

Зависимость ядерного Z -фактора от химического потенциала

М. В. Зверев, Э. Е. Саперштейн¹⁾

Российский научный центр “Курчатовский Институт”, 123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 16 марта 2001 г.

На основе условия согласования теории многих тел и метода Бракнера получена простая микроскопическая формула для перенормировочного множителя функции Грина – Z -фактора. Эта формула содержит производную G -матрицы Бракнера по энергии. На основе выполненного ранее анализа свойств G -матрицы для плоского слоя ядерной материи G -матрица приближенно заменяется T -матрицей свободного NN -рассеяния вне массовой поверхности, взятой при отрицательной энергии E , равной удвоенному химическому потенциалу μ рассматриваемого ядра. Вычисленный таким образом Z -фактор сильно зависит от μ , уменьшаясь при уменьшении $|\mu|$. Этот эффект важен для анализа свойств атомных ядер вблизи границы нуклонной стабильности, на которой μ обращается в нуль.

PACS: 21.65.+j, 24.10.Cr

Перенормировочный множитель Z одночастичной функции Грина $\mathcal{G}(p, \varepsilon)$ ферми-жидкости (Z -фактор) является одной из фундаментальных характеристик ферми-системы. Однако в теории ферми-жидкости Ландау [1] он изгоняется из всех наблюдаемых величин посредством перенормировочной процедуры, аналогичной той, что применяется в квантовой электродинамике. Остается всего одна наблюдаемая величина, определяемая непосредственно Z -фактором, – это “скачок Мигдала” в распределении $n(p)$ частиц по импульсам [2]. Но в атомных ядрах этот скачок сильно размыт из-за эффектов конечности [3] и поэтому вряд ли может быть экспериментально определен. Зато в ядрах появляется новая важная наблюдаемая величина, которая определяется величиной Z . Это одночастичный спектроскопический фактор S_λ , где λ – набор квантовых чисел выбиваемого (или добавляемого) нуклона. Наиболее просто выглядит связь между S_λ и Z в магических ядрах, где S_λ совпадает с матричным элементом $(Z)_{\lambda\lambda}$.

Теория конечных ферми-систем (ТКФС) Мигдала [4] в общем построена в духе теории ферми-жидкости Ландау, и в ней зависящий от координат фактор $Z(\mathbf{r})$ также входит в основном неявно – через амплитуду эффективного взаимодействия квазичастиц \mathcal{F} . Однако существует версия самосогласованной ТКФС [5, 6], так называемый квазичастичный лагранжев метод, где Z -фактор вводится явно с помощью одного нового феноменологического параметра, определяющего зависимость эффективного взаимодействия от энергии. Невозможно обойти вопрос о вычислении Z -фактора при построении первопринципной теории ядра, исходящей из свободного NN -потенциала.

Так, в теории Бракнера [7, 8] эффективное взаимодействие нуклонов у поверхности Ферми (амплитуда Ландау–Мигдала) выражается через бракнеровскую G -матрицу – основной ингредиент этого подхода – формулой, содержащей Z -фактор явно:

$$\mathcal{F}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4) = \sqrt{Z(\mathbf{r}_1)Z(\mathbf{r}_2)Z(\mathbf{r}_3)Z(\mathbf{r}_4)}G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4; E = 2\mu). \quad (1)$$

Здесь E – полная энергия в канале двух частиц, а μ – химический потенциал системы.

Отметим, что в работах [9, 10] Z -фактор бесконечной ядерной материи был рассчитан, исходя из дисперсионного соотношения для массового оператора нуклона в ядерной среде. В довольно общих предположениях его удалось выразить через ядерную функцию отклика. При этом оказалось, что доминирующий вклад в отличие Z от единицы вносит спин-изоспиновая компонента функции отклика, которая определяется в основном константой Мигдала g' . К сожалению, такой метод вычисления Z не дает возможности делать экстраполяции в область слабосвязанных ядер вблизи границы нуклонной стабильности, которые в последние годы являются объектом интенсивных экспериментальных и теоретических исследований. Действительно, константа g' известна лишь для значения химического потенциала ядра $\mu \simeq -8$ МэВ, характерного для стабильных ядер, и *a priori* не ясно, как она себя ведет при уменьшении $|\mu|$.

В данной заметке мы используем другой способ вычисления Z -фактора, позволяющий обнаружить его зависимость от μ . Будем исходить из многотельного условия согласования [11, 5] между одночастич-

¹⁾e-mail: saper@mbslab.kiae.ru

ными и двухчастичными характеристиками системы. Это условие есть следствие спонтанного нарушения трансляционной инвариантности и справедливо для любой конечной ферми-системы, которая “сама себя держит”, то есть находится в связанном состоянии в отсутствие внешних полей. Оно связывает массовый оператор Σ , эффективное взаимодействие \mathcal{U} и одночастичную функцию Грина \mathcal{G} и имеет вид

$$\frac{\partial \Sigma(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon)}{\partial \mathbf{R}} = \int \frac{d\varepsilon'}{2\pi i} d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}'_1 \mathcal{U}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1; \varepsilon, \varepsilon') \frac{\partial \mathcal{G}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1; \varepsilon')}{\partial \mathbf{R}_1}, \quad (2)$$

где $\mathbf{R} = (\mathbf{r} + \mathbf{r}')/2$, $\mathbf{R}_1 = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}'_1)/2$, а \mathcal{U} – неприводимый в канале частица-дырка блок NN -взаимодействия, отвечающий нулевой передаче энергии в этом канале.

Мы интересуемся Z -фактором, то есть вычетом функции Грина \mathcal{G} в одночастичном полюсе. Точнее, в неоднородной системе он определен следующим образом:

$$\mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon) = \sqrt{Z(\mathbf{r})Z(\mathbf{r}')}\mathcal{G}^q(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon) + \mathcal{G}^R(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon), \quad (3)$$

где $\mathcal{G}^q(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon)$ – квазичастичная функция Грина с единичным вычетом, а $\mathcal{G}^R(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon)$ не имеет полюсов у поверхности Ферми. Будем, следуя ТКФС [4], разлагать массовый оператор вблизи поверхности Ферми по $\varepsilon - \mu$ и по разности квадрата импульса \mathbf{p}^2 и квадрата импульса Ферми, ограничиваясь линейными членами. В обозначениях [5] имеем

$$\Sigma(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon) = \left[\Sigma_0(\mathbf{r}) + \frac{1}{(k_F^0)^2} \mathbf{p} \Sigma_1(\mathbf{r}) \mathbf{p} + \Sigma_2(\mathbf{r}) \frac{\varepsilon}{\varepsilon_F^0} \right] \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (4)$$

Здесь нормировочные величины $\varepsilon_F^0 = (k_F^0)^2/2m$ и $k_F^0 = \pi^2/mC_0$ введены для того, чтобы компоненты массового оператора Σ_i имели одинаковую размерность. Они выражаются через стандартный нормировочный фактор C_0 ТКФС, равный обратной плотности состояний у ферми-поверхности $C_0 = (dn/d\varepsilon_F)^{-1}$. Тогда Z -фактор равен $Z(\mathbf{r}) = (1 - \Sigma_2(\mathbf{r})/\varepsilon_F^0)^{-1}$.

Дифференцируя (2) по энергии и используя локальное разложение (4), находим интегро-дифференциальное условие согласования для Z -фактора:

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} (Z^{-1}(\mathbf{r})) = - \int \frac{d\varepsilon'}{2\pi i} d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}'_1 \times \frac{\partial \mathcal{U}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1; \varepsilon, \varepsilon')}{\partial \varepsilon} \Big|_0 \frac{\partial \mathcal{G}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1; \varepsilon')}{\partial \mathbf{R}_1}, \quad (5)$$

где нижний индекс 0 означает $\varepsilon = \mu$. Уравнение (5) является формально точным. Далее мы будем его упрощать, используя различные приближения, в частности, полагая $\mathcal{U} = G$, где G – матрица Бракнера. Она подчиняется уравнению Бете – Голдстоуна [7, 8], которое учитывает двухчастичные корреляции.

В работе [12] уравнение Бете – Голдстоуна решалось для плоского слоя ядерной материи – простой системы, имитирующей тяжелые сферические ядра. При этом использовались сепарабельное представление [13, 14] парижского NN -потенциала [15] и техника смешанного координатно-импульсного представления, развитого [16] при микроскопическом рассмотрении проблемы сверхтекучести в полубесконечной ядерной материи. Перенос некоторых результатов [12] на конечные ядра произведен в [17] применительно к вычислению координатной зависимости скалярно-изоскалярной компоненты $f_0(r)$ амплитуды Ландау – Мигдала, исходя из соотношения (1) и среднего поля ядра на основе (2). Основной идеей расчета был тот факт, что для вычисления среднего поля, исходя из (2), основную роль играет поверхностная область ядра, где, во-первых, точность теории Бракнера достаточно высока, а во-вторых, можно использовать ряд дополнительных приближений. В частности, можно ограничиться только s -рассеянием, и G -матрицу в каждом из двух s -каналов аппроксимировать следующим выражением:

$$G^S(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1; \varepsilon, \varepsilon') = C_0 \gamma^S(\mathbf{r}; \varepsilon, \varepsilon') \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_1). \quad (6)$$

Здесь верхний индекс S означает полный спин в канале двух частиц: $S=0$ для синглетного канала и $S=1$ для триплетного. Процедура локализации G -матрицы к виду (6) основана на “локально-потенциальном приближении”, предложенном в [16]. Она включает задание среднего поля ядра $V(r)$, для которого мы, как и в [17], будем использовать саксонвудсовскую яму с реалистическими для стабильных атомных ядер параметрами. Детали могут быть найдены в [16, 12, 17].

Инвариантная амплитуда f_0 отвечает нулевым значениям спина и изоспина в канале частица – дырка и определяется следующей комбинацией G -матриц в двух каналах:

$$\gamma_f(r, E) = \frac{3}{16} (\gamma_0(r, E) + \gamma_1(r, E)). \quad (7)$$

Как следует отсюда, величина γ_f зависит только от суммарной энергии $E = \varepsilon + \varepsilon'$. В тех же приближениях $\Sigma(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon) = \Sigma(\mathbf{r}; \varepsilon) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$, а среднее поле есть

$$V(r) = Z(r) \Sigma(r; \varepsilon = \mu). \quad (8)$$

Приближенно (2) с учетом (8) может быть перенормировано следующим образом [5]:

$$\frac{d\Sigma(r; \varepsilon)}{dr} = Z(r) C_0 \gamma_f(r; \varepsilon, \mu) \frac{d\rho(r)}{dr}. \quad (9)$$

При известном перенормировочном множителе $Z(r)$ функции Грина из (8) и (9) находим в явном виде центральную часть потенциала ядра:

$$V(r) = -C_0 Z(r) \int_r^\infty ds Z(s) \gamma_f(s; \mu, \mu) \frac{d\rho(s)}{ds}. \quad (10)$$

Соотношение (10) было использовано в [17] с феноменологическим $Z(r)$ [17] для нахождения среднего поля. Убедимся, что условие согласования (9) позволяет найти и величину

$$Z(r) = \left(1 - \left(\frac{\partial \Sigma(r, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right)_0 \right)^{-1}. \quad (11)$$

Дифференцируя (9) по ε и используя определение (11), находим:

$$Z^{-1}(r) \frac{dZ^{-1}(r)}{dr} = -C_0 \left(\frac{\partial \gamma_f(r; \varepsilon, \mu)}{\partial \varepsilon} \right)_0 \frac{d\rho(r)}{dr}. \quad (12)$$

Это уравнение может быть проинтегрировано в явном виде:

$$Z(r) = \left[1 + 2C_0 \int_r^\infty ds \left(\frac{\partial \gamma_f(s; \varepsilon, \mu)}{\partial \varepsilon} \right)_0 \frac{d\rho(s)}{ds} \right]^{-1/2}. \quad (13)$$

В [17], на основе анализа результатов [12], была предложена простая модель скалярно-изоскалярной амплитуды Ландау–Мигдала $f(r)$. В этой модели G -матрица в (7) заменена на T -матрицу свободного NN -рассеяния вне массовой поверхности, взятую при отрицательной энергии $E = 2\mu$. Она подчиняется уравнению Липпмана–Швингера:

$$T(E) = \mathcal{V} + \mathcal{V} A(E) T(E), \quad (14)$$

где \mathcal{V} – свободный NN -потенциал, а $A(E)$ – пропагатор двух свободных нуклонов с суммарной энергией E . Эта величина гораздо проще для расчета, чем G -матрица. При этом она достаточно точно воспроизводит последнюю при вычислении амплитуды

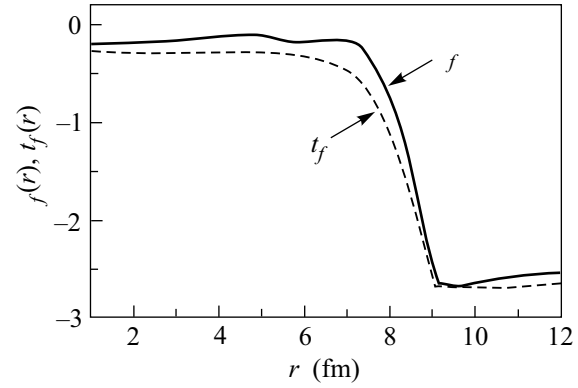


Рис.1. Скалярно-изоскалярные комбинации компонент G -матрицы $\gamma_f(r)$ (сплошная линия) и T -матрицы $t_f(r)$ (штриховая линия)

$f(r)$ (рис.1). Мы видим две причины, по которым для амплитуды $f(r)$ справедлива такая простая модель, по крайней мере, для использования в условии согласования (10). Во-первых, за краем ядра асимптотически справедливо $G \rightarrow T$. Во-вторых, как видно из рисунка, это асимптотическое значение очень велико по абсолютной величине, примерно на порядок превосходя внутренние значения каждой из рассматриваемых амплитуд. Поскольку в (10) основной вклад вносит поверхность ядра, где велика производная плотности, изменение внутреннего значения $f(r)$ даже вдвое при вычислении среднего поля мало влияет на результат. Отметим, что такая модель несправедлива для других инвариантных компонент амплитуды Ландау–Мигдала, в частности, для скалярно-изовекторной амплитуды f' .

В данной работе для приближенного вычисления Z -фактора на основе (13) мы используем ту же аппроксимацию и для производной от скалярно-изоскалярной амплитуды f по энергии. Косвенным аргументом в пользу такой замены служит то обстоятельство, что, как показано в [17], эта аппроксимация для самой f остается справедливой и при изменении химического потенциала ядра μ . Итак, мы заменим в (13) γ_f на t_f – аналогичную (7) комбинацию для свободной T -матрицы. По сравнению с теми величинами, которые рассчитывались в [12, 17], в соотношении (13) появляется новый ингредиент – производная от T -матрицы по энергии. Уравнение для нее легко находится из (14) и имеет вид

$$\frac{\partial T(E)}{\partial E} = \mathcal{V} \frac{\partial A(E)}{\partial E} T(E) + \mathcal{V} A(E) \frac{\partial T(E)}{\partial E}. \quad (15)$$

Метод его решения и способ локального представления типа (6) полностью аналогичны тем, которые использовались в [12, 17] для самой T -матрицы.

Аналогичная (7) безразмерная комбинация $\varepsilon_F^0 \partial t_f(r, E) / \partial E$ изображена на рис.2 для значения химического потенциала $\mu = -8$ МэВ, характерно-

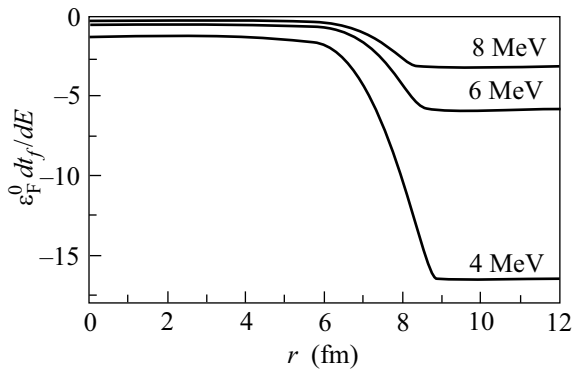


Рис.2. Безразмерная производная $\varepsilon_F^0 \partial t_f / \partial E$ скалярно-изоскалярной компоненты амплитуды Ландау–Мигдала, вычисленная для различных значений химического потенциала. Цифрой около кривой указана величина $|\mu|$ в МэВ

го для стабильных ядер, а также для нескольких меньших значений $|\mu|$, отвечающих приближению к границе нуклонной стабильности. В расчете использовались следующие параметры саксонвудсовского потенциала: глубина $V_0 = 50$ МэВ, радиус $R_p = r_0 A^{1/3}$, где $r_0 = 1.24$ фм, а A – число нуклонов в ядре, и параметр диффузности $b = 0.65$ фм. Расчет произведен для $A = 200$. Как видно, качественно эта производная ведет себя аналогично $t_f(r)$: наружное значение по абсолютной величине значительно больше внутреннего. По этой причине замена в (13) величины $\partial \gamma_f(r, E) / \partial E$ на $\partial t_f(r, E) / \partial E$ качественно оправдана.

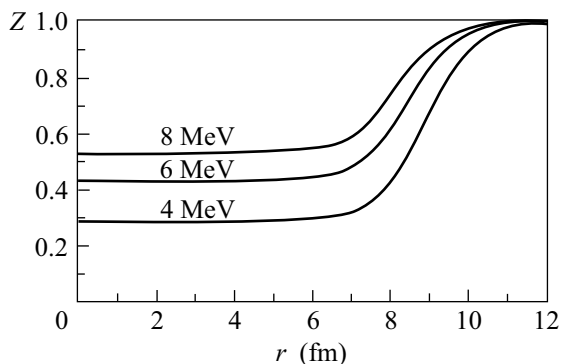


Рис.3. Z -фактор для различных значений $|\mu|$ (указаны в МэВ цифрами около кривых)

Для вычисления Z -фактора из (13) необходимо еще знать производную плотности $d\rho/dr$. Как и в

[17], плотность задавалась фермиевской функцией с радиусом $R_d = R_p - \delta R$, где $\delta R = 0.5$ фм, и тем же, что и у потенциала, параметром диффузности. Расчет по формуле (13) производился для тех же значений μ , что и выше. Величина Z внутри ядра при $\mu = -8$ МэВ (рис.3) заметно меньше известного экспериментально числа $Z_{\text{exp}} = 0.8 \pm 0.05$ [5], что не удивительно при тех грубых приближениях, которые были сделаны. Как видно, погрешность при замене G -матрицы T -матрицей при вычислении самой амплитуды f [17] меньше, чем при вычислении ее производной по энергии. Среди необходимых уточнений расчета первым шагом должно быть прямое вычисление и использование в (13) производной от G -матрицы по энергии, вместо замены ее производной от T -матрицы. Более сложным является учет поправок к теории Бракнера (см., например, [18, 19]), но можно рассчитывать, что он менее существен, так как эти поправки важнее во внутренней области ядра, которая вносит малый вклад в интеграл (13).

Как видно, при уменьшении $|\mu|$ Z -фактор заметно уменьшается. Причина этого очень проста: из-за приближения к полюсам, реальному в триплетном канале и виртуальному в синглетном, растет как сама амплитуда t_f , так и ее производная по энергии, входящая в (13). Ясно, что эта причина будет в какой-то мере работать и после необходимых усовершенствований расчета, перечисленных выше. Мы ограничились значениями $|\mu| \geq 4$ МэВ, поскольку при дальнейшем уменьшении $|\mu|$ проведение расчета Z -фактора по данной схеме становится сомнительным. Действительно, столь значительное уменьшение величины Z означает серьезную перестройку системы, так что необходимо учитывать изменение таких ингредиентов расчета, как среднее поле $V(r)$ и плотность $\rho(r)$, причем самосогласованным образом, учитывая и изменение Z -фактора. Такой расчет будет выполнен в отдельной работе.

Эта работа была выполнена при поддержке грантов Российского фонда фундаментальных исследований # 00-02-17319 и # 00-15-96590.

1. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ **35**, 97 (1958).
2. А. Б. Мигдал, ЖЭТФ **32**, 399 (1957).
3. М. В. Зверев, Э. Е. Саперштейн, ЯФ **43**, 195 (1986).
4. А. Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер*, М.: Наука, 1965. (*Theory of Finite Fermi Systems and Applications to Atomic Nuclei*, Interscience, New York, 1967).
5. V. A. Khodel and E. E. Saperstein, Phys. Rep. **92**, 183 (1982).

6. А. Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер*, М.: Наука, 1983 (2-е изд.).
7. Г. Бете, *Теория ядерной материи*, М.: Мир, 1974.
8. P. Ring and P. Schuck, *The nuclear many-body problem*, Springer, Berlin, 1980.
9. Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, Письма в ЖЭТФ **68**, 553 (1998).
10. Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, ЯФ **62**, 1383 (1999).
11. С. А. Фаянс, В. А. Ходель, Письма в ЖЭТФ, **17**, 633 (1973).
12. М. Балдо, У. Ломбардо, Э. Е. Саперштейн, М. В. Зверев, ЯФ **64**, 247 (2001).
13. J. Haidenbauer and W. Plessas, Phys. Rev. **C30**, 1822 (1984).
14. J. Haidenbauer and W. Plessas, Phys. Rev. **C32**, 1424 (1985).
15. M. Lacombe, B. Loiseaux, J. M. Richard et al., Phys. Rev. **C21**, 861 (1980).
16. M. Baldo, U. Lombardo, E. E. Saperstein, and M. V. Zverev, Nucl. Phys. **A628**, 503 (1998).
17. М. Балдо, У. Ломбардо, Э. Е. Саперштейн, М. В. Зверев, ЯФ **64**, 509 (2001).
18. J. Wambach, T. L. Ainsworth, and D. Pines, Nucl. Phys. **A555**, 128 (1993).
19. H.-J. Schulze, J. Cugnon, A. Lejeune et al., Phys. Lett. **B375**, 1 (1996).