

# Измерение граничной частоты инерционного интервала турбулентности капиллярных волн на поверхности жидкого водорода

М. Ю. Бражников, Г. В. Колмаков, А. А. Левченко<sup>1)</sup>, Л. П. Межов-Деглин

Институт физики твердого тела, 142432 Черногловка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 14 ноября 2001 г.

Экспериментально измерена граничная частота верхнего края инерционного интервала, в котором формируется колмогоровский спектр в распределении энергии по частоте колебаний на заряженной поверхности жидкого водорода. Показано, что зависимость граничной частоты  $\omega_b$  от амплитуды волны  $\eta_p$  на частоте накачки  $\omega_p$  хорошо описывается степенной функцией вида  $\omega_b \sim \eta_p^{4/3} \omega_p^{23/9}$ .

PACS: 47.27.Gs

В рамках теории волновой турбулентности показано, что система нелинейных взаимодействующих волн на поверхности жидкости может быть описана кинетическим уравнением, аналогичным уравнению Больцмана газовой динамики [1]. В системе капиллярных волн существует частотный интервал (инерционный интервал), ограничиваемый снизу частотой накачки  $\omega_p$ , а на высоких – частотой, при которой время вязкостного затухания  $\tau_v$  сравнивается по порядку величины с временем нелинейного взаимодействия  $\tau_n$ :  $1/\tau_v \sim 1/\tau_n$ .

Закон дисперсии капиллярных волн  $\omega = (\sigma/\rho)^{1/2} \kappa^{3/2}$  ( $\omega$  – частота,  $\kappa$  – волновой вектор,  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения,  $\rho$  – плотность) является распадным, и, следовательно, основной вклад во взаимодействие волн вносят трехволновые процессы – распад волны на две с сохранением суммарного волнового вектора и суммарной частоты, а также обратный ему процесс слияния двух волн в одну. Таким образом, в режиме турбулентности капиллярных волн устанавливается постоянный поток энергии в сторону больших частот и, следовательно, реализуется на частотах выше частоты накачки (прямой каскад).

Известно [2], что время вязкостного затухания капиллярных волн уменьшается с ростом величины волнового вектора по закону

$$1/\tau_v = 2\nu\kappa^2, \quad (1)$$

где  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости жидкости.

Характерное время нелинейного взаимодействия  $\tau_n$  определяется параметрами жидкости, а также

функцией распределения капиллярных волн по волновому вектору  $n(\kappa)$  и записывается как

$$1/\tau_n \sim |V_{\kappa\kappa\kappa}|^2 n(\kappa) \kappa^2 / \omega_\kappa, \quad (2)$$

где  $V_{\kappa\kappa\kappa} \approx (\sigma/\rho^3)^{1/4} \kappa^{9/4}$  – константа трехволнового нелинейного взаимодействия,  $\omega_\kappa$  – частота волны с вектором  $\kappa$ .

Стационарное распределение поверхностных волн в пределах инерционного интервала может описываться парной корреляционной функцией в фурье-представлении  $I_\kappa = \langle |\eta_\kappa|^2 \rangle$  для отклонений поверхности от плоского состояния  $\eta(r, t)$ . Корреляционная функция связана с функцией распределения  $n(\kappa)$  зависимостью

$$I_\kappa = n(\kappa) / \sigma^{1/4} \kappa^{1/2}. \quad (3)$$

Из соотношений (1)–(3) можно получить зависимость частоты волны  $\omega_b$  от амплитуды волны на частоте накачки  $\eta_p$ , при которой времена вязкостного затухания и нелинейного взаимодействия сравниваются по порядку величины (граничная частота верхнего края инерционного интервала):

$$\omega_b \sim \eta_p^\beta \omega_p^\gamma. \quad (4)$$

Величины показателей степени  $\beta$  и  $\gamma$  определяются функцией распределения  $n(\kappa) \sim (\kappa/\kappa_p)^\alpha$ , где  $\kappa_p$  – волновой вектор волны на частоте накачки  $\omega_p$ . В случае возбуждения поверхностных колебаний в широкой полосе частот показатель функции распределения  $\alpha$  равен  $-19/4$  [3],  $\beta = 2.4$  и  $\gamma = 19/5$ . При возбуждении поверхностных колебаний спектрально узкой накачкой,  $\alpha = -23/4$  [4], значение показателя  $\beta$  уменьшается до величины, равной  $4/3$ , а  $\gamma = 23/9$ .

Целью настоящей работы было экспериментальное наблюдение граничной частоты верхнего края

<sup>1)</sup>e-mail: levch@issp.ac.ru

инерционного интервала и исследование зависимости граничной частоты от амплитуды волны на частоте накачки, а также сравнение полученных результатов с предсказаниями теории.

**Экспериментальная методика.** Эксперименты были проведены в оптической ячейке, которая размещалась в гелиевом криостате. Внутри ячейки был установлен горизонтальный плоский конденсатор. На нижней обкладке конденсатора располагалась радиоактивная пластина. Водород конденсировался в стакан, образованный нижней обкладкой и охранным кольцом диаметром 25 мм и высотой 3 мм. Толщина слоя жидкости составляла 3 мм. На расстоянии 4 мм над поверхностью жидкости располагалась верхняя обкладка конденсатора – коллектор диаметром 25 мм. Температура жидкости в экспериментах равнялась 15 К.

Свободная поверхность жидкости заряжалась с помощью радиоактивной пластины, излучающей  $\beta$ -электроны. Электроны ионизировали тонкий слой жидкости вблизи пластины. Между обкладками конденсатора прикладывалось постоянное напряжение. Знак зарядов, образующих квазидвумерный слой под поверхностью жидкости, определялся полярностью напряжения. В данных экспериментах изучали колебания положительно заряженной поверхности. Металлическое охранный кольцо, установленное вокруг радиоактивной пластины, препятствовало уходу зарядов из-под поверхности на стенки контейнера.

Колебания поверхности жидкого водорода (стоячие волны) возбуждали с помощью переменного напряжения, прикладываемого к охранный кольцо в дополнение к постоянному, на одной из резонансной частот.

Регистрацию колебаний поверхности жидкого водорода производили по изменению мощности отраженного от поверхности лазерного луча. Отраженный от колеблющейся поверхности луч с помощью линзы фокусировался на фотоприемник. Напряжение на фотоприемнике, прямо пропорциональное мощности луча  $P(t)$ , записывалось компьютером с помощью скоростного 12 или 16-битного АЦП в течение нескольких секунд. В работе анализировался частотный спектр  $P_\omega$  полной мощности отраженного лазерного луча, получаемый Фурье-преобразованием по времени регистрируемой зависимости  $P(t)$ .

В этих экспериментах применялся широкий лазерный луч диаметром 0.5 мм, падающий на поверхность жидкости под углом скольжения около 0.2 рад. Оси эллипса светового пятна на поверхности жидкости составляли 2.5 и 0.5 мм. В работе [5] отмечалось,

что при таких размерах светового пятна квадрат амплитуды Фурье  $P_\omega^2$  измеренного сигнала прямо пропорционален корреляционной функции в частотном представлении,  $I_\omega \propto P_\omega^2$ .

Более подробно методики возбуждения поверхностных колебаний, их регистрации и обработки экспериментальных данных описаны в [6].

В предварительных экспериментах было показано, что амплитуда волны на частоте накачки линейно зависит от величины приложенного переменного напряжения. Поэтому после набора водорода в ячейку при постоянном напряжении между обкладками конденсатора измерялось максимальное переменное напряжение, при котором угол отклонения лазерного луча составлял известное максимальное значение (до касания верхней пластины конденсатора). При меньших амплитудах переменного напряжения угол отклонения и амплитуда волны  $\eta$  рассчитывались по экспериментальным данным.

**Экспериментальные результаты и их обсуждение.** На рис.1 показаны две зависимости от частоты квадрата амплитуды Фурье  $P_\omega^2$  сигнала  $P(t)$ ,

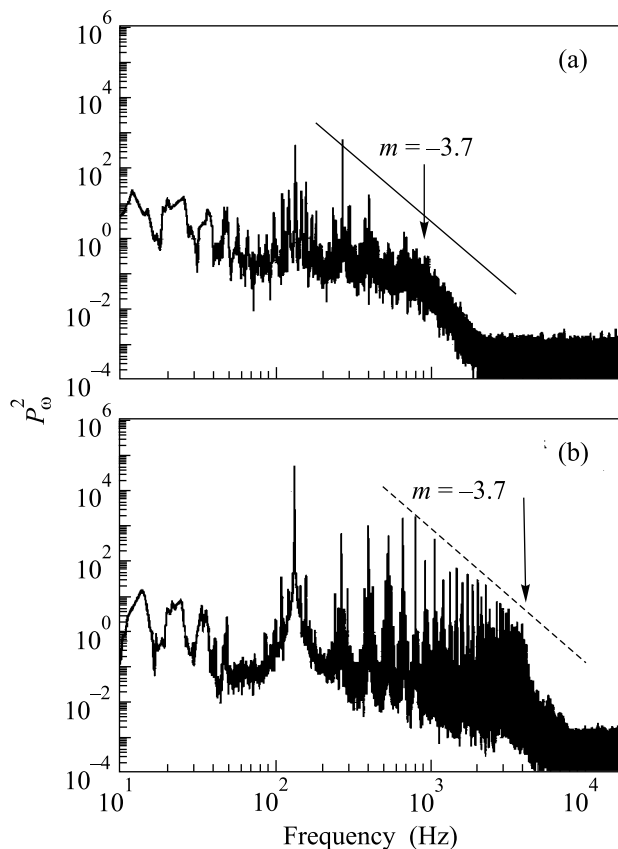


Рис.1. Распределение  $P_\omega^2$  при двух амплитудах волны на частоте накачки 135 Гц: (а) – амплитуда волны равна 0.0045 мм, (б) – 0.016 мм

измеренного при возбуждении поверхности на частоте  $\omega_p = 135$  Гц. На рис.1а амплитуда волны на частоте накачки составляла  $0.0045 \pm 0.0006$  мм, а на рис.1б –  $0.016 \pm 0.009$  мм. Стрелками отмечены частоты, на которых наблюдается резкое изменение в зависимости  $P_\omega^2$  – край инерционного интервала. На рис.1а граничная частота края инерционного интервала составляет  $\omega_b = 900 \pm 200$  Гц, на рис.1б –  $\omega_b = 4500 \pm 400$  Гц. Видно, что при увеличении амплитуды волны граничная частота инерционного интервала сдвигается в сторону высоких частот.

Из рисунков следует, что когда амплитуда волны невелика, инерционный интервал не очень широкий, на нем реализуется каскад, состоящий только из нескольких высокочастотных гармоник частоты накачки  $\omega_p$ . При большой амплитуде волны накачки инерционный интервал расширяется и каскад составляют уже десятки и сотни гармоник. Зависимость  $P_\omega^2$  в широком частотном интервале можно описать степенной функцией с показателем степени, равным  $m = -3.7 \pm 0.3$ . Для иллюстрации этого факта на рис.1б пунктирной линией показана степенная зависимость  $\omega^m$  с показателем степени, равным  $m = -3.7$ . Полученная величина показателя степени близка к оценке, выполненной в теоретической работе [4] для случая спектрально узкой накачки. Численный расчет показывает, что каскад  $I_\omega$  формируется в виде системы эквидистантных пиков на частотах, кратных частоте накачки. Зависимость высоты пиков от частоты описывается степенной функцией с показателем степени, равным  $-21/6$ . Это значение отличается на  $4/6$  от показателя в [3], которое получено в случае накачки в широком интервале частот.

На рис.2а приведены две зависимости граничной частоты края инерционного интервала от амплитуды волны на частотах накачки в 83 и 135 Гц. Абсциссы (частоты) точек на рисунке оценены из экспериментальных графиков, аналогичных графикам, показанным на рис.1. Ординаты точек (амплитуды волн накачки) вычислены по известным величинам амплитуд переменного напряжения, подаваемого на охранное кольцо. Сплошные линии на рисунке соответствуют степенным зависимостям граничной частоты инерционного интервала  $\omega_b$  от амплитуды  $\eta$  с показателем степени, равным  $4/3$ . Для лучшего согласия теоретической кривой к экспериментальным данным в зависимость (4) был введен постоянный член  $\Omega$ , не зависящий от амплитуды волны на частоте накачки. Из простых физических соображений понятно, что граничная частота  $\omega_b$  не может быть меньше частоты накачки  $\omega_p$ . Результаты подгонки показаны на рис.2а. Видно, что достигается удов-

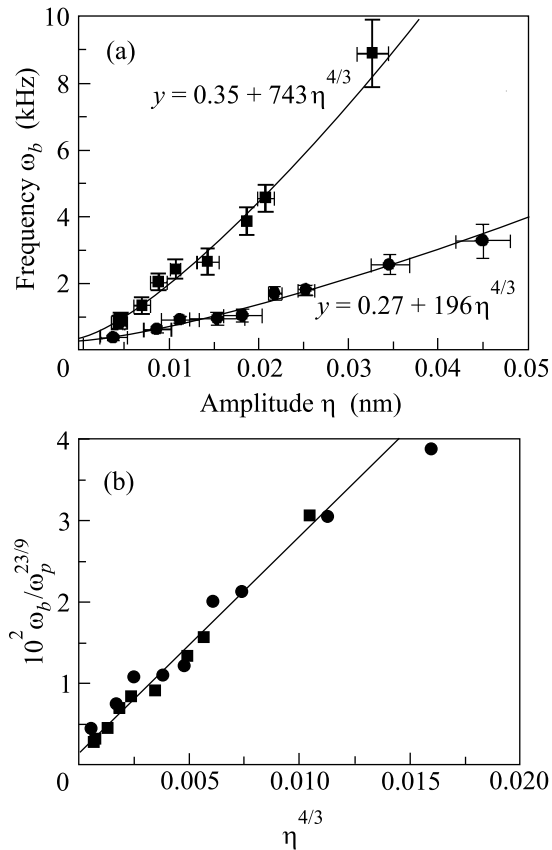


Рис.2. Зависимость граничной частоты от амплитуды волны на частоте накачки: ● – 83 Гц, ■ – 135 Гц, (а) – в линейных координатах, (б) – в приведенных координатах

летворительное согласие между экспериментальными точками и теоретической зависимостью. Постоянный член оказался в два-три раза больше частоты накачки  $\omega_p$ .

В зависимости граничной частоты  $\omega_b$  от амплитуды (4) предполагается существование скейлинга по частоте накачки. Легко видеть, что все экспериментальные точки  $\omega_b$ , независимо от частоты накачки  $\omega_p$ , должны ложиться на одну прямую в координатах  $\omega_b/\omega_p^{23/9}$  и  $\eta^{4/3}$ . На рис.2б показан результат построения экспериментальных данных в приведенных координатах. Можно констатировать, что экспериментальные точки для обеих частот накачки хорошо ложатся на прямую линию. Это подтверждает справедливость вывода соотношения (4), а также и результатов расчетов в работе [4] функции распределения капиллярных волн при узкочастотной накачке.

Таким образом, экспериментально показано, что инерционный интервал, в котором наблюдается степенная зависимость от частоты корреляционной функции, расширяется в сторону высоких частот с

ростом амплитуды волны на частоте накачки. Эта зависимость может быть хорошо описана степенной функцией с показателем, равным  $4/3$ . Результаты эксперимента качественно согласуются с выводами работы [4].

Авторы благодарны В. Н. Хлопинскому за помощь в подготовке экспериментов и М. Levinson за полезные дискуссии. Исследования выполнены при частичной поддержке Министерства промышленности, науки и технологий РФ (проект “Кристалл-6”) и гранта INTAS-NETWORK # 97-1643.

1. V. Zakharov, V. L'vov, and G. Fal'kovich, *Kolmogorov Spectra of Turbulence*, Vol. 1, “Wave Turbulence”, Springer-Verlag, Berlin, 1992.
2. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика*, М.: Наука, 1988.
3. В. Е. Захаров, Н. Н. Филоненко, *Ж. Прикл. Мех. Техн. Физ.* **5**, 62 (1967).
4. Г. Е. Фалькович, А. Б. Шафаренко, *ЖЭТФ* **94**, 172 (1988).
5. М. Ю. Бражников, А. А. Левченко, Г. В. Колмаков, Л. П. Межов-Деглин, *ФНТ* **27**, 1183 (2001).
6. М. Ю. Бражников, А. А. Левченко, ПТЭ, готовится к публикации.