отметим, что БС демонстрируют существенно более сложную и разнообразную динамику распространения по сравнению с оптическими солитонами в сплошной среде. Это связано с возможностью взаимодействия БС со слабыми полями и возбуждением среды, локализованными в брэгговской запрещенной зоне. Осциллирующий БС является устойчивым связанным состоянием высокоэнергетического импульса, близкого к стационарному солитону, и низкоэнергетического возмущения. Причем последнее может быть не обязательно статическим. Полученные выше результаты несложно обобщить на случай “бегущих” начальных условий при переходе в движущуюся систему отсчета, тогда средняя скорость осциллирующего БС будет отлична от нуля. Осциллирующий 2π -импульс может наблюдаться экспериментально, например, в периодической структуре квантовых стенок $\text{In}_{0.04}\text{Ga}_{0.96}\text{As}/\text{GaAs}$ [7, 9], где плотность резонансных экситонов $1.7 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$, дипольный момент перехода $\mu = 9 \cdot 10^{-29} \text{ Кл} \cdot \text{м}$, длина волны $\lambda = 830 \text{ нм}$, $\tau_c = 0.3 \text{ пс}$. Тогда для осциллирующего БС энергия

в импульсе на единицу площади равна 1.3 мкДж/см^2 при длительности импульса 0.34 пс .

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант # 01-02-17314.

-
1. *Photonic Band Gap Materials*, Ed. C. M. Soukoulis, Kluwer Academic, Dordrecht, 1996.
 2. Б. И. Манцызов, Р. Н. Кузьмин, *ЖЭТФ* **91**, 65 (1986).
 3. W. Chen and D. L. Mills, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 160 (1987).
 4. C. Conti, S. Trillo, and G. Assanto, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2341 (1997).
 5. B. I. Mantsyzov, *Phys. Rev.* **A51**, 4939 (1995).
 6. F. De Rossi, C. Conti, and S. Trillo, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 85 (1998).
 7. J. P. Prineas, C. Ell, E. S. Lee et al., *Phys. Rev.* **B61**, 13863 (2000).
 8. M. B. Fogel, S. E. Trullinger, A. R. Bishop, and J. A. Krumhansl, *Phys. Rev.* **B15**, 1578 (1977).
 9. A. Schulzgen, R. Binder, M. E. Donovan et al., *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2346 (1999).