Письма в ЖЭТФ, том 11, стр. 181 – 185 *5 февраля 1970 г.*

ВОСПРИИМЧИВОСТЬ И ТЕПЛОЕМКОСТЬ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНЫ

Л.А.Фальковский

В настоящее время хорошо известно, что в магнитном поле H, параллельном поверхности металла, помимо объемных уровней Ландау, существуют поверхностные магнитные уровни (ПМУ). Впервые их обнаружил Хайкин [1], изучая осцилляции поверхностного импеданса. Природа этих осцилляций оставалась непонятной вплоть до работы Ни и Пранге [2], несмотря на то что И.Лифшиц и Косевич [3], еще раньше в связи с эффектом де Гааза – ван Альфена изучали квантование, обусловленное наличием границы металла.

Данная работа посвящена к вкладу ПМУ в термодинамические свойства. Для простоты рассмотрим металл, занимающий полупространство $x > 0$, ось z выберем по магнитному полю и будем считать спектр электронов квадратичным и изотропным. ПМУ характеризуются следующими квантовыми числами: номером $n = 1,2 \ldots$, тангенциальной проекцией импульса электрона $\{p_y, p_z\}$ и спиновым квантовым числом $\sigma = \pm 1/2$. Зависимость $\epsilon_{n\sigma}(p_y p_z)$ от p_y изображена на рисунке. При $p_y < -(2m\epsilon^{(s)} - p_z^2)^{1/2}$ расстояние от поверхности до центра классической орбиты превышает ларморовский радиус R, электрон не сталкивается с поверхностью и ПМУ экспоненциально мало по p_y отличаются от уровней Ландау. Область $|p_y| < (2m\epsilon^{(s)} - p_z^2)^{1/2}$ отвечает орбитам, пересекаемым поверхностью, а при $p_y > (2m\epsilon^{(s)} - p_z^2)^{1/2}$ вся орбита находится вне металла и ПМУ отсутствуют. Особенностью спектра является то, что все уровни с номерами $n < \epsilon_F / \hbar\Omega$, $\Omega = eH/mc$ (заряд электрона обозначен $-e$), пересекают уровень Ферми ϵ_F. Благодаря этому ПМУ вносят в магнитный момент вклад $M^{(s)}$

превышающий при определенных условиях обычный магнетизм электронов проводимости $M^{(v)}$.

Начнем вычисление с плотности состояний $dz/d\epsilon$. В работе [4] показано, что плотность состояний можно разбить на две части: первая, пропорциональная объему, связана с уровнями Ландау, вторая, пропорциональная площади поверхности S, есть плотность ПМУ:

$$dz/d\epsilon = \frac{S}{(2\pi\hbar)^2}\left\{\sum_{n\sigma}\int dp_y dp_z[\delta(\epsilon-\epsilon^{(s)}) - \frac{1}{2}\delta(\epsilon-\epsilon^{(v)})] - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{\pi}\mathrm{Im}\sum_{\sigma}\int dp_y dp_z \frac{\partial}{\partial\epsilon}\ln D_{\ell-\frac{1}{2}+\sigma}(\zeta)\right\}, \qquad (1)$$

где $\zeta = 2p_y(2m\hbar\Omega)^{-1/2}$, $\ell = (\epsilon - \frac{p_z^2}{2m})/\hbar\Omega$, $\epsilon^{(v)} = \frac{p_z^2}{2m} + \hbar\Omega(n - \frac{1}{2} + \sigma)$

ПМУ определяются решением уравнений

$$D_{\ell-\frac{1}{2}+\sigma}(\zeta) = 0 \qquad (2)$$

D – функция параболического цилиндра. Обозначим эти решения $\ln\sigma(\zeta)$, перейдем в (1) к переменным ℓ, ζ, проинтегрируем по ℓ с помощью δ-функций, а по ζ по частям. Получим следующий результат для числа состояний с энергией, меньшей ϵ:

$$Z(\epsilon) = \frac{Sm\Omega}{2\pi^2\hbar}\left\{\sum_{n\sigma}\int_{n-\frac{1}{2}+\sigma}^{\epsilon} t_{n\sigma}(\ell)\left(\frac{\ell}{\epsilon-\ell}\right)^{1/2}d\ell - \frac{1}{\pi}\mathrm{Im}\sum_{\sigma}\int d\ell d\zeta\sqrt{\epsilon-\ell}\frac{\partial}{\partial\ell}\ln D\right\}, \qquad (3)$$

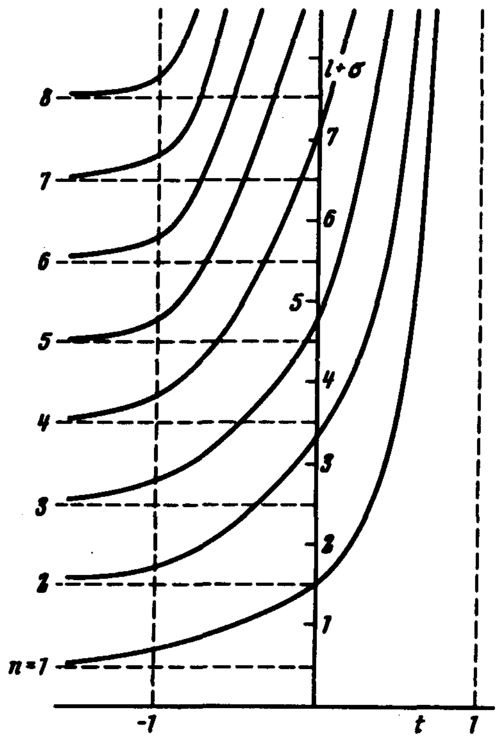
где $\epsilon = \epsilon/\hbar\Omega$, $t_{n\sigma}(\ell)$ – решение уравнения (2), в котором $\zeta = 2t\ell^{1/2}$ суммирование ведется по тем n, для которых нижний предел в интеграле меньше верхнего. Если ϵ $\epsilon_F >> \hbar\Omega$, то главным в (3) является первое выражение, причем в сумме по n нужно учитывать много членов и следовательно можно воспользоваться квазиклассическим представлением спектра ПМУ. Приведем выражение для зависящей от магнитного поля добавки к числу состояний

$$Z(\epsilon) = \frac{Sm\Omega}{2\pi^3\hbar}\sum_{\nu=-\infty}^{\infty}{}'(i\nu)^{-1}\int_0^{\epsilon}\left(\frac{\ell}{\epsilon-\ell}\right)^{1/2}d\ell\int_{-1}^{1}dt\,\exp\{2\pi i\nu[\ell\mu(t) + \frac{1}{4}]\}, \qquad (4)$$

где

$$\mu(t) = \frac{2}{\pi}\int_t^1 dt_1 (1 - t_1^2)^{1/2}$$

слагаемое с $\nu = 0$ отсутствует, что показано штрихом у знака суммы. При $\epsilon >> 1$ в интеграле существенны окрестность $1 - t << 1$ и значения $\ell \sim \epsilon$.



Спектр поверхностных магнитных уровней $\epsilon^{(s)}(p_y, p_z)$. $l = (\epsilon^{(s)} - p_z^2/2m)/\hbar\Omega$, $t = p_y(2m\epsilon^{(s)} - p_z^2)^{1/2}$; $\sigma = \pm 1/2$

Опуская осциллирующее слагаемое (оно не представляет интереса, поскольку имеет тот же период изменения по H^{-1}, что и де гааз – ван альфеновское слагаемое в плотности объемных состояний), находим

$$Z(\epsilon) = \frac{Sm\Omega}{\hbar}\left(\frac{\epsilon}{\hbar\Omega}\right)^{1/3} A;$$

$$A = \frac{3^{1/6}\,\Gamma(5/6)}{2^{1/3}\pi^{3/2}\Gamma^2(1/3)} \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu^{-5/3} \sin\pi\left(\frac{\nu}{2} + \frac{1}{3}\right) = 0{,}03 \cdot 10^{-2}. \quad (5)$$

С помощью (5) получаем вклад ПМУ в магнитный момент

$$M^{(s)} = -\frac{e\hbar}{2mc}\,\frac{Sm}{\hbar^2}\,\frac{\epsilon_F^{4/3}}{(\hbar\Omega)^{1/3}}\,A \qquad (6)$$

и зависяшую от поля теплоемкость

$$C_H^{(s)} = T\frac{Sm}{\hbar^2}\left(\frac{\hbar\Omega}{\epsilon_F}\right)^{1/3}\frac{\pi^2}{9}A\,. \qquad (7)$$

Формула (6) с точностью до коэффициента и знака (был парамагнетизм) совпадает с результатами Стила [5] и Дингла [6], полученными в квазиклассическом приближении еще до работы [2] о ПМУ. В справедливости работ [5], [6] сомневались [7], [8]. В работе [7] влияние магнитного поля на спектр учитывалось по теории возмущений и была утерена особенность (вблизи границы спектра, т.е. при $t = 1$):

$$\epsilon_{n\sigma}^{(s)} = (p_y^2 + p_z^2)2m + \left[\frac{3\pi}{2}\left(n - \frac{1}{4}\right)\hbar\Omega\right]^{2/3}\left(\frac{p_y^2}{2m}\right)^{1/3} + \hbar\Omega\sigma. \qquad (8)$$

В [8], металлическая граница была моделирована параболическим потенциалом с некоторой частотой ω_0, малость поля H понималась в смысле $\Omega << \omega_0$ и при этом для восприимчивости было получено обычное выражение Ландау.

Обсудим влияние 1) конечности металла в направлении x, соответствующий размер обозначим L_x; 2) неидеальности поверхности и 3) столкновений электронов с объемными дефектами – примесями[1].

1. Выражение (5) определяется скользящими (по отношению к поверхности) электронами, длина волны которых в направлении x есть

$$\lambda_x \quad \left(\frac{\epsilon_F}{\hbar\Omega}\right)^{1/3}\frac{\hbar}{p_F}$$

(см. [8]). Для применимости (6), (7), требуется $L_x >> \lambda_x$. Подчеркнем, что L_x надо сравнивать с λ_x, а не с R, как это делалось в [7], [8]. Приведенное неравенство ограничивает $M^{(s)}$ при $H \to 0$. Однако

---

[1] Еще одно ограничение связано с $dM/dB = 4\pi^{-1}$. Это замечание принадлежит И.А.Привороцкому [9].

максимальное по L_x значение отношения $M^{(s)}/M^{(x)}$ оказывается большим

$$(M^{(s)}/M^{(v)})_{max} \quad (\frac{\epsilon_F}{\hbar\Omega})^{4/3}(\frac{\hbar}{L_x p_F})_{max} \quad \frac{\epsilon_F}{\hbar\Omega}.$$

2. Шероховатость поверхности приводит к затуханию ПМУ. В зависимости от соотношения между величиной шероховатости a, размером гладких участков поверхности d и длиной волны λ_x требование хорошей зеркальности поверхности выглядит по разному [4]:

$$(a p_F)^2 \Omega/\epsilon_F(\hbar p_F d)^{1/2} << 1 \qquad \text{если} \quad (\frac{\hbar\Omega}{\epsilon_F})^{2/3} p_F d/\hbar << 1,$$

$$(a p_F)^2(\frac{\Omega}{\epsilon_F})^{4/3}/\hbar^{2/3} << 1 \qquad \text{если} \quad (\frac{\hbar\Omega}{\epsilon_F})^{2/3} p_F d/\hbar >> 1.$$

3. Столкновения с примесями не меняют (6), (7), если $\lambda_x << \ell_x$, где $\ell_x = \tau v_x$ – длина свободного пробега в направлении x, т.е. если

$$(\hbar\Omega/\epsilon_F)^{2/3}\epsilon_F >> \hbar/\tau. \qquad (9)$$

Смысл условия (9), сводится к тому, что расстояние между ПМУ должно быть велико по сравнению с затуханием $\hbar/\tau$. Условие (9) самое жесткое из всех перечисленных, тем не менее оно выполняется для полей 0,1 – 10 *э* (в этом интервале имеет смысл измерять $M^{(s)}$ при пробеге ℓ_0 = 1 – 0,1 *мм*.

Пользуюсь случаем поблагодарить И.М.Лифшица за обсуждение и М.С.Хайкина, рассказавшего мне об этой задаче.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
7 января 1970 г.

Литература

[1] М.С.Хайкин. ЖЭТФ, 39, 212, 1960.
[2] T.W.Nee, R.E.Prange. Phys. Rev. Lett., 25A, 582, 1967.
[3] И.М.Лифшиц, А.М.Косевич. ЖЭТФ, 29, 743, 1955.
[4] Л.А.Фальковский. ЖЭТФ, 58, вып. 5, 1970.
[5] M.C.Steele. Phys. Rev., 88, 451, 1952.
[6] R.B.Dingle. Proc. Roy. Soc., A219, 463, 1953.
[7] L.Friedman. Phys. Rev., 134A, 336, 1964.
[8] D.Childers, P.Pincus. Phys. Rev., 177, 1036, 1969.
[9] И.А.Привороцкий. ЖЭТФ, 52, 1755, 1967.