Письма в ЖЭТФ, том 10, стр. 453–457 *5 ноября 1969 г.*

ВТОРОЙ КРИТИЧЕСКИЙ ТОК МАССИВНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ

А.Ф.Андреев

Возникновение электрического сопротивления в массивных сверхпроводниках первого рода происходит в точке Силсби, т.е. при значении тока J_{c1}, магнитное поле которого где-либо в образце достигает критического значения H_c. Для цилиндрической проволоки $J_{c1} = cH_cR/2$, где R радиус проволоки. При $J > J_{c1}$ образец, однако, не становится полностью нормальным. В его внутренней части имеется область слоистого промежуточного состояния (см. [1,2]), причем при увеличении тока размер этой области уменьшается.

Ясно, что должен существовать второй критический ток J_{c2}, характеризующийся тем, что при $J > J_{c2}$ образец становится полностью нормальным. Другими словами, при уменьшении тока в точке $J = J_{c2}$ в образце впервые возникает сверхпроводящий параметр порядка. Для того, чтобы при увеличении тока имела место обычная картина перехода из сверхпроводящего состояния в нормальное через область промежуточного состояния, должно быть выполнено неравенство $J_{c2} > J_{c1}$.

В настоящей работе мы вычислим величину второго критического тока J_{c2} при температурах, близких к критической температуре сверхпроводящего перехода, для массивных чистых сверхпроводников первого рода. При этом оказывается, что если температура достаточно близка к критической, отношение J_{c2}/J_{c1} в массивных образцах становится меньше единицы. Характер процесса разрушения сверхпроводимости током в этом случае изменяется.

1. Для определения величины J_{c2} мы вычислим вклад в проводимость нормального металла за счет флуктуаций сверхпроводящего параметра порядка ψ с учетом магнитного поля тока. Значение тока через образец, при котором происходит резкое увеличение флуктуационной проводимости, и будет вторым критическим током J_{c2}.

Расчет флуктуационной проводимости аналогичен соответствующим расчетам [3,4] без учета магнитного поля тока. Мы будем следовать методу, предложенному в работе [4].

Флуктуационный ток через образец равен $J' = QE$,
где

$$Q = -\frac{1}{LT}\lim_{\omega\to 0}\frac{1}{\omega}\operatorname{Im}\int_0^\infty dt e^{i\omega t}\langle \dot{\bar{j}}_z(0)\,\bar{j}_z(t)\rangle , \qquad (1)$$

$$\bar{j} = \int dV j'(r), \quad j' = -\frac{ie}{m}(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) - \frac{4e^2}{mc}\mathrm{A}|\psi|^2 ,$$

А – векторный потенциал магнитного поля тока, L – нормировочная длина образца. Мы рассматриваем цилиндрический образец с осью z вдоль оси образца. В этом случае можно считать, что единственной отличной от нуля компонентой А является $A_z = -\pi j r^2/c$, где j – полная плотность тока, r – расстояние от оси. Отметим, что магнитное поле тока учитывается точно, в то время как электрическое поле E считается слабым. Последнее оправдано, поскольку проводимость достаточно чистого нормального металла велика.

Разложим параметр ψ по собственным функциям оператора

$$\hat{L} = -[\nabla - (2ie\mathrm{A}/c)]^2 .$$

Существенными в этом разложении будут лишь функции, чьи собственные значения λ близки к минимальному собственному значению. Такие собственные функции имеют вид $e^{ikz} f_k(r)$, где $f_k(r)$ могут быть выбраны вещественными и нормированными условием

$$\int_0^\infty 2\pi r\,dr\,f_k^2 = 1.$$

Верхний предел в нормировочном интеграле равен бесконечности, поскольку, как мы увидим, f_k отлично от нуля лишь при $r \lesssim \xi$, а радиус образца $R >> \xi$ (ξ – длина когерентности).

Параметр порядка удовлетворяет временному уравнению [5]

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = \nu(1 - \xi^2\hat{L})\psi, \qquad \nu = 8(T_c - T)/\pi,$$

откуда $\dot{a}_k = -\nu\sigma(k)a_k$, где $\sigma(k) = \xi^2\lambda(k) - 1$, a_k – коэффициенты разложения по собственным функциям

$$\psi = \Sigma e^{ikz} f_k(r) a_k.$$

Фигурирующая в (1) величина $\bar{j}_z$ выражается через a_k следующим образом

$$\bar{j}_z = \frac{2e}{m} L \sum_k \Lambda(k)\,|a_k|^2, \tag{2}$$

где

$$\Lambda(k) = k - (2e/c)\int_0^\infty 2\pi r\,dr\,A_z f_k^2$$

– есть умноженное на 1/2 среднее значение оператора $\partial\hat{L}/\partial k$. Так как указанное среднее значение равно, как известно, производной от соответствующего собственного значения $d\lambda/dk$, то имеем $\Lambda = (1/2)\,d\lambda/dk = (1/2\xi^2)\,d\sigma/dk$. Используя написанное выше временное уравнение для a_k и формулу (2), легко вычислить интеграл

$$\int_0^\infty dt\,e^{i\omega t}\langle \bar{j}_z(0)\,\bar{j}_z(t)\rangle = -\frac{8e^2}{m^2}L^2\sum_{kk'}\frac{\nu\sigma(k')\Lambda(k)\Lambda(k')}{i\omega - 2\nu\sigma(k)}\times$$

$$\times \langle |a_k|^2\,|a_{k'}|^2\rangle.$$

Усреднение по флуктуациям производится с помощью известного выражения для свободной энергии

$$F = (2m\xi^2)^{-1}\int dV\,\psi^*(\xi^2\hat{L} - 1)\psi = \frac{L}{2m\xi^2}\sum_k \sigma(k)\,|a_k|^2.$$

Имеем

$$<|a_k|^2 \, |a_{k'}|^2> = <|a_k|^2><|a_{k'}|^2> + \left(\frac{2mT\xi^2}{L}\right)^2 \frac{\delta_{kk'}}{\sigma^2(k)}. \quad (4)$$

Если подставить в (3) первый член в правой части последнего равенства, то получится нуль, так как среднее значение от произведения двух токов распадается при этом на произведение двух средних значений. Неисчезающий вклад дает лишь второй член в (4). После простых преобразований получаем из (1)

$$Q = \frac{2e^2 T}{L\nu} \sum_k \sigma^{-3}(k) \left(\frac{d\sigma}{dk}\right)^2. \quad (5)$$

Так как точное вычисление функции $\sigma(k)$ затруднительно, мы воспользуемся вариационным принципом, взяв в качестве пробной функции выражение вида $f = (2a/\pi)^{1/2} e^{-ar^2}$. Собственное значение $\lambda(k)$ минимально при $k = k_0 = -(\pi e j/c^2)^{1/3}$, $a = (\pi e j/c^2)^{2/3}$. Для $\sigma(k)$ получаем разложение

$$\sigma(k) = 2(j - j_c)/3j_c + (3\xi^2/4)(k-k_0)^2,$$

где $j_c = (c^2/\pi e)(3\xi^2)^{-3/2}$ и предполагается $j - j_c << j_c$. Подставляя это в (5), получим для флуктуационной поправки к эффективной проводимости.

$$\sigma'_{эфф} = \frac{Q}{\pi R^2} = 0{,}1 \frac{e^2\xi}{R^2} \frac{T_c}{T_c - T} \left(\frac{J_{c2}}{J - J_{c2}}\right)^{3/2}, \quad (6)$$

где $J_{c2} = \pi R^2 j_c = 0{,}19\,(c^2R^2/e\,\xi^3)$ – искомый второй критический ток.

С точки зрения величины флуктуационной проводимости более выгодным является случай полого цилиндрического образца. В случае сплошного цилиндра вклад в флуктуационную проводимость дает лишь область вблизи оси цилиндра с площадью поперечного сечения порядка ξ^2. В случае же полого цилиндра соответствующая область расположена вдоль всей внутренней поверхности и ее площадь порядка $R_1\xi >> \xi^2$ (R_1 – внутренний радиус цилиндра). Вычисления, аналогичные произведенным выше, приводят к следующему выражению для флуктуационной проводимости полого цилиндра (R_2 — внешний радиус)

$$\sigma'_{эфф} = 0{,}17\,\frac{e^2 R_1}{R_2^2 - R_1^2}\;\frac{J_{c2}}{J - J_{c2}}\;\frac{T_c}{T_c - T}, \qquad (7)$$

где $J_{c2} \approx 0{,}27\,[c^2(R_2^2 - R_1^2)/e\xi^3]$ — второй критический ток для полого цилиндра.

2. Отношение второго критического тока J_{c2} к току Силсби (J_{c1}) для сплошного цилиндра можно записать в виде

$$J_{c2}/J_{c1} = 1{,}1\,\kappa\,\frac{R}{\xi}, \qquad (8)$$

где κ — параметр теории Гинзбурга – Ландау. Для полого цилиндра формула (8) также имеет место, если подставить $R = 1{,}4(R_2^2 - R_1^2)/R_2$

Если температура приближается к T_c, то длина ξ растет. Из (8) видно, что при температурах T, таких, что $R/\xi(T) < 0{,}9\,\kappa$, отношение J_{c2}/J_{c1} становится меньше единицы. Так как в чистых сверхпроводниках $\kappa << 1$ образец является при этом массивным ($R >> \xi(T)$).

Для того, чтобы понять как будет выглядеть процесс разрушения сверхпроводимости при увеличении тока в условиях $J_{c2}/J_{c1} < 1$, достаточно заметить, что при $J < J_{c1}$ магнитное поле всюду внутри образца меньше H_c и потому чисто сверхпроводящее состояние устойчиво. Таким образом, если $J_{c2} < J_{c1}$, то разрушение сверхпроводимости происходит по-прежнему в точке Силсби, однако при этом образец сразу переходит в чисто нормальное состояние. Область промежуточного состояния отсутствует.

Институт физических проблем
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
1 октября 1969 г.

Литература

[1] F. London. Superfluids, 1, New-York, London, 1950.
[2] А.Ф. Андреев, ЖЭТФ, 54, 1510, 1968.
[3] L. Aslamasov, A. Larkin. Phys. Lett., 26A, 238, 1968.
[4] H. Schmidt. Proceedings of the LT XI, 2, 798, 1968.
[5] E. Abragams, T. Tsuneto. Phys. Rev., 152, 416, 1966.