Письма в ЖЭТФ, том 10, стр 270 – 273   20 сентября 1969 г.

О КВАРКАХ С КОМПЛЕКСНЫМ СПИНОМ

В.И.Рогинский, И.С.Шапиро

Ранее [1] было показано, что можно построить формализм для квантового описания "частиц" с комплексным спином, в котором отдельная такая "частица" не обладает своей волновой функцией и потому ненаблюдаема, в то время как система из двух "частиц" с комплексными спинами s_1 и s_2 может быть описана волновой функцией, если разность $2s_1 - 2s_2$ есть целое число. При этом полный спин системы принимает целые или полуцелые значения, поэтому состояния с определенным полным моментом могут интерпретироваться как реальные частицы. Это позволяет рассмотреть составную модель, в которой элементарные частицы считаются "дикварками", причем кваркам приписывается комплексный спин[1].

В [1] были сформулированы основы кинематики "частиц" с комплексным спином; здесь мы займемся их динамикой (нерелятивистской). Мы рассмотрим случай, когда спины обоих кварков равны $-1/2$ (этот случай выделен групповыми соображениями; дикварки в этом случае обладают целым спином). Волновая функция системы из двух "частиц" со спином $-1/2$ в с.ц.и. может быть реализована как функция $\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{a})$, где $\mathbf{r}$ – относительный радиус-вектор, $\mathbf{a}$ – общая для обоих кварков спиновая переменная (единичный вектор). При вращениях волновая функция преобразуется по закону

$$T_R \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{a}) = \Psi(R^{-1}\mathbf{r}, R^{-1}\mathbf{a}). \qquad (1)$$

Скалярное произведение в пространстве состояний имеет вид

$$(\Psi_1, \Psi_2) = \int d\mathbf{a}\, d\mathbf{r}\, \overline{\Psi_1(\mathbf{r}, \mathbf{a})}\, \Psi_2(\mathbf{r}, \mathbf{a}), \qquad (2)$$

а операторы спина действуют по формулам:

$$\mathbf{s}_1 = 1/2\left[-i\mathbf{a}\times\frac{\partial}{\partial\mathbf{a}} + i\mathbf{a}\times\left(\mathbf{a}\times\frac{\partial}{\partial\mathbf{a}}\right) + \mathbf{a}\right], \qquad (3a)$$

$$\mathbf{s}_2 = 1/2\left[-i\mathbf{a}\times\frac{\partial}{\partial\mathbf{a}} - i\mathbf{a}\times\left(\mathbf{a}\times\frac{\partial}{\partial\mathbf{a}}\right) - \mathbf{a}\right]. \qquad (3б)$$

Оператор перестановки кварков есть

$$P_{12}\, \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{a}) = \Psi(-\mathbf{r}, -\mathbf{a}). \qquad (4)$$

Наиболее общий вид гамильтониана двухкварковой системы в с.ц.и. есть

$$H = \mathbf{p}^2/2m + U, \qquad (5)$$

---

[1] Словом "кварки" мы обозначаем здесь фундаментальные частицы, не отождествляя их с триплетом частиц, введенным Гелл-Манном и Нееманом.

где U – скалярная функция от имеющихся в нашем распоряжении векторов $\mathbf{r}$, $\mathbf{s}_1$, $\mathbf{s}_2$. Вместо $\mathbf{s}_1$ и $\mathbf{s}_2$ удобно взять в качестве аргументов U эрмитовы операторы $\mathbf{a}$ и $\mathbf{S} = -i\mathbf{a}\times\partial/\partial\mathbf{a}$ ($\mathbf{s}_1$ и $\mathbf{s}_2$ эрмитово сопряжены):

$$\mathbf{S} = \mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2, \tag{6а}$$

$$\mathbf{a} = (\mathbf{S}^2)^{-1}(\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_1 + 2\mathbf{s}_1 \times \mathbf{s}_2). \tag{6б}$$

Существование вектора $\mathbf{a}$ является специфическим свойством комплексного спина (в случае целого или полуцелого спина не существует эрмитова векторного оператора с коммутирующими компонентами).

Таким образом, $U = U(\mathbf{r}, \mathbf{a}, \mathbf{S})$. Если представить U в виде $U = \mathbf{S}^2/2I + V(\mathbf{r}, \mathbf{a}, \mathbf{S})$, где I – константа размерности момента инерции, то гамильтониан (5) становится тождественным с гамильтонианом жесткого ротатора с моментом инерции I, находящегося в сферически симметричном (но зависящем от угловой скорости $\vec{\omega} = \mathbf{S}/I$) внешнем поле V. Заметим, что аналогия с ротатором формальна из-за совершенно иного смысла переменных $\mathbf{r}$ и $\mathbf{a}$.

В зависимости от выбора потенциала U гамильтониан (5) может привести к самым различным энергетическим спектрам. Так, спектр может оказаться ротационным (без искусственного введения степеней свободы, отвечающих твердому телу). Несмотря на существование центробежного барьера, энергия может оказаться независящей от полного момента J (спина составной частицы). Такой характер спектра возникнет, если взаимодействие не зависит от спинов ($U = U(r)$). В этом случае основное состояние при любом J имеет нулевой орбитальный момент и полный спин $S = J$; энергия этого состояния не зависит от S, а, значит, и от J. При других выборах энергия может падать или колебаться с ростом J.

Специфика модели проявляется и в свойствах составных частиц. Так, например, в случае $U = U(r)$ все мультипольные моменты оказываются равными нулю при любом J для состояний с наинизшей энергией при данном J. В случае кварков со спином 1/2 такая ситуация невозможна. Магнитный момент μ составной частицы может оказаться сколь угодно высоким из-за того, что полный спин двухкварковой системы принимает сколь угодно большие значения при любом фиксированном полном моменте J. В случае кварков спина 1/2 диапазон возможных значений μ при данном J существенно ограничен.

Таким образом, несмотря на ненаблюдаемость отдельных кварков с комплексным спином, можно построить квантовую динамику системы из двух таких кварков: ввести гильбертово пространство состояний и гамильтониан, учесть тождественность кварков. В основанной на этой динамике составной модели спектр масс и свойства частиц могут оказаться существенно иными, чем в обычной составной модели, из-за наличия непрерывной спиновой переменной. Составная модель, в которой кваркам приписывается комплексный спин, эквивалентна некоторой, имеющей определенный физико-групповой смысл, параметризации внутреннего состояния частиц. По-видимому модель имеет, в основном, эвристическое значение, аналогичное в некоторой степени значению оболочечной модели в теории ядра или понятия квазичастиц в теории ферми-жидкости.

Поступила в редакцию
7 августа 1969 г.

Литература

[1] В.Н.Рогинский. Письма в ЖЭТФ, 8, 437, 1968; Препринт ИТЭФ № 647, 1968.