СВЕРХПРОВОДЯЩИЕ СПЛАВЫ В БЫСТРОПЕРЕМЕННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ

Л.П Горьков, Г.М.Элиашберг

При температуре, достаточно близкой к температуре перехода T_c, как уже отмечалось ранее [1], может быть выполнено условие малости джоулевского нагрева сверхпроводника, помещенного в переменное магнитное поле, амплитуда которого сравнима с критическим полем. Благодаря этому появляется возможность для постановки нелинейных задач. В первую очередь возникает вопрос об определении частот, характерных для динамического поведения параметра Δ. Заранее ясно, что при частотах внешнего поля, меньших некоторой характерной частоты Ω_0, $\Delta(t)$ будет адиабатически следовать за полем. Поэтому для определения $\Delta(t)$ при $\omega << \Omega_0$ в первом приближении можно воспользоваться уравнениями теории Гинзбурга – Ландау, в которых поле зависит от t как от параметра. Напротив, при $\omega >> \Omega_0$ можно ожидать, что Δ будет реагировать, главным образом, на среднее по времени значение квадрата поля, тогда как высокочастотные осцилляции Δ будут иметь малую амплитуду. В этом случае среднее по времени значение Δ будет определяться уравнениями Гинзбурга – Ландау, содержащими средний квадрат поля. Другой важный вопрос касается поведения самого поля $A(r, t)$. И здесь должна существовать характерная частота Ω_1, которая отделяет область низких частот, при которых проникновение поля в сверхпроводник определяется эффектом Мейсснера, от высокочастотной области, где главную роль играет скин-эффект. В модели сверхпроводника с большим содержанием парамагнитных примесей обе частоты Ω_0 и Ω_1 имеют одинаковый порядок величины [1].

Как мы сейчас увидим, в случае сплавов с немагнитными примесями картина существенно иная. К сожалению, в этом случае нельзя написать достаточно простых уравнений, которые бы описывали поведение Δ во всем представляющем интерес диапазоне частот. Однако, для нахождения частоты Ω_0 достаточно вычислить, пользуясь общими уравнениями [1], поправку к Δ второго порядка по полю. Остановимся сначала на случае сверхпроводника, размеры которого настолько малы, что Δ является постоянной по образцу величиной. В этом случае поправка к Δ, $\Delta^{(1)}$, определяется из уравнения, которое (с точностью до несущественных здесь членов) имеет следующий вид:

$$\left[\frac{i\pi}{8}\frac{\omega_0}{T}-\frac{7\zeta(3)}{4\pi^2}\left(\frac{\Delta_0}{T}\right)^2-\frac{\pi}{4}\frac{\Delta_0}{T}\frac{\omega_0}{\omega_0+i/\tau}\right]\Delta^{(1)}_{\omega_0}=$$

$$=\left(\frac{2e}{c}\right)^2\frac{\pi D}{8}\frac{\Delta}{T}\left(1-\frac{\omega_0}{2(\omega_0+i/\tau)}\right)(A^2)_{\omega_0}. \qquad (1)$$

Здесь Δ_0 – невозмущенное значение Δ, D – коэффициент диффузии нормальных электронов. Время τ характеризует однородную релаксацию электронов по энергиям, связанную с электрон-электронным и электрон-фононным взаимодействием. При температурах $\sim T_c$ это время весьма велико. Если поле достаточно монохроматическое, то можно говорить о среднем значении $\Delta^{(1)}_0(\omega_0 = 0)$ и составляющей с частотой $\omega_0 = 2\omega$, где ω – частота поля. Тогда при $\omega\tau >> 1$ последний член в левой части (1) равен $\pi\Delta_0/4T$ для гармоники $\omega_0 = 2\omega$ и равен нулю в случае среднего значения. Поэтому осциллирующая часть поправки к Δ меньше поправки к среднему значению в отношении $(\Delta_0/T) << 1$.

Мы видим, таким образом, что для образцов малых размеров высокочастотная ситуация, в указанном выше смысле, реализуется во всем диапазоне частот $\omega\tau >> 1$. Положение меняется в случае сверхпроводящего полупространства. Уравнение для $\Delta^{(1)}$, как показывает в этом случае расчет, отличается от (1), грубо говоря, тем, что следует произвести замену

$$\frac{\omega_0}{\omega_0+i/\tau}\to\frac{\omega_0}{\omega_0+iDk^2}, \qquad (2)$$

где волновой вектор k характеризует пространственное изменение Δ.

Как известно, в статическом случае $\Delta^{(1)}$ содержит две экспоненты, затухающие с показателями, порядок величины которых определяется соотношениями

$$Dk^2\sim\frac{\Delta^2}{T}\ \left(k\sim\frac{\kappa}{\delta}\right); \qquad Dk^2\sim\frac{1}{\kappa^2}\frac{\Delta^2}{T}\left(k\sim\frac{1}{\delta}\right), \qquad (3)$$

где δ – лондоновская глубина проникновения, а κ – параметр теории Гинзбурга – Ландау. В случае переменного поля мы должны, как и выше, рассмотреть отдельно поправку к среднему значению ($\omega_0 = 0$) и высокочастотную составляющую ($\omega_0 = 2\omega$). Из (1) с учетом (2) следует, что отклонение от адиабатичности станет существенным хотя бы для одной из экспонент (3) при частотах

$$\Omega_0 \sim \frac{\Delta^3}{T^2} \quad \text{для } \kappa \lesssim 1, \qquad \Omega_0 \sim \frac{1}{\kappa^4}\frac{\Delta^3}{T^2} \quad \text{для } \kappa >> 1.$$

Проникновение поля определяется уравнением Максвелла $\mathrm{rot}\mathbf{H} = (4\pi/c)\mathbf{j}$, где

$$\mathbf{j} = -\frac{\sigma}{c}\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \frac{\pi|\Delta|^2}{2T}\mathbf{A}\right). \tag{4}$$

Переход от эффекта Мейсснера к скин-эффекту осуществляется, таким образом, при частотах $\Omega_1 \sim \Delta^2/T$. Как видно, $\Omega_0 << \Omega_1$, особенно в случае лондоновских сверхпроводников или сверхпроводников малых размеров.

Выше уже отмечалось, что при $\omega >> \Omega_0$ осциллирующая часть Δ мала и ею можно в первом приближении пренебречь. Поэтому для среднего значения Δ и для поля можно написать систему нелинейных уравнений, аналогичных уравнениям Гинзбурга – Ландау. В безразмерной форме эти уравнения имеют вид (для плоской задачи):

$$-\frac{1}{\kappa^2}\frac{\partial^2\Delta}{\partial z^2} + \overline{A^2}(z)\Delta + (\Delta^2 - 1)\Delta = 0, \tag{5}$$

$$-\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + \frac{\partial A}{\partial t} + \Delta^2 A = 0,$$

где масштабом частоты служит $\pi\Delta_0^2/2T$. Очень существенно, что в пределах применимости (5) можно выделить область частот $\Omega_0 << \omega \lesssim \Omega_1$, где проникновение поля еще определяется эффектом Мейсснера. Здесь может быть поставлен вопрос о разрушении сверхпроводимости высокочастотным полем для сверхпроводников первого рода, аналогично тому, как это было сделано Гинзбургом при вычислении поля перегрева [2]. Не останавливаясь здесь на выводе, приведем уравнение, которое связывает значение Δ на границе сверхпроводника с амплитудой магнитного поля h_1 в случае когда $\kappa << 1$:

$$h_1^2 = \frac{2}{\kappa\Delta}(1 - \Delta^2)\sqrt{\omega^2 + \Delta^4}\,\sqrt{\Delta^2 + \sqrt{\omega^2 + \Delta^4}}. \tag{6}$$

Зависимость $\Delta(h_1)$ при не слишком больших частотах имеет, как и в статическом случае [2] гистерезисный характер. Однако, в отличие от статического случая кривая $\Delta(h_1)$ имеет вторую ветвь, которая соответствует малому, но отличному от нуля значению Δ на границе. В интервале амплитуд поля, где зависимость $\Delta(h_1)$ неоднозначная, возможен срыв с одного режима на другой. Подобная картина имеет место и в случае пленок, хотя выражение для $\Delta(h_1)$ в этом случае более громоздкое. Оказывается, что условия для реализации гистерезисной картины здесь более благоприятные с точки зрения экспериментального наблюдения, чем для массивных образцов.

В заключение отметим, что соотношения между Ω_0 и Ω_1 в чистых сверхпроводниках иные, чем в сплавах. Отчасти, этот вопрос уже был рассмотрен Кемоклидзе и Питаевским [3].

Институт теоретической физики
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
11 июля 1968 г.

Литература

[1] Л.П.Горьков, Г.М.Элиашберг. ЖЭТФ, 54, 612, 1968.

[2] М.П.Кемоклидзе, Л.П.Питаевский. ЖЭТФ, 52, 1556, 1967.

[3] В.Л.Гинзбург. ЖЭТФ, 34, 113, 1958.