Письма в ЖЭТФ, том 13, стр. 391 – 394 *5 апреля 1971 г.*

ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ АСИМПТОТИКА СЕЧЕНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ e^+e^--ПАР ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ ТЯЖЕЛЫХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

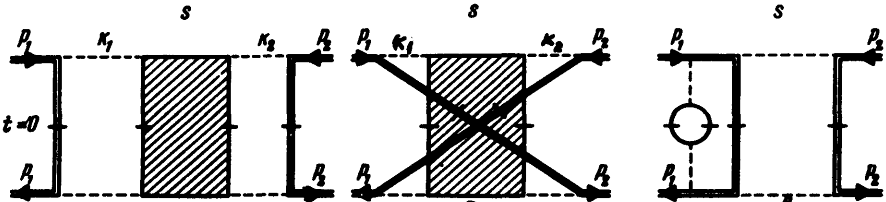
Э. А. Кураев, В. Т. Лазурик-Эльцуфин

Сечение образования пары e^+e^- при столкновении двух быстрых заряженных частиц в пределе большой энергии E в СЦИ сталкивающихся частиц было в 1934 г. найдено Ландау и Лифшицем [1], используя метод эквивалентных фотонов. Они показали, что сечение пропорционально $\ln^3 E$. В связи с появлением в ближайшем будущем возможности проверять экспериментально сечения электророждения пар при столкновении высокоэнергетических e- или p-пучков с мишенью, возникает вопрос о границах применимости формулы, полученной Ландау, а также об уточнении ее.

В данной работе мы находим сечение образования e^+e^--пары при столкновении двух тяжелых заряженных частиц в пределе больших энергий в СЦИ с точностью до членов $\sim \ln^2 E$. Оказывается, что в сечении член $\sim \ln^2 E$ входит с большим отрицательным коэффициентом, так, что при энергиях $E \lesssim (6 \div 7)$ *Гэв* сечение с учетом только этих двух членов становится отрицательным. Мы надеемся в ближайшем будущем сообщить выражения для сечения образования пар с точностью до членов $\sim 1/E$.

Асимптотически главный вклад в сечение происходит от диаграмм типа рис. *а*. (На рисунке 1 заштрихованный блок отвечает рассеянию света светом в низшем порядке теории возмущений). Действительно, диаграмма *б* содержит в t-канале фермионы и поэтому ее вклад в $s = (p_1 + p_2)^2$

раз меньше диаграммы a [2]. Амплитуда диаграммы $в$, хотя и не мала при $s \to \infty$, но содержит лишнее $1/M^2$ по сравнению с диаграммой a. (Считаем $m_e = 1$).



Разложим импульсы k_1, k_2 следуя Судакову [3]

$$k_{1,2} = \alpha_{1,2}p_2' + \beta_{1,2}p_1' + k_{1,2\perp}, \quad p'^2 = p_1'^2 = O(M^4/s^2),$$

$$p_{1,2}k_\perp = p'_{1,2}k_\perp = 0.$$

Тогда мнимая часть в s-канале амплитуды диаграммы a при $t = 0$ запишется в виде

$$\int \frac{\frac{s}{2}\, d\alpha_1 d\beta_1 d^2k_{1\perp}\delta_1\theta_1}{(k_{1\perp}^2 + s\alpha_1\beta_1)^2} \int \frac{\frac{s}{2} d\alpha_2 d\beta_2 d^2k_{2\perp}\delta_2\theta_2}{(k_{2\perp}^2 + s\alpha_2\beta_2)^2} N_{\mu\nu\rho\sigma} f^{\mu\nu\rho\sigma}, \quad (1)$$

где $\delta_{1,2}$, $\theta_{1,2}$ – δ и θ – функции, соответствующие делению линий диаграммы рис. a, отвечающих нуклонам;

$$N_{\mu\nu\rho\sigma} = \frac{1}{4}\sum_{\lambda\lambda'} \bar{u}^\lambda(p_1)\gamma_\mu(p_1 - k_1 + m)\gamma_\nu u^\lambda(p_1)\bar{u}^{\lambda'}(p_2)\gamma_\rho(p_2 - k_2 + m) \times$$

$$\times \gamma_\sigma u^{\lambda'}(p_2) = 4Sp\gamma_\mu(p_1 - k_1 + m)\gamma_\nu(p_1 - m)\, Sp\,\gamma_\rho(p_2 - k_2 + m) \times$$

$$\times \gamma_\sigma(p_2 - m) \sim p_{1\mu}p_{1\nu}p_{2\rho}p_{2\sigma} \quad (2)$$

$f^{\mu\nu\rho\sigma}$ – амплитуда рассеяния света светом не на массовой поверхности, удовлетворяющая условию градиентной инвариантности

$$k_{1\mu}f^{\mu\nu\rho\sigma} = k_{1\nu}f^{\mu\nu\rho\sigma} = k_{2\rho}f^{\mu\nu\rho\sigma} = k_{2\sigma}f^{\mu\nu\rho\sigma} = 0. \quad (3)$$

Из ограничений, налагаемых δ_1 и θ_1 (δ_2 и θ_2) следует, что импульс $k_1(k_2)$ имеет большую составляющую по $p_1(p_2)$: $0 < \beta_1(\alpha_2) < 1$; $\alpha_1(\beta_2) = O(M^2/s)$. Пользуясь этим, а также (2), (3), произведение

$N_{\mu\nu\rho\sigma} f^{\mu\nu\rho\sigma}$ можно записать в виде:

$$N_{\mu\nu\rho\sigma} f^{\mu\nu\rho\sigma} \sim p_{1\mu} p_{1\nu} p_{2\rho} p_{2\sigma} f^{\mu\nu\rho\sigma} = s^2 \frac{f_{\perp}^{\mu\nu\rho\sigma} k_{1\perp\mu} k_{1\perp\nu} k_{2\perp\rho} k_{2\perp\sigma}}{(s\,\alpha_2\beta_1)^2}, \tag{4}$$

где $f^{\perp}$ означает поперечную к p_1, p_2 часть тензора f.

Выполним в (1) интегрирования по α_1 и β_2 с помощью δ-функций, а интегрирования по α_2 и β_1 запишем в виде

$$s\int d\alpha_2 \int d\beta_1 = \int ds_1 \int\limits_{s_1/s}^{1} d\beta_1/\beta_1, \qquad s_1 = s\alpha_2\beta_1. \tag{4a}$$

Далее, разобьем область интегрирования по $k_{\perp 2,1}$ на две области $0 < |k^2_{\perp 1,2}| < \sigma$; $\sigma < |k^2_{\perp 1,2}| < \infty$ (σ – численно малая, не связанная с s величина), и, пользуясь симметрией подынтегрального выражения (1) относительно замены $p_1 \leftrightarrow p_2$ представим интегрирования по $k_{1\perp}$ и $k_{2\perp}$ ($k^2_{1,2\perp} = -k^2_{1,2}$ и $k_{1,2}$ считаем эвклидовыми) в виде

$$\int\limits_0^\infty dk_1^2 \int\limits_0^\infty dk_2^2 = -\int\limits_0^\sigma dk_1^2 \int\limits_0^\sigma dk_2^2 + 2\int\limits_0^\sigma dk_1^2 \int\limits_0^\infty dk_2^2 + \int\limits_\sigma^\infty dk_1^2 \int\limits_\sigma^\infty dk_2^2 = -I_1 + 2I_2 + I_3\,. \tag{5}$$

Тогда очевидно, при вычислении I_1 в (5) с точностью до членов $\sim\delta$ мы можем вместо $f_\perp(s_1, k_1^2, k_2^2)$ положить $f_\perp(s_1, 0, 0)$, который по оптической теореме связан с сечением образования пары e^+e^- двумя фотонами [3]: $(1/4)\mathrm{Im}\, f_\perp^{\mu\mu\nu\nu}(s, 0, 0) = (s/4\pi)\sigma_p(s)$. Пользуясь этим, а также (4, 4a) I_1 запишем в виде

$$I_1 \approx s\int\limits_4^\infty ds_1 \frac{\sigma_p(s_1)}{s_1} \int\limits_{s_1/s}^{1} \frac{d\beta_1}{\beta_1} \int\limits_0^\sigma \frac{dk_1^2\, k_1^2}{(k_1^2+\beta_1^2)^2} \int\limits_0^\sigma \frac{dk_2^2\, k_2^2}{(k_2^2 + s_1^2/s^2\beta_1^2)^2} =$$

$$= s\left[A_1 \ln^3 s + B_1 \ln^2 s + \ln\frac{\sigma}{M^2}(s)\right] \tag{6}$$

где

$$a = \int\limits_4^\infty \frac{ds_1}{s_1}\sigma_p(s_1) = \frac{14}{9}\pi r_0^2, \quad b = \int\limits_4^\infty \frac{ds_1}{s_1} \ln s_1 \sigma_p(s_1) = \frac{43}{9}\pi r_0^2,$$

$$A_1 = \frac{2}{3}a, \quad B_1 = -2a - 2b\,. \tag{6a}$$

Члены в (6), содержащие $\ln(\sigma/M^2)$ сокращаются при сложении с аналогичными членами, появляющимися при вычислении I_2, I_3 в (5). Мы не будем здесь приводить доказательства этого утверждения ибо оно значительно увеличит объем статьи.

Аналогично, пользуясь при вычислении I_2 формулой Рака [4], для сечения образования пары фотоном на ядре [для нахождения коэффициента при $\ln^2 s$ в рассматриваемой задаче достаточно воспользоваться ее асимптотическим выражением при больших s: [4, 3]

$$\sigma_p^{\gamma Y}(s) \sim r_o^2\, \alpha\left(\frac{28}{9}\ln s - \frac{218}{27}\right)\Big]\ ,\ \text{получим}$$

$$I_2 \sim s \int\limits_{s_o}^{s} \frac{ds_1}{s_1}\left(\frac{28}{9}\ln s_1 - \frac{218}{27}\right)\left(\ln\frac{s^2\sigma}{M^2 s_1^2} - 1\right) =$$

$$= \left[A_2 \ln^3 s + B_2 \ln^2 s + O\left(\ln\frac{\sigma}{M^2}\right)\right] s \qquad (7)$$

$$A_2 = \frac{28}{27}\ ,\quad B_2 = -\frac{260}{27}\ . \qquad (7a)$$

Вклад интеграла I_3 содержит только члены $\sim s(A_3 \ln s + \text{const})$. Подставляя (5), (6), (7) в (1) и пользуясь оптической теоремой, получим для сечения образования пары:

$$\sigma = \frac{r_o^2 Z_1^2 Z_2^2 \alpha^2}{27\pi}\,[28 \ln^3 s - 178 \ln^2 s]. \qquad (8)$$

Вычисление вклада членов $\sim \ln s$ и const в сечении требует более детального рассмотрения и, по-видимому, может быть доведено до конца лишь с помощью ЭВМ.

В заключение пользуемся случаем поблагодарить Г.В.Фролова, Л.Н.Липатова и В.Г.Горшкова за предложение задачи, постоянное стимулирующее внимание во время выполнения этой работы и многочисленные критические замечания.

Физико-технический институт
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
1 марта 1971 г.

Литература

[1] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Sow. Phys., 6, 244, 1934.

[2] В.Н.Грибов, Л.Н.Липатов, Г.В.Фролов. ЯФ, 12, 994, 1970.

[3] А.И.Ахиезер, В.Б.Берестецкий. Квантовая электродинамика. Физматгиз, 1969.

[4] I.W.Motz, H.A.Olssen, H.W.Koch. Rev. Mod. Phys., 41, 1, 581, 1969.