

## Возникновение самоорганизации критического состояния в одномерном многоконтактном СКВИД как следствие случайного расположения контактов

С. Л. Гинзбург, Н. Е. Савицкая

Санкт-Петербургский институт ядерной физики, 188350 Гатчина, Россия

Поступила в редакцию 29 декабря 2000 г.

Изучено критическое состояние одномерного многоконтактного СКВИД со случайно расположенными контактами, помещенного в медленно меняющееся магнитное поле. Показано, что незначительного разброса межконтактных расстояний достаточно, чтобы критическое состояние системы стало самоорганизованным. Представлена также упрощенная модель рассматриваемой системы, которая является принципиально новой моделью для изучения самоорганизации, в которой явление возникает в полностью детерминированном случае.

PACS: 64.60.Lx, 74.50.+g

В последние годы значительно возрос интерес к изучению магнитных свойств гранулированных сверхпроводников. Как было показано в ряде теоретических работ [1–4], такие системы, благодаря дискретности их структуры, подобно жестким сверхпроводникам второго рода способны приходить в критическое состояние. При этом свойства возникающего критического состояния зависят от значения основного параметра системы  $V \sim j_c a^3 / \Phi_0$  ( $a$  – размер гранул,  $j_c$  – плотность критического тока межгранульных контактов,  $\Phi_0$  – квант потока магнитного поля).

В работах [5–9] теоретически и методом компьютерного моделирования было показано, что в случае, когда параметр  $V$  велик, в гранулированных сверхпроводниках возможна реализация активно изучаемого в последние годы явления самоорганизации критического состояния [10]. Оно заключается в том, что динамическая система, состоящая из набора взаимодействующих друг с другом элементов, в процессе своей эволюции приходит в критическое состояние, которое в дальнейшем является самоподдерживающимся, не требующим для своего существования точной подстройки внешних параметров. По структуре оно представляет собой набор метастабильных состояний, переходящих друг в друга посредством лавин, возникающих в результате малого внешнего возмущения системы. Лавины могут быть как малыми, так и гигантскими, охватывающими всю систему, но и те и другие вызываются малыми внешними воздействиями. Размеры возникающих в системе лавин распределены степенным образом. В случае гранулированных сверхпроводников внешнее воздей-

ствие на систему осуществляется при помощи инъекции в нее тока или изменения внешнего магнитного поля. Лавины, возникающие в системе, проявляются как импульсы напряжения, а интегральное напряжение за время лавины играет роль размера лавины. Кроме того, было показано, что упрощенные модели изученных многоконтактных СКВИД имеют аналоги среди моделей кучи песка, наиболее распространенных математических моделей для изучения самоорганизации [10–12].

Однако, как было подчеркнуто в работах [6–9], самоорганизация критического состояния в изучаемых многоконтактных СКВИД возможна лишь при определенных способах внешнего воздействия на систему, которые сложно реализовать на эксперименте, или при введении случайных начальных условий. При наиболее распространенном на практике способе внешнего воздействия, то есть при медленном изменении внешнего магнитного поля, самоорганизации в модели не возникало. В то же время в экспериментах, описанных в работе [13], именно при таком способе воздействия наблюдались случайные во времени скачки магнитного потока в решетке джозефсоновских контактов, величины которых были распределены степенным образом, что говорит о возможности существования в такой системе самоорганизованного критического состояния. Этот факт привел к необходимости корректировки модели многоконтактного СКВИД. Новая модель такой системы, представленная в данной работе, учитывает некоторый разброс межконтактных расстояний, который всегда имеет место в реальных системах.

В настоящей работе мы рассмотрим критическое состояние одномерного многоконтактного СКВИД со случайно расположенными контактами, помещенного в медленно меняющееся внешнее магнитное поле. Мы покажем, что незначительного разброса межконтактных расстояний достаточно, чтобы критическое состояние системы стало самоорганизованным даже в тех условиях, в которых ранее самоорганизации не наблюдалось.

Кроме того, мы представим упрощенную модель данной системы, являющуюся принципиально новой моделью для изучения самоорганизации, в которой явление возникает при детерминированном воздействии на систему.

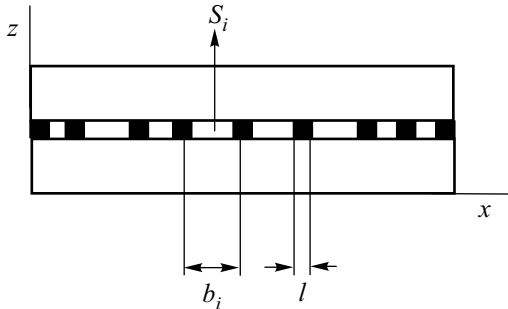


Рис.1. Сечение одномерного многоконтактного СКВИД плоскостью  $(x, z)$

Рассматриваемый нами одномерный многоконтактный СКВИД представляет собой две сверхпроводящие пластины, бесконечные по оси  $y$ , соединенные джозефсоновскими контактами (рис.1). Контакты расположены вдоль оси  $x$ , расстояние между  $i$ -м и  $i+1$ -м контактами является случайной величиной  $b_i$ . Система помещена в медленно меняющееся магнитное поле  $H_{ext}$ , направленное вдоль оси  $y$ . В рамках резистивной модели джозефсоновского перехода без учета тепловых флуктуаций плотность тока через  $i$ -й контакт  $j_i$  представляется в виде

$$j_i = j_c \sin \varphi_i + \frac{\Phi_0}{2\pi\rho} \frac{\partial \varphi_i}{\partial t}, \quad (1)$$

где  $j_c$  – плотность критического тока,  $\varphi_i$  – калибровочно-инвариантная разность фаз на  $i$ -м контакте,  $\rho$  – поверхностное сопротивление контакта,  $\Phi_0$  – квант потока магнитного поля. Плотность тока через контакт связана с потоком магнитного поля в соответствующих ячейках между контактами СКВИД следующим образом (нумерация ячеек производится по ближайшему левому контакту):

$$4\pi j_i = \left( \frac{\Phi_i}{S_i} - \frac{\Phi_{i-1}}{S_{i-1}} \right) \frac{1}{l}, \quad (2)$$

где  $\Phi_i$  – поток магнитного поля в  $i$ -й ячейке,  $S_i = 2\lambda_L b_i$  – площадь ячейки,  $\lambda_L$  – лондоновская глубина проникновения,  $l$  – размер контакта. Учитывая, что поток магнитного поля в  $i$ -й ячейке связан с калибровочно-инвариантной разностью фаз  $\varphi_i$  следующим образом:  $\Phi_i = \frac{\Phi_0}{2\pi}(\varphi_{i+1} - \varphi_i)$ , мы получим систему уравнений для калибровочно-инвариантной разности фаз:

$$\begin{aligned} V \sin \varphi_i + \tau \frac{\partial \varphi_i}{\partial t} &= [J_i \varphi_{i+1} - (J_i + J_{i-1}) \varphi_i + J_{i-1} \varphi_{i-1}]; \quad i \neq 1, N, \\ V \sin \varphi_1 + \tau \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} &= [J_1 \varphi_2 - J_1 \varphi_1] - h_{ext}, \\ V \sin \varphi_N + \tau \frac{\partial \varphi_N}{\partial t} &= [-J_{N-1} \varphi_N + J_{N-1} \varphi_{N-1}] + h_{ext}, \\ V &= \frac{16\pi^2 a l \lambda_L j_c}{\Phi_0}, \quad \tau = \frac{8\pi a l \lambda_L}{\rho}, \\ J_i &= \frac{a}{b_i}, \quad h_{ext} = \frac{4\pi \lambda_L a}{\Phi_0} H_{ext}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $a$  – среднее расстояние между контактами.

Как было показано в работах [5–9] в случае,  $V \gg \gg 1$  при описании динамики системы можно ввести дискретное время  $t_k = kT$ , где  $T$  – характерное время изменения фазы на контактах, и заменить систему уравнений для калибровочно-инвариантной разности фаз (3) системой связанных отображений для безразмерных токов через контакты  $z_i = z_c \sin \varphi_i + \tau/2\pi \frac{\partial \varphi_i}{\partial t}$ ,  $z_c = V/2\pi$ :

$$\begin{aligned} z_i(k+1) &= z_i(k) + J_i(\theta[z_{i+1} - z_c] - \theta[-z_{i+1} - z_c]) - \\ &\quad - (J_i + J_{i-1})(\theta[z_i - z_c] - \theta[-z_i - z_c]) + \\ &\quad + J_{i-1}(\theta[z_{i-1} - z_c] - \theta[-z_{i-1} - z_c]); \quad i \neq 1, N, \\ z_1(k+1) &= z_1(k) + J_1(\theta[z_2 - z_c] - \theta[-z_2 - z_c]) - \\ &\quad - J_1(\theta[z_1 - z_c] - \theta[-z_1 - z_c]) + \\ &\quad + (h_{ext}(k) - h_{ext}(k+1))/2\pi, \\ z_N(k+1) &= z_N(k) - J_{N-1}(\theta[z_N - z_c] - \\ &\quad - \theta[-z_N - z_c]) + J_{N-1}(\theta[z_{N-1} - z_c] - \\ &\quad - \theta[-z_{N-1} - z_c]) + (h_{ext}(k+1) - h_{ext}(k))/2\pi. \end{aligned} \quad (4)$$

В задачах о самоорганизации, в частности, в задачах о куче песка, динамика систем обычно описывается алгоритмами, задающими правила возмущения системы и правила осыпания кучи. Систему отображений (4) также можно переписать в виде алгоритма, в этом случае величина  $z_i$  будет играть роль наклона кучи на  $i$ -м узле. Алгоритм, отвечающий системе (4), подобен алгоритму одномерной кучи песка, предложенному в [10].

Однако поскольку наша модель учитывает особенности поведения реальной физической системы, то

она имеет и ряд существенных отличий от модели [10]. Во-первых, возмущение системы производится каждый раз не в случайно-выбранном узле, а на границах системы, то есть детерминированно. Во-вторых, в системе учитывается второй, отрицательный, порог, что подробно обсуждалось в [8]. Основное же отличие заключается в том, что коэффициенты  $J_i$  в нашем случае являются случайными величинами, в то время как в [10] все  $J_i$  были одинаковы и равнялись единице.

Введение в модель случайных коэффициентов  $J_i$  является принципиальным изменением и приводит к возникновению в системе самоорганизованного критического состояния в тех условиях, при которых в модели с одинаковыми  $J_i$  [10] самоорганизации, в системе не было. Модели со случайными коэффициентами ранее никогда не рассматривались.

Мы исследовали нашу систему методом компьютерного моделирования при  $V = 40$  в режиме, используемом обычно для изучения систем с самоорганизацией, на системе размером  $N = 2M + 1$ ,  $M = 64$ . При этом для расчетов использовались как дифференциальные уравнения (3), так и система отображений (4). Как было показано в [9], эти способы описания системы полностью эквивалентны.

Перед началом вычислений мы задавали набор случайных значений  $J_i$ , которые оставались неизменными в процессе моделирования. Далее, начиная с состояния, в котором  $\varphi_i = 0$  или, что эквивалентно,  $z_i = 0$ , мы возмущали систему, изменяя величину внешнего поля  $h_{ext}$  на единицу,  $h_{ext} \rightarrow h_{ext} + 1$ . Затем система релаксировала к следующему метастабильному состоянию, в процессе релаксации величины  $h_{ext}$  не изменялась. После прихода системы в очередное метастабильное состояние, мы вновь возмущали ее и т.д.

Через некоторое время система достигала критического состояния, которое представляло собой набор метастабильных состояний, в которых величина токов в правой части системы была положительна и близка к критическому значению, а в левой – отрицательна и близка к отрицательному критическому значению. После очередного возмущения в системе возникала лавина, которая переводила ее в следующее метастабильное состояние, при этом пространственная структура состояния оставалась прежней, а величина токов на каждом из контактов несколько изменялась.

Для каждой лавины в таком критическом состоянии мы вычисляли интегральное напряжение за время лавины по положительной части решетки:

$$u_n = \frac{\Phi_0}{2\pi M} \sum_{i=M+2}^N (\varphi_i(t_{en})) - \varphi_i(t_{bn}), \quad (5)$$

где  $t_{bn}, t_{en}$  – времена начала и конца  $n$ -й лавины, а суммирование ведется по положительной части решетки.

Для системы отображений аналогичная величина имеет вид

$$W_n = \frac{1}{M} \sum_{k=k_{bn}}^{k=k_{en}} \sum_{i=M+2}^N (\theta[z_i(k) - z_c(k)]). \quad (6)$$

Мы рассматривали нашу систему при различных наборах  $J_i$ . Для каждой из реализаций набора  $J_i$  мы вычисляли плотность вероятности  $\rho(u/\Phi_0)$  или  $\rho(W)$ , которые представлены на рис.2. На рис.2а представлена плотность вероятности при условии, что все  $J_i$  равны единице, то есть ситуация аналогична рассматриваемой в [10]. В этом случае самоорганизации не наблюдается, в системе существует лишь одно метастабильное состояние, в которое она и возвращается после очередного возмущения. При этом существуют лавины лишь одного размера  $u_0/\Phi_0 \approx 32.5$ , и плотность вероятности имеет вид дельта-функции. Далее на рис.2б представлен случай, когда значения  $J_i$  случайно выбраны в интервале от 1 до 1.01. Как видно из рисунка, в системе появляются лавины различных размеров, однако их значительно меньше, чем лавин размера  $u_0/\Phi_0$ . При увеличении разброса  $J_i$  плотность вероятности все больше отличается от случая одинаковых  $J_i$ , хотя в ней все еще сохраняется пик на величине  $u_0/\Phi_0$  (рис.2с). Этот пик исчезает при разбросе от 1 до 1.4, и плотность вероятности становится степенной функцией с показателем, близким к единице (рис.2д). Таким образом, в системе без разброса начальных условий и при полностью детерминированном возмущении возникает самоорганизация.

Основные результаты работы можно сформулировать следующим образом.

Показано, что незначительного разброса межконтактных расстояний достаточно, чтобы критическое состояние одномерного многоконтактного СКВИД стало самоорганизованным в условиях, которые соответствуют экспериментальным, но в которых ранее самоорганизации не наблюдалось, то есть при помещении системы в медленно меняющееся магнитное поле.

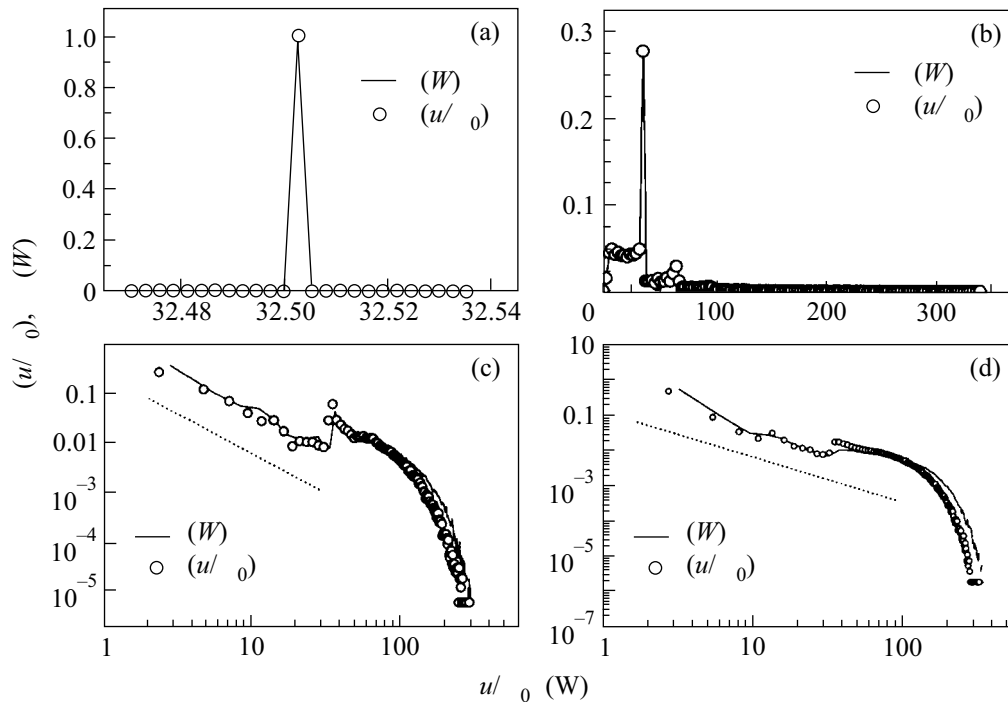


Рис.2. Плотности вероятности интегральных напряжений для одномерного многоконтактного СКВИД, рассчитанные для случая описания системы дифференциальными уравнениями  $\rho(u/\Phi_0)$  и для упрощенной модели  $\rho(W)$  для различных разбросов межконтактных расстояний: (а) все  $J_i$  одинаковы и равны 1, (б) разброс  $J_i$  от 1 до 1.01, (с) разброс  $J_i$  от 1 до 1.2, прямая имеет наклон  $\alpha = -1.62$ , (д) разброс  $J_i$  от 1 до 1.4, прямая имеет наклон  $\alpha = -1.2$

Так как подобный разброс всегда присутствует в реальных СКВИД, то можно сделать вывод, что в них критическое состояние практически всегда является самоорганизованным.

Помимо этого, построенная упрощенная модель системы представляет собой принципиально новую модель для изучения самоорганизации, в которой явление возникает в полностью детерминированном случае.

Авторы выражают благодарность Э.В. Матизену и С.М. Ишикаеву за заинтересованное обсуждение проблемы и ценные замечания.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 99-02-17545) и поддержана Научным советом направления "Сверхпроводимость" программы "Актуальные направления физики конденсированных сред" по проекту # 96021 "Профиль", а также подпрограммой "Статистическая физика" Государственной научно-технической программы "Физика квантовых и волновых процессов" по проекту VIII-3 и Государственной программой "Нейтронные исследования вещества". Работа выполнена также при частичной финансовой поддержке Российского

фонда фундаментальных исследований (грант # 96-15-96775).

1. T. Wolf and A. Manjhofer, Phys. Rev. **B47**, 5383(1993).
2. A. Manjhofer, T. Wolf, and W. Dieterich, Phys. Rev. **B44**, 9634 (1991).
3. D.-X. Chen, J. J. Moreno, and A. Hernando, Phys. Rev. **B53**, 6579 (1996).
4. D.-X. Chen, A. Sanchez, and A. Hernando, Phys. Rev. **B50**, 13735 (1994).
5. С. Л. Гинзбург, ЖЭТФ **106**, 607 (1994).
6. S. L. Ginzburg, M. A. Pustovoi, and N. E. Savitskaya, Phys. Rev. **E57**, 1319 (1998).
7. С. Л. Гинзбург, Н. Е. Савицкая, Письма в ЖЭТФ **69**, 119 (1999).
8. С. Л. Гинзбург, Н. Е. Савицкая, Письма в ЖЭТФ **68**, 688 (1998).
9. С. Л. Гинзбург, Н. Е. Савицкая, ЖЭТФ **117**, 227 (2000).
10. P. Bak, C. Tang, and K. Wiesenfeld, Phys. Rev. Lett. **59**, 381 (1987).
11. D. Dhar, Phys. Rev. Lett. **64**, 1613 (1990).
12. L. Kadanoff, S. R. Nagel, L. Wu, and S.-M. Zhou, Phys. Rev. **A39**, 6524 (1989).
13. С. М. Ишикаев, Э. В. Матизен, В. В. Рязанов и др., Письма в ЖЭТФ **72**, 39 (2000).