Письма в ЖЭТФ, том 15, вып.7, стр. 441 – 445 5 апреля 1972 г.

ЭФФЕКТЫ, СВЯЗАННЫЕ С РЕЗОНАНСНЫМ ПОВЕДЕНИЕМ ЩЕЛИ В СВЕРХПРОВОДНИКЕ

Б.И.Ивлев

Поведение сверхпроводников в переменных электромагнитных полях обладает рядом особенностей. Так,например, если частота падающего на сверхпроводник излучения превышает удвоенное значение щели, то возможно одноквантовое поглощение излучения с разрывом куперовской пары. Этот эффект линеен по полю. Однако помимо линейных членов выражение для тока содержит члены высших степеней поля. К ним относятся члены кубичные по потенциалу поля, отвечающие двухквантовым эффектам, а также члены, обусловленные колебаниями модуля щели. Последние, как будет показано ниже, приводят к своеобразной частотной зависимости нелинейных характеристик сверхпроводника.

С этой целью найдем изменение равновесного значения щели под действие слабого переменного поля. Это поле будем предполагать поперечным, а фазу Δ равной нулю. Пусть также все происходит в плоской пленке, толщина которой мала по сравнению с пространственными масштабами изменения Δ и $\mathbf{A}$, так что можно не рассматривать координатную зависимость этих величин. И пусть имеется достаточное количество примесей, что позволяет не учитывать характер отражения электрона от границы образца.

Поправка к щели

$$\Delta_\omega = \lambda \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{d\epsilon}{4\pi i} \int \frac{d0_{\mathbf{p}}}{4\pi} f_{\epsilon\epsilon-\omega} \qquad (1)$$

выражается через функцию Грина $F_{\epsilon\epsilon-\omega}(\mathbf{p})$, проинтегрированную по $\xi = \mathbf{v}(\mathbf{p}-\mathbf{p}_0)$ $f_{\epsilon\epsilon-\omega} = \int F_{\epsilon\epsilon-\omega}(\mathbf{p})\,d\xi$.

Для проинтегрированных по ξ функций имеем систему уравнений, полученную Элиашбергом [1]

$$\omega g_{\epsilon\epsilon-\omega} = \left\{ \frac{e}{c}\mathbf{v}\mathbf{A}g - g\frac{e}{c}\mathbf{v}\mathbf{A} - \Delta f + f\Delta \right\}_{\epsilon\epsilon-\omega} + I^{(ph)}_{\epsilon\epsilon-\omega}, \qquad (2)$$

$$(2\epsilon-\omega) f_{\epsilon\epsilon-\omega} = \left\{ \frac{e}{c}\mathbf{v}\mathbf{A}f + f\frac{e}{c}\mathbf{v}\mathbf{A} - g\Delta - \Delta g \right\}_{\epsilon\epsilon-\omega} + K^{(ph)}_{\epsilon\epsilon-\omega},$$

где в правой и левой части подразумевается усреднение по направлениям импульса, а $I^{(ph)}$ и $K^{(ph)}$ представляют собой интегралы столкновений, обусловленные взаимодействием с фононами, явное выражение для которых слишком громоздко.

Решение (2) во втором порядке по полю без учета энергетической релаксации, за которую ответственны интегралы столкновений, имеет вид

$$\Delta_\omega \frac{4\Delta^2-\omega^2}{2\omega\Delta}\int\frac{d\epsilon}{2\epsilon-\omega}\left(f_\epsilon^{(o)}-f_{\epsilon-\omega}^{(o)}\right)=\int\frac{d\epsilon}{2\epsilon-\omega}\times$$

$$\times\left\{\frac{e}{c}\mathbf{v}\mathbf{A}\left(f^{(1)}-\frac{2\Delta}{\omega}g^{(1)}\right)+\left(f^{(1)}+\frac{2\Delta}{\omega}g^{(1)}\right)\frac{e}{c}\mathbf{v}\mathbf{A}\right\}_{\epsilon\epsilon-\omega}, \qquad (3)$$

где $f^{(o)}$ и $f^{(1)}$ функции соответственно в нулевом и первом порядке по полю

$$f_\epsilon^{(o)}=2i\pi\Delta\,\mathrm{th}\frac{|\epsilon|}{2T}\frac{\theta(\epsilon^2-\Delta^2)}{\sqrt{\epsilon^2-\Delta^2}}.$$

Из формулы (3) видно, что поведение малой нестационарной добавки к равновесному значению щели обладает существенной особенностью. На частоте $\omega=2\Delta$ она ведет себя резонансным образом, т. е. возможны собственные колебания Δ_ω в отсутствии внешнего периодического поля. Если же частота возмущения, стоящего в правой части (3) близка к 2Δ, то будет происходить раскачка колебаний до величины, определяемой во всяком случае нелинейными эффектами. Однако уже в линейном по интенсивности поля приближении, соответствующем уравнению (3), возможно установление конечной амплитуды колебаний за счет релаксации по энергиям функции распределения одночастичных возбуждений, возмущенной колебаниями щели, к равновесному значению. Эти процессы приводят к появлению затухания собственных колебаний Δ_ω малого по величине за счет большого времени, связанного с неупругими столкновениями с фононами. Для нахождения этого затухания необходимо учесть интегралы столкновений в правой части равенства (2).

Правая часть (3) при $\omega=2\Delta$ не содержит нулей и особенностей и при $|\omega-2\Delta|\ll\Delta$ получаем

$$\Delta_\omega=3K\left(\frac{1}{2}\right)\frac{\sqrt{\Delta|\omega-2\Delta|}}{\omega-2\Delta+i\gamma}D\left(\frac{e}{c}\right)^2\mathbf{A}^2_{\omega/2}\begin{cases}\dfrac{1}{\pi}, & \omega<2\Delta\\[2ex] \dfrac{1}{\ln(3+2\sqrt{2})}, & \omega>2\Delta\end{cases}, \qquad (4)$$

где $K\left(\frac{1}{2}\right)$ – полный эллиптический интеграл первого рода, $D=v^2\tau/3$ – коэффициент диффузии.

Величина γ в пределе низких температур $T\ll\Delta$

$$\gamma=15(1-2^{-7/2})\pi^{3/2}\lambda\,\zeta\left(\frac{7}{2}\right)\left(\frac{\Delta}{p_0 s}\right)^2\left(\frac{T}{\Delta}\right)^{7/2}\Delta, \qquad (5)$$

где $\zeta(7/2)$ – дзета-функция Римана, s – скорость звука. Ясно, что по порядку величины формула (5) дает значение γ и при $T\sim\Delta$. При низких температурах помимо $(\Delta/p_0 s)^2 << 1$ затухание содержит дополнительную малость $(T/\Delta)^{7/2}$, что усиливает эффект.

Наличие примесей не сказывается на величине затухания. Размытие корневой особенности в плотности состояний сверхпроводника, обусловленное анизотропией, неоднородностями и т. п. также не приводит к появлению мнимой части в знаменателе выражения (4), а лишь сдвигает его ноль. В этом проще всего убедиться на примере сплава с парамагнитными примесями, в котором указанное размытие имеет место [2]. В случае большой концентрации парамагнитных примесей $\Delta r_s << 1$ в левой части (3) стоит выражение

$$\Delta_\omega\left[\omega^2 - 4\Delta^2\left(1 - \frac{1}{\Delta^2 r_s^2}\right)\right]\int\frac{d\epsilon}{2\epsilon - \omega}\left(\frac{\mathrm{th}\frac{\epsilon}{2T}}{\epsilon^2 + r_s^{-2}} + \frac{\mathrm{th}\frac{\epsilon - \omega}{2T}}{(\epsilon - \omega)^2 + r_s^{-2}}\right) \qquad (6)$$

не имеющее нулей. При малой концентрации парамагнитных примесей $\Delta r_s >> 1$ нуль будет определяться прежним выражением $\omega^2 - 4\Delta^2 = 0$. Таким образом, появление особенности связано с наличием достаточно резкого максимума в плотности состояний.

Учет координатной зависимости $\Delta_\omega(\mathbf{k})$, как показывает расчет, приводит к увеличению частоты собственного колебания на величину пропорциональную v^2k^2/Δ, однако одновременно появляется затухание того же порядка. Т. е. относительно долгоживущими являются пространственно однородные гармоники Δ_ω, и наиболее выраженным эффект будет в малых образцах и тонких пленках, где отсутствует координатная зависимость щели. В таких образцах затухание собственных колебаний Δ_ω при конечных температурах обусловлено механизмом фононной релаксации (5) и является малым.

Возвращаясь к электромагнитным свойствам сверхпроводников, можно видеть, что нелинейная часть тока, пропорциональная Δ_ω, будет обладать характерной частотной зависимостью типа (4). Для получения соответствующего отклика в токе можно воспользоваться методом усреднения по примесям [3]. В результате вычисления при $|\omega - \Delta| << \Delta$

$$\mathbf{J}_{3\omega} = a\frac{\sigma}{c}\Delta_{2\omega}\mathbf{A}_\omega\,. \qquad (7)$$

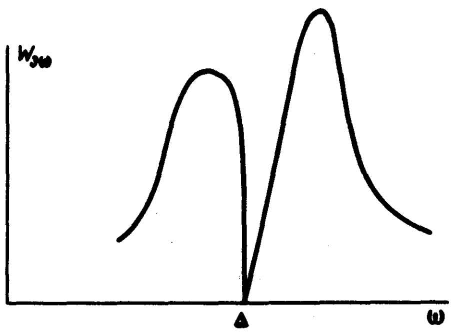
Комплексная величина a может быть выражена через эллиптические интегралы

$$a = \frac{1}{2i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\theta(x^2-1)\,dx}{\sqrt{x^2-1}}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\zeta^R_{x+1}} - \frac{1}{\zeta^R_{x+3}}\right)\left(5x + 2 + \frac{\zeta^R_{x+1}\zeta^R_{x+3}}{x+2}\right) - \frac{4}{\zeta^R_{x+3}}\right],$$

где

$$\zeta_x^R = \begin{cases} \sqrt{x^2-1}\,, & x > 1 \\ i\sqrt{1-x^2}, & |x| < 1. \\ -\sqrt{x^2-1}, & x < -1 \end{cases}$$

Нелинейная добавка к току, как видно из (7) и (4), обладает резким раздвоенным максимумом при $\omega - 2\Delta \sim \gamma$. В эксперименте указанный эффект может быть обнаружен при наблюдении за интенсивностью $W_{3\omega}$ гармоники электромагнитного поля частоты 3ω, генерируемой сверхпроводящим образцом, при облучении его внешним полем с частотой ω. $W_{3\omega}$ пропорциональна кубу интенсивности исходного поля, и ее зависимость от частоты схематически изображена на рисунке. Отношение максимального значения интенсивности гармоники $W_{3\omega}$ к ее значению вдали от резонанса составляет $\Delta/\gamma \sim (\omega_D/T_c)^2$, где ω_D – дебаевская частота.



Гармоники $j_{5\omega}$ и так далее также обладают указанной особенностью, но содержат дополнительную малость интенсивности поля. При вычислении Δ_ω считалось малым по сравнению с невозмущенным значением Δ, что возможно при $(H/H_c)^2 << T_c/\omega_D$. В реальной экспериментальной ситуации $\Delta \sim T$ и для наблюдения резонанса требуются волны миллиметрового диапазона.

Следует заметить, что рассмотренные особенности поведения щели, на которые указывалось еще в работе [4], тесно связаны с коллективными возбуждениями в сверхпроводниках [5].

Я благодарен Г.М.Элиашбергу за постановку задачи и руководство работой.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау

Поступила в редакцию
2 марта 1972 г.

Литература

[1] Г.М.Элиашберг. ЖЭТФ, 61, 1254, 1971.

[2] А.А.Абрикосов, Л.П.Горьков. ЖЭТФ, 39, 1781, 1960.

[3] Л.П.Горьков, Г.М.Элиашберг. ЖЭТФ, 56, 1297, 1969.

[4] A. Schmid. Phis. Kondens. Mater., 8, 129, 1968.

[5] В.Г.Вакс, В.М.Галицкий, А.И.Ларкин. ЖЭТФ, 41, 1655, 1961.