Письма в ЖЭТФ, том 14, стр. 568 – 572 20 ноября 1971 г.

О ПРОЗРАЧНОСТИ ТОЛСТЫХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ПЛЕНОК

Л.П.Горьков, И.А.Федоров

В этой работе мы изучим возможность прохождения электромагнитного излучения через достаточно толстые пленки чистого сверхпроводника, связанную с большим пробегом нормальных возбуждений. Поле, частоты $\omega << \Delta$, экранируется мейсснеровским током, в основном, на глубине проникновения δ. Нормальные возбуждения с энергией $\epsilon(p) = \sqrt{\xi^2 + \Delta^2}$ ускоряются электрическим полем: $(\partial p / \partial v)\dot{v} = eE$, где при $\epsilon - \Delta << \Delta$

$$v = v_F \xi / \epsilon(p) \quad \text{и} \quad \partial v_i / \partial p_k = v_{Fi} v_{Fk} / \Delta. \qquad (1)$$

За время пребывания в скин-слое $t \sim \delta / v_z$ возбуждения приобретают дрейфовую скорость $\bar{v}$ вдоль электрического поля

$$\bar{v}(\epsilon) \sim v_F^2 e E \delta / \Delta v_z = e E v_F \delta / \sqrt{\epsilon^2 - \Delta^2} \cos\theta .$$

Ток, создаваемый нормальными носителями вне скин-слоя:

$$j_n = e \int \bar{v}(\epsilon) \rho(\epsilon) n(\epsilon) \frac{d\epsilon \, d\Omega}{4\pi} = \frac{\delta e^2 m p_0 E v_F}{(2\pi)^3} \int_{\Delta}^{\infty} \frac{d\Omega}{\cos\theta} \; \frac{\epsilon \, d\epsilon}{\epsilon^2 - \Delta^2} n(\epsilon)$$

будет компенсироваться током "сверхпроводящих" электронов $j_s = (-N_s e^2 / mc) A_1$ так, чтобы полный ток в толще пластины обращался в нуль. Отсюда видно, что связанное с потенциалом A_1 электрическое поле $E_1 = -i(\omega/c) A_1$ могло бы в сверхпроводнике затухать медленнее, чем полный ток:

$$E_1 \sim \frac{\omega\delta}{v_F} \frac{N}{N_s} E \int \frac{d\mu}{\mu} \frac{\epsilon\, d\epsilon}{\epsilon^2 - \Delta^2} n(\epsilon) . \tag{2}$$

Двойная логарифмическая особенность в интеграле (2) ($\mu = \cos\theta$) связана с особенностью в выражении для скорости возбуждений (1) вдоль поверхности и известной корневой особенностью в плотности состояний сверхпроводника $\rho(\epsilon)$. Главные логарифмические члены определяются условием, чтобы время, затрачиваемое возбуждением на то, чтобы пройти расстояние $z >> \delta$ от поверхности было мало по сравнению с периодом поля: $z/v_z << 1/\omega$ причем $\epsilon - \Delta << \Delta$. Выражая электрическое поле у поверхности E через поле падающей волны H_0: $E \sim (\omega/c)\delta H_0$, получим для коэффициента прохождения при $\Delta \sim T$ $(N \sim N_s)$:

$$\left| \frac{E_1}{H_0} \right|^2 \sim \left| \frac{\omega^2\delta^2}{v_F c} \ln^2 \frac{\omega z}{v_F} \right|^2 .$$

Приведенные выше соображения подтверждаются точным расчетом. Рассмотрим сначала задачу о падении электромагнитной волны на массивный сверхпроводник (полупространство), предполагая, что отражение электронов от границы является зеркальным. В этом случае решение имеет вид (см., например, [1])

$$A(z) = \frac{H_0}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dq\, e^{iqz}}{q^2 + K_0(q) + K_1(q\omega)} . \tag{3}$$

Здесь функция $K = K_0 + K_1$ представляет собой ядро, связывающее ток с полем в линейной теории (K_0 – ядро статической задачи [2]).

При вычислении K_1 удобно исходить из выражения для полного ядра K, записанного в температурной технике, а затем выполнить аналитическое продолжение на ось действительных частот [3]. При условии $\omega/T << 1$ получаем

$$K_1 = -\frac{3\pi N e^2}{8mc^2} \frac{\omega}{T} \int_{c} \frac{d\epsilon}{\mathrm{ch}^2 \epsilon/2T} \frac{\epsilon\epsilon_1 + \Delta^2 - \tilde{\gamma}\gamma_1}{\tilde{\gamma}\gamma_1} \int_{-1}^{+1} \frac{(1-u^2)\, d\mu}{\tilde{\gamma} + \gamma_1 + qv\mu} .$$

В этой формуле $\epsilon_1 = \epsilon - \omega$, $\gamma_1 = \gamma(\epsilon_1)$, а γ и $\tilde{\gamma}$ – корни $\sqrt{\epsilon^2 - \Delta^2}$, определенные с разрезом $(-\infty, -\Delta)$ (Δ, ∞) и взятые, соответственно, при подходе снизу или сверху к действительной оси в комплексной плоскости ϵ. Однозначный выбор ветви определяется условием $\gamma(0) = i\Delta$, при котором $\mathrm{Im}\,\gamma \geqslant 0$ во всей плоскости. Интегрирование ведется по контуру, охватывающему разрез (см. рисунок).

Поведение поля $A(z)$ при $z >> v/\Delta$ (в лондоновском случае $z >> \delta_L$) определяется свойствами ядра K при малых импульсах $qv << \Delta$. Что касается K_0, то в этой области импульсов

$$K_0 = 4\pi N_s e^2/mc^2 \equiv \delta_L^{-2},$$

где N_s – плотность "сверхпроводящих" электронов, δ_L – лондоновская глубина проникновения. Относительно K_1 можно показать, что при комплексных qv эта функция обладает точками ветвления: $qv = \pm\omega$, $qv = \pm\sqrt{2\Delta\omega}$ и, поэтому, характерными масштабами, на которых она изменяется, являются значения $qv \sim \omega$ и $qv \sim \sqrt{2\Delta\omega}$.

При $qv \ll \omega$ после несложных вычислений находим

$$K_1(0) = 4\pi(N - N_s)e^2/mc^2.$$

Заметим, что при этом $K = K_0 + K_1 = 4\pi Ne^2/mc^2$, как и должно быть в соответствии с галилеевской инвариантностью.

В области $qv \gg \omega$, функция K_1 убывает при возрастании q. Это дает нам возможность вычислять интеграл (3), разлагая подинтегральное выражение по K_1. Выполнение неравенства $K_0 \gg K_1$ в конечном счете приводит к ограничению на рассматриваемые нами расстояния со стороны больших z. При $N \sim N_s$, т. е. при промежуточных температурах, полученные ниже результаты справедливы при $z \ll v/\omega$.

Итак, расписывая (3) при малых K_1 и пренебрегая членом q^2 по сравнению с K_0 (так как $z \gg v/\Delta$), найдем

$$A(z) = A_0(z) + A_1(z) = A_0(z) - (\pi K_0(0))^{-1}\bar{A}_0 \int_{-\infty}^{+\infty} dq K_1(q) e^{iqz} \quad (4)$$

(здесь $\bar{A}_0 = \int_0^\infty A_0(x)\,dx = H_0 K_0^{-1}(0)$). Интегрируя в (4) по q, ϵ и μ получаем (в предположении $\omega \ll \Delta^2/T$, $z \ll v/\omega$) (C – константа Эйлера)

$$A_1(z) = i\frac{3}{4}\bar{A}_0 \frac{N}{N_s}\frac{\omega}{v}\frac{\Delta}{T}\,\mathrm{ch}^{-2}\frac{\Delta}{2T}\; I\left(\frac{\omega}{v}z\right),$$

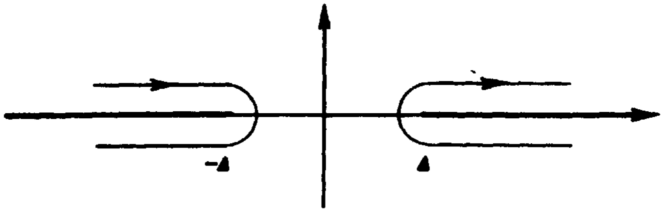
$$I(\tilde{z}) = \frac{1}{2}\ln^2\tilde{z} + \left(C + 1/2 - i\frac{\pi}{2}\right)\left(\ln\tilde{z} + \frac{1}{2}\right) + C^2/2 - \pi^2/24 -$$

$$- iC\pi/2 + \left(\ln\tilde{z} + C + \frac{1}{2} - i\frac{\pi}{2}\right)\Phi_1(\Delta/2T) + \Phi_2(\Delta/2T)$$

$$\Phi_1(\beta) = \int_1^\infty \frac{dt}{t} f(t), \quad \Phi_2(\beta) = \int_1^\infty \frac{dt}{t} f(t)\ln t, \quad (5)$$

$$f(t) = 1 - \frac{t^2}{(t^2-1)^{3/2}}\;\frac{\mathrm{ch}^2\beta}{\mathrm{ch}^2\dfrac{\beta t}{\sqrt{t^2-1}}}.$$

Формулы (5) показывают, что переменное поле способно проникать в сверхпроводник на достаточно большие расстояния $z \lesssim v/\omega$[1)]. При этом, конечно, предполагалось, что $\ell \gg v/\omega$, где ℓ – длина свободного пробега электрона.



Записывая уравнение Максвелла в координатном пространстве, легко убедиться, что разложение по величине K_1 по отношению к K_0, а также возможность пренебречь q^2 в точности соответствует условию равенства нулю полного тока $j_s + j_n = 0$ на больших расстояниях, где $j_n = \int K_1(x - x') A_0(x')\,dx' \approx K_1(x)\bar{A}_0$, в соответствии с соображениями, приведенными в начале статьи. Отсюда следует, что формулы (5) сохраняют свой вид и в предположении диффузного характера отражения электронов от границы металла. Однако в этом случае $\bar{A}_0 = 3\sqrt{3}H_0\delta^2/4$, где δ – глубина проникновения статического поля в пиппардовский сверхпроводник.

Вычисление коэффициента прохождения излучения через относительно толстые пленки наиболее просто выполнить при условии диффузного отражения электронов от границ пленки, поскольку в этом случае можно пренебречь отраженной волной. В результате легко получить

$$\eta(d) = \left|\frac{E_1(d)}{H_0}\right|^2 = \left(\frac{9\sqrt{3}}{16}\,\frac{\omega^2}{cv}\,\delta^2\,\frac{N}{N_s}\,\frac{\Delta}{T}\right)^2 \mathrm{ch}^{-2}\frac{\Delta}{2T}\left|I(d)\right|^2. \quad (6)$$

При оценках будем пользоваться экспериментальным законом $\delta \sim \delta_0(1 - t^4)^{1/2}$, скорость v удобно выразить через длину корреляции $\xi_0 = 0{,}18\hbar v/kT_c$. Для пленки индия ($\delta = 6{,}4\cdot 10^{-5}$ *см*) толщиной $d = 5\cdot 10^{-4}$ *см*, на которую падает излучение с длиной волны $\lambda = 3$ *см* получаем (при $\Delta(0)/2T = 0{,}9$) $\eta \sim 10^{-11}$. Эффект такой величины доступен для наблюдения [2)].

---

1) Наличие особенности при $qv = \sqrt{2\Delta\omega}$ приводит к зависимости $A(z)$ от параметра $(\sqrt{2\Delta\omega}/v)\,z$, однако, при $\omega \ll \Delta$ соответствующие члены малы.

2) Эффект, связанный с выбросом возбуждений из скин-слоя мог бы существовать и в нормальном металле. Соответствующие вычисления сильно усложняются нелокальностью задачи в нормальном металле (в связи с отсутствием мейсснеровского тока). В [4] этот вопрос исследован только в предельном случае $\omega\tau \ll 1$, обратном рассмотренному выше.

В заключение авторы выражают признательность М.Я. Азбелю, Г.М.Элиашбергу и А.И.Русинову за полезные обсуждения.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
19 октября 1971 г.

Литература

[1] А.А.Абрикосов, Л.А.Фальковский. ЖЭТФ, 40, 262, 1961.

[2] А.А.Абрикосов, Л.П.Горьков, И.Е.Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике. Физматгиз, 1962.

[3] Л.П.Горьков, Г.М.Элиашберг. ЖЭТФ, 54, 612, 1968.

[4] G.E.H.Reuter, E.H.Sondheimer. Proc. Roy. Soc., A195, 336, 1948.