Письма в ЖЭТФ, том 14, стр. 434 – 436 *5 октября 1971 г.*

О НЕЛИНЕЙНОМ ИЗМЕНЕНИИ ФАЗОВОЙ СКОРОСТИ И СТАБИЛИЗАЦИИ ПЛАЗМЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

И.А. Ахиезер, В.В. Ангелейко

Обычно при изучении плазменной турбулентности исходят из представления об источнике и стоке плазменных колебаний. Уровень стационарной турбулентности определяется при этом из условия баланса между источником и стоком. В частности, в развитой Кадомцевым теории ионно-звуковой турбулентности в плазме с током [1] источником является черенковское возбуждение волн движущимися электронами, а стоком – нелинейное взаимодействие волн и частиц, приводящее к передаче энергии от волн к ионам плазмы (нелинейное затухание Ландау).

В настоящей работе мы показываем, что возможен и принципиально иной механизм установления стационарной турбулентности в плазме. А именно, благодаря нелинейным эффектам меняется фазовая скорость плазменной волны, причем это изменение пропорционально уровню турбулентных колебаний. При достаточно высоком уровне турбулентных колебаний черенковское условие перестает выполняться для всех волн, которые могут распространяться в плазме. В результате плазма переходит в стационарное состояние, характеризующееся очень высоким уровнем турбулентных колебаний, – состояние стационарной турбулентности.

В качестве примера рассмотрим ионно-звуковые колебания в сильно замагниченной бесстолкновительной плазме с горячими электронами, через которую вдоль магнитного поля движется холодный пучок малой плотности. Дисперсионное уравнение для низкочастотных колебаний имеет в этом случае вид

$$1 + (a k)^{-2} - \Omega_i^2 \omega^{-2} \cos^2\theta - \Omega_b^2 (\omega - ku\cos\theta)^{-2} \cos^2\theta + 4\pi\tilde{\kappa} = 0.$$

Здесь a – электронный радиус Дебая, $\Omega_{i,b}$ – ленгмюровская частота для ионов плазмы и частиц пучка, u – направленная скорость пучка, θ – угол между волновым вектором $\mathbf{k}$ и магнитным полем, $\tilde{\kappa}$ – нелинейная поправка к электрической восприимчивости плазмы (в первом приближении по коррелятору флуктуаций), обусловленная случайными волнами. Чтобы определить величину $\tilde{\kappa}$, мы должны решить кинетические уравнения для электронов и ионов с точностью до членов, кубичных по амплитуде волны, выделить слагаемые, имеющие ту же структуру, что и линейная электрическая восприимчивость, и, наконец, произвести усреднение по случайным фазам волн. Интересуясь магнито-звуковыми колебаниями, можно ограничиться вычислением продольной (по соответствующим волновым векторам) электрической восприимчивости и считать, что $v_i \ll \dfrac{\omega}{k} \ll v_e$ ($v_{e,i}$ – тепловая скорость электронов и ионов).

Мы приведем здесь окончательное выражение для величины $\tilde{\kappa}$ в случае плазмы, в которой могут распространяться магнито-звуковые колебания с длинами волн, не превышающими некоторое максиальное значение $2\pi k_m^{-1}$. Такая ситуация имеет место в ограниченной плазме (когда k_m равно по порядку величины обратным размерам системы) или в случае плазмы с не исчезающе малой частотой соударений (когда k_m определяется из условия $\omega_{k_m} \sim r^{-1}$). Считая для определенности, что $1 >> (a k_m)^4 >> T_i / T_e$ ($T_{e,i}$ – температура электронов и ионов плазмы), получим

$$\tilde{\kappa} = \frac{\cos\theta\,(\Delta k)^3 < E^2 >_k}{12\sqrt{2}\pi n_0 \sqrt{T_e T_i}}, \quad \cos\theta > 0, \tag{2}$$

где $< E^2 >_k$ – пространственная компонента Фурье коррелятора электрического поля в магнито-звуковой области, $\Delta k \sim (\Omega_b/\Omega_i)^{2/3} k_m (a k_m)^{-2}$ ширина полосы волн, раскачиваемых пучком, n_0 – плотность плазмы. (При $\cos\theta < 0$ величина $\tilde{\kappa}$ пропорциональна уровню флуктуаций в нетурбулентной области и поэтому мала).

Используя (1), легко найти поправку к фазовой скорости волны

$$\Delta v_\phi = - V_s \frac{\cos\theta\,(\Delta k)^3 < E^2 >_k (a k_m)^2}{6\sqrt{2} n_0 \sqrt{T_e T_i}\,(1 + a^2 k_m^2)^{3/2}}, \quad \cos\theta > 0 \tag{3}$$

(V_s – скорость магнитного звука).

По мере возрастания уровня турбулентных флуктуаций величина Δv_ϕ, оставаясь отрицательной, увеличивается по абсолютной величине и, в конце концов, достигает значения

$$\Delta v_m = \frac{V_s}{\sqrt{1 + a^2 k_m^2}} - u + \frac{V_s (a k_m)^2 \Delta k}{2 k_m}. \tag{4}$$

При этом для всех волн, могущих распространяться в плазме, перестает выполняться условие черенковского возбуждения, так что дальнейшее нарастание волн прекращается. В результате плазма переходит в стационарное состояние, характеризующееся уровнем флуктуаций

$$< E^2 >_k = \frac{\Delta v_m}{V_s} \frac{6\sqrt{2} n_0 \sqrt{T_e T_i}\,(1 + a^2 k_m^2)^{3/2}}{\cos\theta\,(\Delta k)^3 (a k_m)^2}, \quad \cos\theta > \frac{1}{r k_m V_s} \tag{5}$$

(при $\cos\theta < (r k_m V_s)^{-1}$ флуктуации не являются турбулентными и характеризуются значительно более низким уровнем).

Отношение энергии волн к энергии частиц в такой плазме составляет

$$\frac{U_w}{U_e} \sim \frac{\Delta v_m}{V_s} \sqrt{\frac{T_i}{T_e}} \, \frac{\Omega_b}{\Omega_i}^{-4/3}. \tag{6}$$

Мы видим, что стабилизация плазменной неустойчивости может наступать уже при малых (по сравнению с энергией частиц) значениях энергии волн, т. е. еще в условиях так называемой слабой турбулентности. Заметим, что критерием применимости теории является не условие $U_w << U_e$, а вообще говоря, более слабое условие $\widetilde{\kappa} < (a\ k)^{-2}$.

Приведенные формулы относятся к случаю пучка не слишком малой плотности, $n_b/n_o > (m_e/m_i)^{3/2}(m_b/m_i)$, когда можно не учитывать затухания волн, обусловленного их взаимодействием с частицами плазмы. Можно показать, что и в случае пучка малой плотности рассматриваемый механизм будет приводить к стабилизации неустойчивости.

Такая ситуация может иметь место, например, если через водородную плазму с плотностью $n_o \sim 10^{14}$ *см*$^{-3}$ и температурой частиц $T_e \sim 10^6$ *град*, $T_i \sim 10^4$ *град*, помещенную в магнитнре поле $B_o \sim 5\ 10^5$ *гс*, проходит пучок ионов калия с плотностью $n_b \sim 10^{11} \div 10^{12}$ *см*$^{-3}$. При скорости пучка $v \sim 10^7$ *см/сек* характеризующий надкритичность параметр $\Delta v_m/V_s$ должен быть порядка 10^{-2} (частота ионных соударений $\tau^{-1} \sim 10^{10}$ *сек*$^{-1}$, что соответствует столкновениям с нейтральными частицами, плотность которых $n \sim 0{,}01\ n_o$).

Харьковский
государственный университет
им. А.М.Горького

Поступила в редакцию
25 июня 1971 г.

Литература

[1] Б.Б.Кадомцев. Турбулентность плазмы. В сб. "Вопросы теории плазмы" под редакцией М.А.Леонтовича, М., Атомиздат, 1964, вып. 4, стр. 188.