Письма в ЖЭТФ, том 36, вып. 10, стр. 375 – 377 *20 ноября 1982 г.*

ДЛИНА РАССЕЯНИЯ В СИСТЕМЕ ТРЕХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

А.А.Квицинский

Описывается модифицированное определение и корректный метод расчета длины рассеяния в системах трех заряженных частиц. С помощью этого метода вычислены длины рассеяния протона на дейтоне.

1. Длина рассеяния – фундаментальная характеристика процессов ядерных столкновений. Результаты по определению длин рассеяния позволяют судить о различных параметрах межнуклонных взаимодействий, например, о справедливости гипотезы изотопической инвариантности ядерных сил [1].

Значительный интерес представляют расчеты длин рассеяния в малонуклонных системах на основе методов, позволяющих получать результаты с гарантированной точностью. Однако ранее такие расчеты проводились лишь для систем нейтральных частиц. В частности, определялись длины *n-d*-рассеяния для реалистических ядерных потенциалов (см., например, [2–4]).

Корректный расчет длин рассеяния в системе заряженных частиц ранее не проводился, что объяснялось отсутствием численного метода решения задачи рассеяния трех кулоновских частиц, основанного на исходной динамической формулировке задачи. Однако в последнее время в решении данной проблемы был достигнут существенный прогресс. В работе [5] был развит корректный метод расчета процессов рассеяния трех заряженных частиц, а в [6] дано определение длины рассеяния в таких системах. В результате стали возможными расчеты длин рассеяния для трехчастичных систем с кулоновским дальнодействием.

В настоящей работе описывается метод вычисления длин рассеяния в системах трех заряженных частиц, основанный на дифференциальной формулировке задачи рассеяния [7]. С помощью этого метода выполнен расчет длин *p-d*-рассеяния.

2. Рассматривается система трех заряженных частиц, взаимодействующих посредством потенциалов $V_a(x_a)$ $(a = 1, 2, 3)$, которые кроме чисто кулоновской части содержат короткодействующие ядерные добавки. Предполагается, что соответствующие двухчастичные парные гамильтонианы $h_a = -\Delta + V_a$ имеют связанные состояния $\psi_{a,i}(x_a)$ с энергиями $-\epsilon_{a,i} \times$ $\times (i = 1,\ 2,\ \ldots\ N_a;\ N_a \leqslant \infty)$.

Амплитуду упругого рассеяния $f_{a,i}(p'_a, p_a)$ в такой системе при энергии $E = p_a^2 - \epsilon_{a,i}$ можно представить в виде [6]

$$f_{a,\,i}\,(p'_a, p_a) = f_0(p'_a, p_a) + \chi_s(p_a^2) f_{a,i}(p'_a, p_a), \tag{1}$$

где функции f_0 и χ_s содержат все особенности амплитуды упругого рассеяния при пороговой энергии $E = -\epsilon_{a,i}$. Эти особенности порождены дальнодействующей частью парных потенциалов. Подчеркнем, что особенность функции f_0 не является чисто кулоновской, а содержит дополнительные сингулярности, отвечающие мультипольной части взаимодействия налетающей частицы с эффективным потенциалом мишени $V_{a,i}$. Этот потенциал асимптотически равен сумме кулоновской и мультипольной частей:

$$V_{a,i}(y_a) \sim \frac{n_a}{|y_a|} + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\mu_l(\hat{y}_a)}{|y_a|^{l+1}} \quad ,$$

где n_a – суммарный заряд мишени, а μ_l –усредненные по волновой функции $\psi_{a,i}$ мультипольные моменты пары a. Явные выражения для особенностей функции f_0 приведены в работе [6].

Второй член в (1) отвечает ядерной части взаимодействия. Его сингулярность при $p_a^2 = 0$ описывается множителем χ_s:

$$\chi_s(p_a^2) = |p_a|^{-1} \exp \{2i\eta_a(\ln|\eta_a| - 1) + 2\pi\eta_a \epsilon(n_a)\},$$

где $\eta_a = n_a/2|p_a|$, а ϵ – функция Хевисайда ($\epsilon(n) = 0$ при $n < 0$, $\epsilon(n) = 1$ при $n > 0$). Функция $f_{a,i}$ имеет конечный предел при пороговой энергии, который естественно назвать модифицированной длиной рассеяния $a_{a,i}$ в данной системе:

$$a_{a,i}(\hat{p}'_a, \hat{p}_a) = \lim_{p_a^2 \to 0} \tilde{f}_{a,i}(p'_a, p_a).$$

Отметим, что для сферически симметричных состояний мишени $\psi_{a,i}$ мультипольная часть потенциала $V_{a,i}$ исчезает, и особенность функции f_0 является чисто кулоновской. В результате описанное выше определение длины рассеяния совпадает в этом случае с ее обычным определением для заряженных частиц [8].

Таким образом, задача определения длины рассеяния фактически заключается в определении сингулярных членов трехчастичной амплитуды упругого рассеяния, после вычитания которых остаток имел бы факторизованный вид $\chi_s \tilde{f}$, где $\tilde{f}$ – гладкая ограниченная функция. Последняя отвечает ядерной части взаимодействия.

В качестве примера вычисления длины рассеяния на основе описанного выше подхода рассмотрим рассеяние протона на дейтоне. Ядерное взаимодействие зададим с помощью потенциалов типа MT I – III, предложенных в работе [9].

Для решения задачи p-d-рассеяния мы используем простейший вариант модифицированных дифференциальных уравнений Фаддеева, в которых все кулоновское взаимодействие включено в невозмущенный гамильтониан. После разложения компонент волновой функции в ряд по сферическим гармоникам [10] для парциальных компонент получается система интегродифференциальных уравнений [5]. Численный метод решения этих уравнений [5] основан на их конечноразностной аппроксимации и является обобщением метода, развитого в работе [10].

С помощью данного метода можно вычислить амплитуду упругого рассеяния при нескольких значениях энергии, близких к пороговому. Вычитая затем из амплитуды упругого рассеяния функцию f_0 и умножая остаток на функцию χ_s^{-1}, получим зависимость функции $f_{a,i}$ от энергии в окрестности порога. Значение длины рассеяния получается путем экстраполяции этой зависимости в точку $E = -\epsilon_{a,i}$.

В результате дублетная (полный спин $S = 1/2$) и квадруплетная ($S = 3/2$) длины p-d-рассеяния ${}^{2S+1}a$ представляются в виде парциального ряда

$$ {}^{2S+1}a(\hat{p}', \hat{p}) = \frac{1}{a_c} \sum_{L=0}^{\infty} a_L^S P_L(t), \tag{2}$$

где $t = (\hat{p}', \hat{p})$, а нормировочный множитель a_c – кулоновский радиус системы $p-d$. Суммирование в (2) ведется по всем значениям полного орбитального момента. Коэффициенты a_L^S являются длинами рассеяния с фиксированным полным орбитальным моментом. Результаты расчетов показывают, что ряд (2) сходится весьма быстро, и при вычислении длины рассеяния можно пренебречь всеми членами с $L \geqslant 1$. Тем самым ${}^{2S+1}a$ с высокой точностью совпадает с длиной рассеяния в S-волне.

Для длин рассеяния получены следующие результаты:

$${}^2a = 1{,}03 fm, \qquad {}^4a = 11{,}96 fm$$

Для сравнения укажем экспериментальные значения этих длин, полученные в работах [11] и [12]:

$$^{11}: \ {}^2a = 1{,}3 \div 0{,}2 fm, \qquad {}^4a = 11{,}4^{+1,8}_{-1,2} fm$$

$$^{12}: \; {}^2a = 2{,}73 \div 0{,}1 \, fm, \qquad {}^4a = 11{,}88^{+0{,}4}_{-0{,}1} \, fm.$$

Автор глубоко благодарен С.П.Меркурьеву за помощь и поддержку в работе и Л.Д.Фаддееву за обсуждение ее результатов.

Литература

1. *Bethe H.A.* Phys. Rev., 1949, **76**, 38.
2. *Malfliet R.A., Tjon J.A.* Ann. Phys., 1970, **61**, 425.
3. *Kharchenko V.F., Petrov N.M., Storozhenko S.A.* Nucl. Phys., 1968, **A106**, 464.
4. *Benayoun J.J., Gignoux C., Chaavin J.* Phys. Rev., 1981, **C23**, 1854.
5. *Куперин Ю.А., Меркурьев С.П., Квицинский А.А.* Вестник ЛГУ, 1981, **22**, 66.
6. *KvitsinskyA.A., Komarov I.V., Merkuriev S.P.* Preprint ITP-82-18E, 1982, Kiev.
7. *Меркурьев С.П.* ЯФ, 1976, **2**, 289.
8. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. М., 1974.
9. *Malfliet R.A., Tjon J.A.* Nucl. Phys., 1973, **A210**, 380.
10. *Merkuriev S.P., Gignoux C., Laverne A.* Ann. Phys., 1976, **99**, 30.
11. *Brokmann K.W. van Oers W.T.H.* Nucl. Phys., 1967, **A92**, 561.
12. *Arvieux J.* Nucl. Phys., 1974, **A221**, 253.

Ленинградский
государственный университет
им. А.А.Жданова

Поступила в редакцию
13 сентября 1982 г.