Письма в ЖЭТФ, том 12, стр. 266 – 269 5 сентября 1970 г.

О ВОЗМОЖНОСТИ ПОЛНОГО УВЛЕЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В ПОЛУМЕТАЛЛЕ ПРОДОЛЬНОЙ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ

С.Я.Рахманов

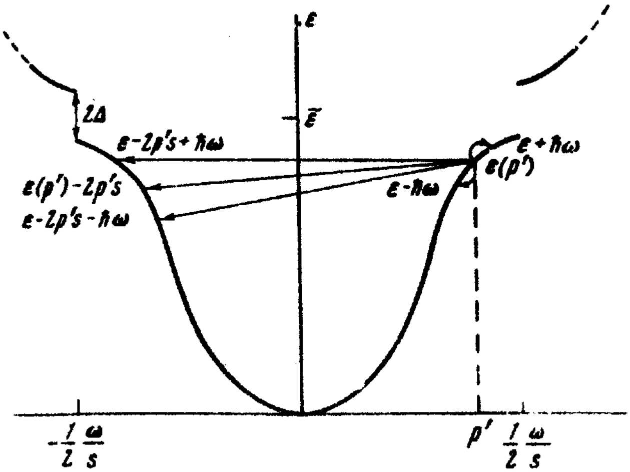
Рассматривая задачи, связанные с распространением ультразвука в металле, обычно считают звук, изменяющий энергию электрона на величину $\Delta = \gamma\epsilon_0$ (γ – упругая деформация, $\epsilon_0 \sim 1 \div 10$ *эв*), малым возмущением и раскладывают, например, электронную матрицу плотности по степеням Δ [1]. В некоторых случаях представляется целесообразной другая постановка задачи: сначала находятся энергетические уровни электрона в деформированном звуковом кристалле, а затем учитывается влияние столкновений, например, с примесями (с частотой $\nu_п$) и электрон-электронных (с частотой $\nu_{ээ}$). Ограниченная применимость первого подхода объясняется тем, что выбор в качестве нулевого приближения равновесного значения матрицы плотности в невозмущенном звуковом кристалле неявно предполагает, что энергия и импульс, передаваемые звуковой волной отдельным электронам, достаточно быстро релаксируют в электронной системе. Однако частоты $\nu_п$ и $\nu_{ээ}$, ответственные за релаксацию, могут быть малыми, и потому некоторые группы носителей (нас будут интересовать частицы с длиной волны, близкой к длине двух волн звука) могут увлекаться достаточно интенсивной звуковой волной (для которой, конечно, все еще выполняется условие $\gamma << 1$).

Во второй постановке задачи случаи стоячей и бегущей звуковой волны существенно различаются. Для электрона в поле бегущей продольной волны уравнение Шредингера в простейшем случае квадратичного закона дисперсии имеет вид:

$$i\hbar \frac{\partial\psi}{\partial t} = \left\{ \frac{p^2}{2m} + \Delta \cos\left[\frac{\omega}{s}(x - st)\right]\right\}\psi, \qquad (1)$$

ω, s – соответственно частота и скорость звука. Это уравнение было использовано Келдышем [2] для расчета увлечения электронов звуковой волной в полупроводнике. Мы будем рассматривать случай полуметалла при низких температурах ($T \to 0$). По-видимому, можно осуществить условия, когда в полуметалле электроны увлекаются волной полностью, т.е. звуковая волна вызывает постоянный ток с плотностью $\approx nes$ (n – число носителей в единице объема, e – заряд электрона). Речь идет о полуметалле, помещенном в сильное магнитное поле ($\sim 10^5$ *э*), когда газ электронов становится "одномерным", а поверхность Ферми (ПФ) цилиндрической: занят один нижний уровень Ландау и энергия электрона зависит только от проекции импульса на направление магнитного поля (см., например, [3]). Магнитное поле следует ориентировать вдоль направления распространения звука.

Решая уравнение (1) (теперь одномерное), удобно перейти, как и в [2], в "систему звука", т.е. сделать замену переменных $y = x - st$. Преобразованное уравнение достаточно решить, пользуясь обычной теорией возмущений при вырожденных уровнях [4]. Спектр имеет щель, положение которой определяется частотой звука (см. рисунок). Совмещение щели с ПФ приводит, как увидим, к максимальному увлечению электронов.



Энергетический спектр электронов в "системе звука". Стрелками показаны переходы при рассеянии на примесях. $\tilde{\varepsilon} = 1/2m\,(\hbar\omega/2s)^2$

Найдем теперь электронную матрицу плотности из уравнения Лиувилля (записанного в представлении взаимодействия)

$$i\hbar\,\frac{\partial\rho}{\partial t} = [V,\ \rho] \qquad (2)$$

V – потенциал взаимодействия с примесями (при $T \to 0$ примеси играют основную роль). В качестве модели использованы хаотически распределенные δ-образные потенциалы. Преобразуем (2) в интегральное уравнение и усредним по расположению примесей:

$$\rho(t) = \rho(t_0) - \hbar^{-2}\int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t} dt_2\,[\overline{V(t_1),[V(t_2)}, \rho(t_2)]].$$

Для определения вида функции $\rho(t)$ в установившемся режиме достаточно найти асимптотику при $t \to \infty$. Для случая

$$\Lambda >> \hbar\omega >> \hbar\nu_п \qquad (3)$$

результат имеет вид:

$$\rho_{mn} = \delta_{mn}\rho(\epsilon_n),\ \rho_\pm(\epsilon) = C_1 + C_2\left\{f(\epsilon) \pm \frac{\hbar\omega}{2}\,\frac{[(\tilde{\epsilon}-\epsilon)^2 - \Delta^2]^{1/2}}{\epsilon}\,f'(\epsilon)\right\},$$

$$f(\epsilon) = \exp\left\{-\frac{2}{3}\,\frac{(\tilde{\epsilon}-\epsilon)^3}{\Delta^2\,\epsilon_F}\right\},\quad \epsilon \lessgtr \tilde{\epsilon} - \Delta\ . \qquad (4)$$

Знаки $\pm$ соответствуют двум ветвям зависимости $p(\epsilon)$ на рисунке ϵ_F – энергия Ферми.

Решение не совпадает с функцией Ферми. Причина заключается в более сложной, чем для свободных электронов, схеме переходов между уровнями при рассеянии на движущихся в системе звука примесях (см. рисунок). Результат (4) получен в пренебрежении электрон-электронными столкновениями (при $\nu_{ээ} << (\hbar\omega/\Delta)^2\nu_n$). Константы C_1 и C_2 в (4) при $T = 0$ находятся из условий $\rho(\epsilon) \to 1$ при $\epsilon \to -\infty$ и нормировки ρ.

Из (4) можно видеть, что существует постоянный ток (в пренебрежении $\nu_{ээ}$ недиссипативный) в системе отсчета, где кристалл покоится. Ток имеет максимальную величину $j_{max} = nes$, когда $(\omega/2s)$ совпадают с p_F – фермиевым импульсом в отсутствии звука (щель приходится на ПФ), и линейно спадает с ростом частоты звука:

$$j \sim j_{max}\,[1 - (\epsilon_F/\Delta)^{2/3}\,\frac{k - p_F}{p_F}].$$

Численные оценки показывают, что описанные выше условия могут быть осуществлены экспериментально. Требование $(\omega/s)^{-2} \sim p_F$ соответствует для висмута $\omega \sim 10^{11}$ *сек*$^{-1}$. Условия (3) задают $\nu_n << 10^{11}$ *сек*$^{-1}$, $\Delta >> 10^{-16}$ *эрг*. Эквивалентное неравенство на интенсивность звукового потока S имеет вид $S >> 2$ *вт/см*^{2}. Для наблюдения большого тока увлечения необходимо $T \lesssim \Delta$, что при $T \sim 1°K$ дает примерно ту же оценку.

Если магнитное поле отсутствует, ток увлечения будет, по-видимому, существовать[1], но иметь меньшую величину $\sim nes\,(\Delta/\epsilon_F)$.

Постоянный ток в образце возможен, конечно, только при замкнутой электрической цепи. В разомкнутом образце возникнет постоянное электрическое поле $E \sim j/\sigma$ (σ – проводимость).

В заключение остановимся кратко на случае стоячей звуковой волны. Поскольку $s/v << 1$ (v – электронная скорость), можно говорить об "адиабатическом" электронном спектре с щелью, величина которой меняется со звуковой частотой. Экспериментально существование щели

---

[1] В данной работе не обсуждается вопрос о влиянии многочастичных взаимодействий на щель в спектре.

должно проявиться, например, в появлении зависимости периода осцилляций де Гааза – ван Альфвена от частоты звука.

Автор благодарен М.Я.Азбелю и Г.В.Рязанову за обсуждение вопросов, затронутых в работе.

Поступила в редакцию
14 июля 1970 г.

Литература

[1] J.Mertsching. Phys. Stat. Sol., 37, 465, 1970.
[2] Л.В.Келдыш. ФТТ, 4, 2265, 1962.
[3] E.N.Adams, T.D.Holstein. J.Phys. Chem. Sol., 10, 254, 1959.
[4] А.С.Давыдов. Квантовая механика, § 126, М., 1963.