Письма в ЖЭТФ, том 14, стр. 345 – 348 *5 сентября 1971 г.*

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОМ ПОВЕДЕНИИ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ В НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ СТРУКТУРАХ

И. З. Костадинов

Рассмотрим систему центров случайно расположенных в точках $\mathbf{R}_i$ со случайным уровнем энергии электрона ϵ_i на i-том центре. При низких температурах $T << E_0$ (E_0 – средняя глубина уровня в запрещенной зоне для подвижности) движение электрона происходит путем перескоков между центрами с поглощением фонона или кванта энергии внешнего электромагнитного поля. В этом случае Мотт показал [1], что при очень низких температурах $T << \bar{\epsilon}$ ($\bar{\epsilon}$ – среднее расстояние между уровнями соседних центров вблизи энергии Ферми ϵ_F) электропроводность

$$\sigma \sim \exp(-\text{const}\, T^{-1/4}), \tag{1}$$

а коэффициент поглощения электромагнитных волн в области очень низких частот ω

$$a \sim \omega^2 (\ln \omega)^4 \ . \tag{2}$$

Мотт не указывает область применимости формул (1) и (2).

В настоящей работе будут найдены верхняя граница ω_0 применимости формулы (2). Будет показано также, что в области более высоких частот справедлива другая зависимость электропроводности от частоты (см. формулу (4)). Кроме того мы укажем нижнюю границу T_0 применимости формулы (1) и найдем зависимость $\sigma(T)$ при $T << T_0$.

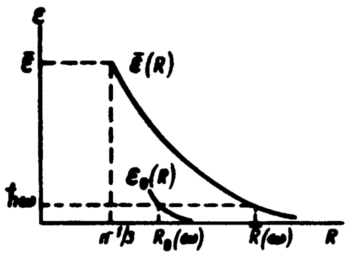
Рассмотрим сначала электропроводность в переменном поле с частотой $\hbar\omega << \bar{\epsilon}$. Следуя Мотту, будем считать среднее расстояние $\bar{\epsilon}(V)$ между последовательными уровнями энергии в объеме V равным $(N_F V)^{-1}$, где N_F – плотность уровней на единицу объема при энергии Ферми. Перескоки происходят преимущественно между последовательными уровнями, так как перескоки через уровень экспоненциально мало вероятны. Приравнивая энергию кванта поля величине $(N_F V)^{-1}$, находим расстояние на которое происходит перескок

$$\bar{R}(\omega) = \left(\frac{4\pi N_F \hbar\omega}{3}\right)^{-1/3} . \tag{3}$$

Вероятность перехода пропорциональна фактору перекрытия $\exp(-2aR)$. Отсюда следует, что электропроводность зависит от частоты следующим образом:

$$\sigma \sim \exp(-\text{const}\, \omega^{-1/3}). \tag{4}$$

Установим нижнюю границу применимости формул (1) и (4). Анализ будем проводить для частотной зависимости (4), но результат полностью справедлив и для (1). Как показано в работе Лифшица [2], разность уровней двух центров удаленных друг от друга на расстояние R не может быть меньше энергии обменного расщепления $\epsilon_0(R) = IR\exp(-aR)$, ($I$ — обменный интеграл, a — обратный боровский радиус). Графики зависимостей среднего расстояния между уровнями $\bar{\epsilon}(R)$ и минимального $\epsilon_0(R)$ показаны на рисунке. Видно, что при малых частотах длина перескока не может быть меньше $R_0(\omega) = \dfrac{1}{a}\ln\dfrac{I}{a\hbar\omega}$. Фактор перекрытия $\exp(-2aR)$ быстро убывает с ростом R. С этой точки зрения наиболее выгодными являются перескоки на минимально возможные расстояния. Но вероятность встретить центры с разностью энергии существенно меньшей средней $\bar{\epsilon}$, очень мала. Для оценки вероятности W_0 найти минимально возможную разность уровней $\epsilon_0(R)$ при заданном R мы используем формулу: $W_0 \sim N_F\epsilon_0(R)$.



Зависимость средней $\bar{\epsilon}(R)$ и минимальной $\epsilon_0(R)$ энергии от расстояния между центрами R

Таким образом, переходы на минимально удаленные по энергии уровни дают вклад $\sim N_F\exp(-3aR)$. Сравнивая эту величину с вкладом перескоков на $\bar{\epsilon}(R)$, обнаруживаем, что они становятся одинаковыми при выполнении условия

$$3R_0(\omega) = 2\bar{R}(\omega). \tag{5}$$

Обозначим через ω_0 меньший из двух корней уравнения (5).

При частотах $\hbar\omega_0 << \hbar\omega << \bar{\epsilon}$ справедлива формула (4), а температурная зависимость (1) имеет место при температурах $T_0 << T << \bar{\epsilon}$, где $T_0 = \hbar\omega_0$.

Запишем выражение для перескоковой электропроводности в переменном поле при $T = 0$ в виде

$$\sigma(\omega) = \frac{2\pi e^2}{m^2\omega}\int_0^\infty dR\, p^2(R,\omega)\, F(\hbar\omega, R), \tag{6}$$

где

$$F(\hbar\omega, R) = \sum_{l,j} \delta(R - R_{lj})\,\delta(\hbar\omega + \epsilon_l - \epsilon_j)\, n_l(1 - n_j)$$

$n_l = \left[\exp\left(\dfrac{\epsilon_l - \epsilon_F}{T}\right) + 1\right]^{-1}$ и матричный элемент импульса $p(R,\omega)$ взятый между волновыми функциями локализованными на центрах отстоящих друг от друга на расстоянии R с разностью энергии $\hbar\omega$ пропорционален $R^2\exp(-aR)$.

При частотах $T_0 \ll \hbar\omega \ll \bar{\epsilon}$ функция $F(\hbar\omega, R)$ пропорциональна функции распределения $W_F(\epsilon)$ расстояний между соседними уровнями находящихся вблизи энергии Ферми, для образца в виде сферы с радиусом R. Именно

$$F(\hbar\omega, R) = n\frac{d}{dR}W_F(\hbar\omega - \bar{\epsilon}(R)),$$

где n – концентрация центров. В работе Покровского [3] было показано, что функция $W_F(\epsilon)$ имеет острый максимум при энергии ϵ равной среднему расстоянию между соседними уровнями. Интегрирование по R снимается, благодаря δ-образному характеру $W_F(\epsilon)$, и в результате получаем (4).

При меньших частотах $\hbar\omega \ll T_0$ функция $F(\hbar\omega, R)$ пропорциональна

$$\frac{d}{dR}\left[1 - \exp\left(-\frac{4\pi R^3 N_F \hbar\omega}{3}\right)\right] = 4\pi R^2 \hbar\omega N_F$$

причем $R \gg R_0(\omega)$. Подставляя это выражение для $F(\hbar\omega, R)$ в (6) и интегрируя получим формулу Мотта (2).

Статическую проводимость $\sigma(T)$ можно записать в виде

$$\sigma(T) = \frac{2\pi e^2}{\pi^2 T}\int_0^\infty dR\int_0^\infty d\epsilon\, p^2(\epsilon, R)\, V^2(\epsilon, R)\, e^{-\epsilon/T}F(\epsilon, R) \quad (7)$$

где $V(\epsilon, R) = \dfrac{E_1 R\,\epsilon^{3/2}}{2\sqrt{3\rho}\,\hbar^4 c^5}$, E_1 – константа потенциала деформации, ρ – плотность вещества и c – скорость звука.

При $T_0 \ll T \ll \bar{\epsilon}$ функция $F(\epsilon, R)$ как и раньше имеет острый максимум, при $\epsilon = \bar{\epsilon}(R)$, и взяв интеграл по R методом перевала, получим (1).

При $T \ll T_0$ функция $F(\epsilon, R) \sim 4\pi R^2 N_F \epsilon$ и

$$\sigma \sim \frac{1}{T}\int d\epsilon\, \epsilon^4 e^{-\epsilon/T} \sim T^4 . \quad (8)$$

Итак мы видим, что проводимость как в постоянном так и в переменном поле при низких температурах и низких частотах переходит с экспоненциального убывания на степенное. Экспериментальные данные из работ Аустина [4] и Аустина и Мотта [5] для температурной зависимости $\sigma(T)$ свидетельствуют в пользу этого утверждения.

В заключение выражаю глубокую признательность В.Л.Покровскому и Э.И.Рашбе за обсуждения и критические замечания.

Физический факультет
Московского
государственного университета
им. М.В.Ломоносова

Поступила в редакцию
12 июля 1971г.

Литература

[1] N.F.Mott. Phil. Mag., 19, 835, 1969; 22, 7, 1970.

[2] И.М.Лифшиц. УФН, 83, 617, 1964.

[3] Б.Л.Покровский. Письма в ЖЭТФ, 4, 140, 1966.

[3] I.G.Austin. J. Non-Crystalline Solids, 2, 474, 1970.

[5] I.G.Austin, N.F.Mott. Adv. Phys., 18, 41, 1969.