*Письма в ЖЭТФ, том 15, вып. 11, стр. 686 – 689 20 июня 1972 г.*

# СТАТИСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ВЫЧИСЛЕНИЮ РЕЗОНАНСНЫХ ШИРИН И МНОЖЕСТВЕННОСТИ В ДУАЛЬНЫХ МОДЕЛЯХ

*М.И. Горенштейн, Г. М. Зиновьев, В.И. Макаров, В. А. Миранский, В. П. Шелест*

Большая вырожденность резонансного спектра в дуальных моделях (ДРМ) естественно приводит к статистическому описанию их физических характеристик [1]. Однако, в имеющихся в настоящее время работах по сути рассматривалась лишь такая величина – средний спин.

В настоящей статье мы делаем следующий шаг в этом направлении, изучая в рамках статистического подхода полные и парциальные ширины резонансов, а также множественность рождения стабильных мезонов (условно – $\pi$-мезонов) в ДРМ.

Принимая, в соответствии с экспериментом, каскадный распад резонансов [2] и схему унитаризации ДРМ, предложенную в [3], получаем следующее выражение для полной ширины резонанса $|\{\ell\}>$

$$\Gamma = \frac{\gamma^2 a'}{8\pi^2} \int \frac{d^3p}{2p_0} \sum_{\{\ell'\}} <\{\ell\}| V(p)\delta(H - a(M'^2))|\{\ell'\}><\{\ell'\}|V(-p)|\{\ell\}>, \tag{1}$$

где $\gamma$ – константа взаимодействия, $a(x) = a(0) + a'x$ – траектория Редже,

$$V(p) = \exp\left[-\sqrt{2a'}p \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^{(n)+}}{\sqrt{n}}\right] \exp\left[\sqrt{2a'}p \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^{(n)}}{\sqrt{n}}\right]$$

– обычная вершина амплитуды Венециано, $H = -\sum_{\mu=0}^{3} g_{\mu\mu} \sum_{n=1}^{\infty} n a_{\mu}^{(n)+} a_{\mu}^{(n)}$;

$g_{\mu\mu} = (1, -1, -1, -1)$

$M'$ – масса вторичного резонанса, которая определяется из кинематики процесса

$$M'^2 = M^2 + m^2 - 2M\sqrt{m^2 + p^2} \tag{2}$$

$M$ – масса распадающегося резонанса, $m$ – масса $\pi$-мезона.

С ростом $M$, число возможных каналов распада растет экспоненциально и вычислить (1) чрезвычайно сложно. Для решения этой задачи мы воспользуемся методами статистической механики.

Первый шаг, который мы делаем, состоит в замене в (1) $\delta$-функции оператором канонического распределения:

$$\delta(H - a(M'^2)) \to C \frac{1}{T'(p)} e^{-\frac{H}{T'(p)}}, \tag{3}$$

где $C$ – некоторая постоянная.

Такая замена для других целей уже использовалась в работе [4], где было показано, что для сохранения в ДРМ реджистских свойств, введенная в (3) температура должна быть пропорциональна квадрату массы резонанса: $T'(p) = ka(M'^2)$.

Перепишем теперь (1) как

$$\Gamma = \frac{\gamma^2 a' C}{8\pi^2} \int \frac{d^3p}{2p_0} \frac{1}{T'(p)} <\{\ell\}| V(p) e^{-\frac{H}{T'(p)}} V(-p)|\{\ell\}>. \tag{4}$$

Интересующая нас величина $\bar{\Gamma}$ находится усреднением по микроканоническому ансамблю внешних состояний $|\{\ell\}>$ с энергией, равной собственному значению $H\ \alpha(M^2) = N$, в виде [5]:

$$\bar{\Gamma} = \frac{\gamma^2 \alpha' C}{8\pi^2} \int \frac{d^3p}{2p_0} \frac{1}{T} \frac{1}{\oint dz z^{-N-1} \mathrm{Sp}\, z^H} \oint dz z^{-N-1} \mathrm{Sp}[z^H V(p) e^{-\frac{H}{T'}} V(-p)]. \tag{5}$$

Анализ выражения (5) показывает, что в области $T'(p) < T$, где $T$ – температура, определяющаяся из условия совпадения средней энергии канонического ансамбля внешних состояний с энергией микроканонического ансамбля, равной $N = \alpha(M^2)$ (при больших $N$, $T \approx \sqrt{\frac{3}{2\pi^2}}\, N$ [1]), подынтегральное выражение в (5) экспоненциально убывает с ростом $T$. В области же $T'(p) > T$ можно воспользоваться методом перевала (что эквивалентно переходу к каноническому ансамблю) и получить в пределе больших $M$:

$$\bar{\Gamma} = \frac{\gamma^2 \alpha' C}{8\pi^2} \int \frac{d^3p}{2p_0} \frac{1}{T'} e^{-\frac{\alpha(M^2)}{T'}} \left(1 - e^{-\frac{1}{T'}}\right)^{2\alpha' m^2} \exp\left[-2\alpha' m^2 \times \right.$$

$$\left. \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\frac{n}{T}}\left(1 - e^{-\frac{n}{T'}}\right)\left(e^{\frac{n}{T'}} - 1\right)}{n\left(1 - e^{-\frac{n}{T}}\right)}\right] \approx \frac{\gamma^2 C}{8\pi} \int_T^{k(\alpha' M^2 - 2\alpha' M m)} \frac{dT'}{kM} \times$$

$$\times \sqrt{\left(\frac{\alpha' M^2 - \frac{T'}{k}}{2\alpha' M}\right)^2 - m^2}\, (T')^{-1-2\alpha' m^2} e^{-\frac{\alpha(M^2)}{T'}} \left(\frac{\sin\frac{\pi T}{T'}}{\frac{\pi T}{T'}}\right)^{2\alpha' m^2} \approx$$

$$\approx \mathrm{const} \cdot \gamma^2 \left(\alpha(M^2)\right)^{-2\alpha' m^2}. \tag{6}$$

В (6) сумма в показателе экспоненты вычислена переходом к интегрированию.

Таким образом, для отрицательных $\alpha(0)$ (именно для таких $\alpha(0) = -\alpha' m^2$ построены сейчас дуальные модели) полная средняя ширина с ростом $M$ убывает как $(M^2)^{2\alpha(0)}$.

Из-за отсутствия общепринятой интерпретации духовых состояний трудно сделать окончательный вывод об истинном физическом смысле убывания ширины $\bar{\Gamma}$ (6) ("духи" в ДРМ должны обладать отрицательной шириной). Ясно только, что такое поведение свидетельствует в пользу самосогласованности схемы унитаризации ДРМ [3, 6], в основе которой лежит предположение о малости резонансных ширин.

Подынтегральная функция в (6) позволяет сделать выводы о поведении парциальных ширин в ДРМ . В частности, ее максимум (наиболее вероятное значение $T'$) находится в точке $T' \approx (1/2)\alpha(M^2)$ (при $\alpha(0) << 1$).

Рассмотрим теперь вопрос о средней множественности. Если среднее значение квадрата массы вторичного резонанса равно $M'^2 = rM^2$, то среднее число $\pi$-мезонов ($n$) при каскадном распаде резонанса с $M^2 = s$ определяется условием

$$s_0 = r^n s \tag{7}$$

где $s_0$ – некоторое небольшое значение квадрата энергии, ниже которого статистическое рассмотрение теряет силу. Из (7) получаем

$$n = -\frac{1}{\ln r} \ln s - \ln s_0 . \tag{8}$$

Пользуясь (6), можно найти

$$\bar{M}'^2 = \frac{\bar{T}'}{\alpha'} = \frac{1}{\alpha'} \frac{1}{\int_T^{T'_{max}} dT' f(T')} \int_T^{T'_{max}} dT' T' f(T') ,$$

где $f(T')$ – есть подынтегральное выражение в (6).

В пределе $M \to \infty$ , принимая определение $T'$, данное в [4], которое при $\alpha(0) << 1$ дает $k \approx 1$, получаем $\bar{M}'^2 = \frac{1}{2} M^2$, т. е.

$(-1/\ln r) \approx (1/\ln 2) \approx 1{,}4$, что близко к данным эксперимента.

Авторы выражают глубокую благодарность Н.Н.Боголюбову за интерес к работе и полезные советы. Мы благодарны также Д.И.Блохинцеву, А.Н.Тавхелидзе, Д.В.Ширкову за критические замечания и обсуждения.

Институт теоретической физики
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
17 апреля 1972 г.

## Литература

[1] См., например, M.I.Gorenstein et al. Lett. al Nuovo Cim., 3, 347, 1972 (и приведенные в ней ссылки).

[2] H.M.Chan, T.S.Tsou. Phys. Rev., D4, 156, 1971.

[3] A.Di Giacomo, S.Fubini, L.Sertorio, G.Veneziano. Phys. Lett., 33B, 171, 1970; G.Veneziano, M.I.T.preprint No. 200, 1971.

[4] L.N.Chang, P.G.O.Freund, Y.Nambu. Phys. Rev. Lett., 24, 628, 1970.

[5] Керзон Хуанг. Статистическая механика , М., изд. Мир, 1966.

[6] M.B.Green, G.Veneziano. Phys. Lett., 36B, 477, 1971.