ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ СВЕРХТЕКУЧЕЙ ЖИДКОСТИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Ю.Г.Мамаладзе, О.Д.Чейшвили

В работе [I] было показано, что в бесконечной плоской щели плотность сверхтекучей компоненты неподвижного гелия II описывается функцией, имеющей максимум в середине щели и нули на ее стенках и обращающейся тождественно в нуль при $d = d_c$, где d_c -критическая ширина щели, равная $d_c = \pi a_0$; a_0- характеристический размер, зависящий от температуры $(a_0 \approx 4{,}3 \cdot 10^{-8} (T_\lambda - T)^{-1/2} см)$. Можно показать, что плотность сверхтекучей компоненты неподвижного гелия в цилиндрическом капилляре ведет себя аналогичным образом, причем критический радиус $R_c = j_{01} a_0 \approx 2{,}4 a_0$, где j_{01} - первый корень функции Бесселя J_0. Естественно поэтому считать, что наличие критических размеров $\delta_c \equiv D_c / a_0 \sim 3 \div 5$ и наличие градиента ρ_s поперек канала при $\delta \geq \delta_c$ является общим свойством узких каналов (пор) любой формы.

В связи с этим, рассматривая задачу о распределении плотности (неподвижной) сверхтекучей компоненты в пористой среде, естественно предпринять попытку обойти трудности, связанные с необходимостью учета сложных граничных условий, усреднив волновую функцию $\Psi = f\,exp(i\varphi)$ по объему, содержащему достаточно много пор ($\rho_s = m f^2 \alpha / \beta$, где m-масса атома гелия, $\alpha \approx 4{,}5 \cdot 10^{-17} (T_\lambda - T)$ эрг, $\beta \approx 4 \cdot 10^{-40}$ эрг$\cdot$см^3; в неподвижном гелии $\varphi = const$). Соответственно следует изменить уравнение, определяющее f, использовав с этой целью представление градиента неусредненной функции f в виде суммы среднего градиента и "мелкомасштабного" градиента поперек канала, которые можно записать соответственно как Δf и $\sim f/\delta$ (∇ обозначает дифференцирование по координатам, измеряемым в единицах a_c). После усреднения свободная энергия единицы объема запишется в виде (ср. [I]):

$$F = (\nabla f)^2 - \alpha^2 f^2 + \frac{1}{2} f^4 + F_0 , \qquad (I)$$

где F измеряется в единицах α^2/β, $a \sim (1-1/\delta^2)^{1/2}$ или, точнее, $a = (1-\delta_c^2/\delta^2)^{1/2}$ (такая запись a будет оправдана ниже)

$$F_0 \neq F_0(f, \nabla f).$$

Минимизация $\int F dV$ по f приводит тогда к уравнению

$$\Delta f + a^2 f - f^3 = 0, \qquad (2)$$

заменяющему соответствующее уравнение работы [I] и переходящему в него при $a = $ I, т.е. при $\delta = \infty$.

В бесконечной пористой среде, заполненной неподвижным жидким гелием, $\Delta f = 0$ и $f = a$. Поэтому естественно, что при $\delta = \infty$ получаем $a = 1$, а при $\delta = \delta_c$ имеем $a = 0$.

Рассмотрим некоторые частные решения уравнения (2). Пусть полупространство $x<0$ является твердым телом (где $f \equiv 0$), а полупространство $x>0$ занято пористой средой с жидким гелием. Тогда

$$f = a\, th \frac{ax}{\sqrt{2}}. \qquad (3)$$

Здесь интересно отметить увеличение в $1/a$ раз (по сравнению со случаем $\delta = \infty$ [I]) расстояния от стенки, на котором th практически равен единице.

Если же к пористому полупространству $x>0$ слева примыкает не твердое тело, а жидкий гелий II, то решение уравнения (2), непрерывное вместе со своей первой производной при $x=0$, имеет вид

$$f = \begin{cases} -th\left(\frac{x}{\sqrt{2}} - Arth\sqrt{\frac{1+a^2}{2}}\right) & \text{при } x<0 \\ a\, cth\left(\frac{ax}{\sqrt{2}} + Arcth\sqrt{\frac{1+a^2}{2a^2}}\right) & \text{при } x>0 \end{cases} \qquad (4)$$

Интересно отметить, во-первых, что формула (4) дает $f>a$ во всем объеме $x>0$, и, во-вторых, что даже при $a=0$ ($\delta=\delta_c$!) $f \neq 0$:

$$f = \begin{cases} -th\left(\frac{x}{\sqrt{2}} - Arth\frac{1}{\sqrt{2}}\right) & \text{при } x<0 \\ \frac{\sqrt{2}}{x+2} & \text{при } x>0 \end{cases} \qquad (5)$$

Эти эффекты увеличения плотности сверхтекучей компоненты в пористой среде, соседствующей со свободным объемом сверхтекучей жидкости, связаны, очевидно, с распространением волнового поля конденсата на соседние области, приводящим в случае сверхпроводников к эффекту Джозефсона [2]. Аналогичные эффекты могут наблюдаться и в мелкопористой перегородке, разделяющей два объема сверхтекучей жидкости.

Институт физики
Академии наук
Грузинской ССР

Поступило в редакцию
10 июня 1965 г.

Литература

[1] В.Л.Гинзбург, Л.П.Питаевский. ЖЭТФ, 34, 1240, 1958.

[2] B.D. Josephson, Phys. Lett., 1, 251, 1962.