Письма в ЖЭТФ, том 13, стр. 720 – 724 *20 июня 1971 г.*

ПОВЕРХНОСТНЫЙ ВТОРОЙ ЗВУК В ЖИДКОМ ГЕЛИИ

А.Ф. Андреев, Д.А. Компанеец

По поверхности жидкого гелия могут распространяться капиллярные волны, а в сверхтекучем растворе He^3 в He^4 существуют также и поверхностные примесные уровни [1, 2]. И те и другие можно рассматривать как поверхностные элементарные возбуждения. Их движение сопровождается переносом массы, энергии, энтропии и т. д. и его можно рассматривать как движение поверхностной нормальной компоненты.

Поверхностная нормальная плотность вычисляется аналогично объемному случаю и равна

$$\nu_n = -\frac{1}{2}\int p^2 \frac{\partial n_0}{\partial \epsilon} \frac{d^2 p}{(2\pi\hbar)^2}, \tag{1}$$

где $\epsilon(\mathbf{p})$ — энергия поверхностных возбуждений как функция двумерного импульса $\mathbf{p}$, $n_0(\epsilon)$ — равновесная функция распределения

Подставляя в (1) спектр капиллярных волн $\epsilon = (\alpha p^3/\rho\hbar)^{1/2}$ (α, ρ — поверхностное натяжение и плотность жидкости) и планковскую функцию n_0, найдем поверхностную нормальную плотность чистого He^4.

$$\nu_n = \frac{5\,T^{5/3}}{18\pi\hbar^2}\left(\frac{\rho\hbar}{\alpha}\right)^{4/3} \Gamma(5/3)\,\zeta\,(5/3), \tag{2}$$

где $\Gamma(x)$, $\zeta(x)$ — соответственно Γ — функция и ζ — функция Римана.

Отметим, что спектр капиллярных волн не удовлетворяет критерию сверхтекучести Ландау. Если, однако, принять во внимание конечность силы тяжести, то критическая скорость оказывается конечной.

В случае раствора примеси, находящиеся на поверхностных уровнях, описываются законом дисперсии $\epsilon = -\epsilon_0 + p^2/2m_s$, где $\epsilon_0 \approx 2$ °K, $m_s \approx 2\, m_3$ (m_3 — масса атома He^3) и энергия отсчитывается от минимального значения энергии примеси в объеме. Примесная часть поверхностной нормальной плотности равна $\nu_n = m_s N_s$, где N_s — число примесей, находящихся на поверхностных уровнях, вычисленное в [1].

Как видно из (2) поверхностная нормальная плотность в чистом He^4 пропорциональна $T^{5/3}$. Объемная нормальная плотность при низких температурах, как известно, пропорциональна T^4. Поэтому при достаточно низких температурах влиянием объемной нормальной компоненты на поверхностные явления можно пренебречь и считать, что имеется лишь поверхностная нормальная плотность. Особенно ярко это проявляется в слабых растворах. Поверхностное число примесей экспоненциально возрастает с понижением температуры, и плотность примесей на поверхности становится атомной, если концентрация c в объеме порядка $c \sim (T/\epsilon_0)^{1/2} e^{-\epsilon_0/T}$. При $T = 0{,}1$°K отсюда получается неконтролируемо малая концентрация порядка $5\cdot 10^{-10}$. Таким образом, при температурах порядка десятой градуса на поверхности практически чистого He^4 существует плотный слой He^3.

Рассмотрим колебания плоской свободной поверхности с учетом поверхностной нормальной компоненты. Уравнение движения поверхности можно записать в виде

$$\frac{\partial i}{\partial x} = \rho(v_{sz} - \dot{\zeta}), \qquad \frac{\partial i}{\partial t} - \frac{\partial a}{\partial x} = 0,$$

$$\dot{\sigma} + \sigma \frac{\partial v_{nx}}{\partial x} = 0, \qquad P = a \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2}, \tag{3}$$

$$\dot{N}_s + N_s \frac{\partial v_{nx}}{\partial x} = 0,$$

где система координат выбрана так, что ось x совпадает с направлением распространения колебаний, ось z – нормальна к невозмущенной поверхности, $i = \nu_n(v_{nx} - v_{sx})$ – поверхностный импульс, a – поверхностное натяжение, σ – поверхностная энтропия, P – давление жидкости, функция $\zeta(x, t)$ определяет форму поверхности.

Первое уравнение (3) выражает закон сохранения массы с учетом того, что поверхностную массу можно всегда обратить в нуль соответствующим определением функции $\zeta(x, t)$. Второе – закон сохранения касательного импульса, так как $\partial a/\partial x$ есть касательная сила. Третье и пятое выражают тот факт, что энтропия и примеси переносятся лишь нормальным движением. Четвертое уравнение есть обычное условие равенства нормальных сил.

Зависимость всех величин от x и t дается множителем $\exp(ikx - i\omega x)$. Потенциал сверхтекучей скорости ϕ_s в объеме удовлетворяет уравнению Лапласа, т. е. равен $\phi_s = a\exp(ikx + kz - i\omega t)$, где a – постоянная. В уравнения (3) следует поэтому подставить $v_{sx} = ika$, $v_{sz} = ka$, $P = -\rho\dot{\phi}_s = i\omega\rho a$. Записав отклонение поверхностного натяжения от равновесного значения в виде $\delta a = \frac{\partial a}{\partial N_s}\delta N_s + \frac{\partial a}{\partial \sigma}\delta\sigma$ и исключив из уравнений (3) δN_s, $\delta\sigma$ и a, получим

$$i\nu_n v_{nx} + i\frac{ak^2}{\omega}\left(1 - \frac{\omega^2\rho}{ak^3}\right)\zeta = 0,$$

$$i v_{nx}\left\{\omega\nu_n + \frac{k^2}{\omega}\left(\frac{\partial a}{\partial\sigma}\sigma + N_s\left(\frac{\partial a}{\partial N_s}\right)\right)\right\} - i\frac{a\nu_n}{\rho}k^3\zeta = 0, \tag{4}$$

где мы пренебрегли членами, которые заведомо малы при малых ω и k.

Система уравнений (3) описывает два типа колебаний. Колебания первого типа происходят при $v_{nx} \approx 0$ и являются обычными капиллярными волнами: $\omega_1^2 = (a/\rho)k^3$. Колебания второго типа происходят при практически неподвижной границе $\zeta = 0$ и имеют звуковой спектр

$\omega_2 = vk$ со скоростью, определяемой равенством

$$v^2 = -\frac{\sigma}{\nu_n}\left(\frac{\partial \alpha}{\partial \sigma}\right)_{N_s/\sigma} = -\frac{N_s}{\nu_n}\left(\frac{\partial \alpha}{\partial N_s}\right)_{\sigma/N_s} . \qquad (5)$$

Колебания второго типа аналогичны объемному второму звуку и мы будем называть их поверхностным вторым звуком.

Используя известную [3] температурную зависимость поверхностного натяжения He^4 и равенство $\sigma = -d\alpha/dT$, найдем скорость поверхностного второго звука в чистом He^4:

$$v^2 = \frac{63}{40}\,\frac{\Gamma(7/3)\,\zeta(7/3)}{\Gamma(5/3)\,\zeta(5/3)}\left(\frac{\alpha T}{\hbar\rho}\right)^{2/3}$$

В случае раствора поверхностное натяжение вычислено в [1] и подстановка в (5) дает $v = (2T/m_s)^{1/2}$, что соответствует скорости звука в двумерном одноатомном идеальном газе. Этот результат справедлив при высоких температурах, когда примеси далеки от вырождения. Если примеси сильно вырождены, то скорость поверхностного второго звука равна $v = (N_s/m_s^*)(\partial\mu/\partial N_s)$, где μ – химический потенциал примесей, m_s^* – эффективная масса, отличающаяся от m_s из-за Ферми-жидкостного взаимодействия между примесями. Так как при $T = 0$ скорость v порядка скорости обычного звука, то ясно что функция $v(T)$ имеет при некоторой температуре минимум.

Наличие объемной нормальной компоненты приводит к некоторому затуханию поверхностного звука. Это затухание мало́, если частота не слишком мала. Именно, должны быть выполнены два условия

$$\omega \gg c\left(\frac{M^2}{\nu_n^2 a_0^5}\right)\sqrt{\frac{T}{M}}\,; \qquad \omega \gg \left(\frac{\theta}{\hbar}\right)\left(\frac{M}{\nu_n a_0^2}\right)\left(\frac{T}{\theta}\right)^7 \ln\left\{\frac{T}{\hbar s}\left(\frac{\alpha}{\rho g}\right)^{1/2}\right\},$$

где a_0 – межатомное расстояние, Θ – дебаевская температура жидкого гелия, s – скорость первого звука, M – эффективная масса примесей в объеме, g – ускорение свободного падения.

При $T \approx 0{,}1\,°K$ и концентрациях $c \sim 10^{-6} - 10^{-8}$ поверхностную нормальную плотность можно считать атомной, т. е. $\nu_n \sim M/a_0^2$, и написанные формулы приводят соответственно к условиям $\omega \gg 10^3 - 10^{?}$ и $\omega \gg 10^{-1}$ (мы положили $\Theta \approx 10\,°K$).

Экспериментальное изучение поверхностного второго звука представляло бы большой интерес, так как оно позволило бы выяснить термодинамические и кинетические свойства двумерной ферми-жидкости.

Институт физических проблем
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
13 мая 1971 г.

Литература

[1] А.Ф.Андреев. ЖЭТФ, 50, 1415, 1966.

[2] К.Н.Зиновьева, С.Т.Болдарев. ЖЭТФ, 56, 1089, 1969.

[3] K.R.Atkins.Canad. J. Phys., 31, 1165, 1953.