

ОБ ОДНОМЕРНОЙ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ

Ю.А.Бычков, Л.П.Горьков, И.Е.Дзялошинский

Появление работы Литтла [1] вызвало большой интерес к одномерным проводящим системам, каковыми являются молекулы некоторых линейных полимеров. В связи с этим нами была исследована модель

одновалентного металла с учетом как взаимодействия электронов между собой за счет кулоновских сил и поляризации [1], так и взаимодействия электронов с ионами (фононами). Существенно при этом, что наша система, будучи одномерной, является в то же время в отношении кулоновских сил достаточно "толстой". В этом смысле она подобна молекулам полимера, у которых поперечные размеры основной цепи составляют всегда несколько ангстрем, а дебаевский радиус не превосходит 1 \AA [1]. Плазменная частота такой системы ω_p не отличается по порядку величины от ω_p трехмерного металла. Низкочастотные колебания электронной плотности таким образом запрещены, и это позволяет вообще не учитывать взаимодействия электронов с малой передачей импульса.

Взаимодействие с большой передачей импульса выбиралось нами в форме

$$\Gamma_{\alpha\beta, \gamma\delta}^{(0)}(p_1 p_2, p_3 p_4) = g (\delta_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\delta} - \delta_{\alpha\delta} \delta_{\beta\gamma}) - \lambda^2 \delta_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\delta}. \quad (1)$$

Константа g описывает кулоновское взаимодействие и взаимодействие Литтла [1], она эффективна только на межатомных расстояниях, что приводит к обрезанию соответствующих интегралов при атомных энергиях ϵ_0 . λ - постоянная электрон-фононного взаимодействия, является дальнодействием, последнее обрезается на дебаевской частоте ω_D . Постоянные λ и g считались малыми, и при вычислениях удерживались только члены порядка $g^{n+1} \ln^n \epsilon_0 / T_c$ (или $\lambda^{2n+2} \ln^n \omega_D / T_c$), где T_c - температура перехода. Подробный анализ, ход которого кратко описан ниже, показал, что:

1) При наличии эффективного притяжения система всегда переходит в сверхпроводящее состояние. Температура перехода и совпадающая с ней в нашем приближении энергетическая щель $\Delta_{\text{эфф}}$ равна:

$$\begin{aligned} T_c &= \epsilon_0 \exp\left(\frac{\pi v}{g}\right) && \text{при } \frac{g}{\pi v} \ln \frac{\epsilon_0}{\omega_D} < -1, \\ T_c &= \omega_D \exp\left(\frac{\pi v}{g - \lambda^2}\right) && \text{при } \frac{g}{\pi v} \ln \frac{\epsilon_0}{\omega_D} > -1; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\bar{g} = g / \left(1 + \frac{g}{\pi v} \ln \frac{\epsilon_0}{\omega_D}\right),$$

где v - скорость на поверхности Ферми.

2) Сверхпроводящий переход обязательно сопровождается удвоением периода решетки, т.е. реальным сдвигом ионов. Поэтому эффективная щель $\Delta_{\text{эфф}}^2 = |\Delta|^2 + |\delta|^2$, где Δ обязана своим возникновением куперовскому спариванию, а δ - удвоению периода. Сверхпроводящий ток при этом пропорционален

$$J_{\text{сверх}} \sim |\Delta|^2 / \Delta_{\text{эфф}}^2$$

и, таким образом, обращается в нуль при отсутствии спаривания.

3) Если взаимодействие является эффективным отталкиванием ($g > 0, \bar{g} - \lambda^2 > 0$), система остается нормальным металлом при любых температурах.

Удвоение периода при сверхпроводящем переходе является специфической чертой одномерных систем. Если в трехмерном случае для

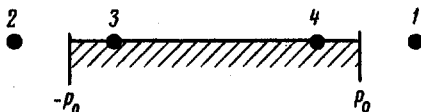


Рис. I

появления сверхпроводимости существенно только взаимодействие двух электронов (или двух дырок), лежащих вблизи ферми-поверхности, то в одномерном столь же существенно взаимодействие электрона I и дырки 3 (электрона 2 и дырки 4) на рис. I. Таким образом специфическими для одномерной сверхпроводимости будут не пары, а четверки. На языке диаграмм это означает, что наряду куперовской диаграммой рис. 2а, имеющей при малых $p_1 + p_2$ порядок величины $g^2 \ln \epsilon_0 / (p_1 + p_2)$, нужно учесть и диаграмму, имеющую при $p_1 - p_3 \approx 2p_0$ тот же порядок $[g^2 \ln \epsilon_0 / (p_1 - p_3 - 2p_0)]$. Легко понять, что в нашем приближении, когда $g \ln \epsilon_0 / (p_1 + p_2) \sim v$, существенными будут также и все диаграммы типа рис. 2в. Отличительным свойством этого класса диаграмм является то, что любую из них можно разделить на две части, разрезав две внутренние линии.

Нахождение суммы всех диаграмм такого типа, так называемого

"паркета", сводится к решению системы нелинейных интегральных уравнений, установленной Дятловым, Судаковым и Тер-Мартirosяном [2]. Конкретный вид системы зависит от синовой структуры взаимодей-

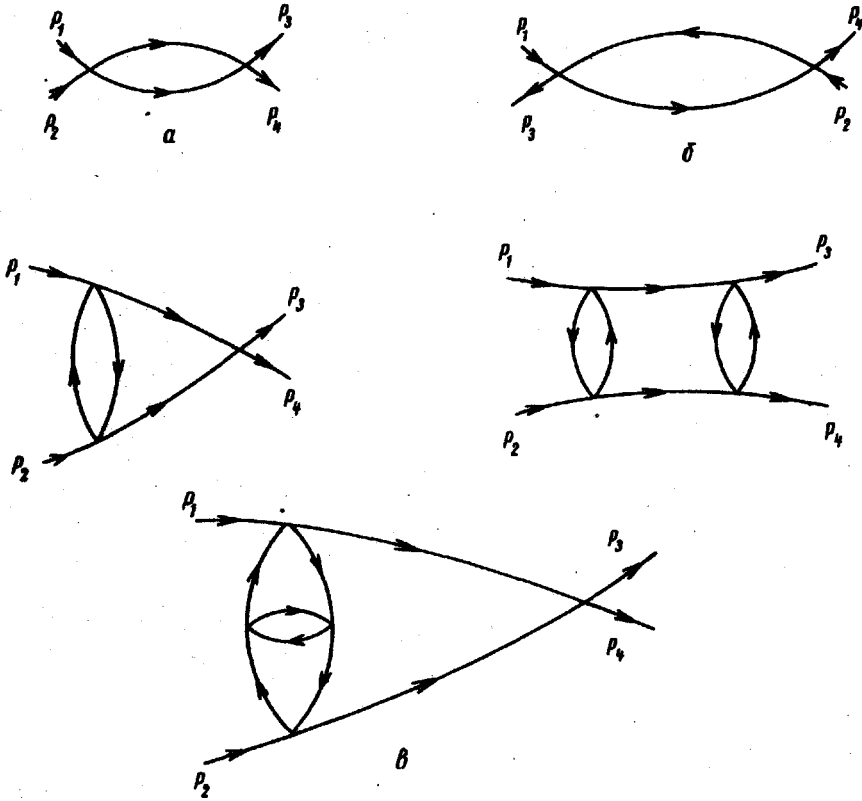


Рис. 2

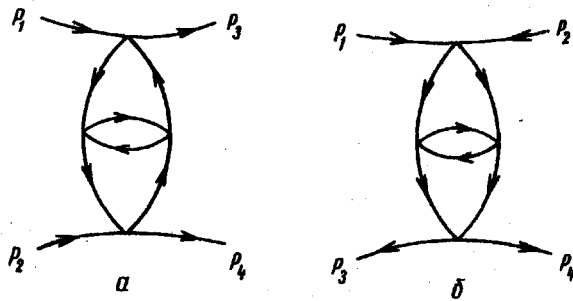


Рис. 3

вия. В нашем случае, когда зависимость полной вершинной части Γ от синова при $p_1 p_4 \sim -p_2 p_3 \sim p_0$, определяется формулой

$$\Gamma_{\alpha\beta,\gamma\delta}(p_1 p_2, p_3 p_4) = \gamma_1 (\delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta} - \delta_{\alpha\delta} \delta_{\beta\gamma}) + \gamma_2 \delta_{\alpha\delta} \delta_{\beta\gamma},$$

система записывается как

$$\gamma_{2,3}(\eta, \xi) = s_{2,3}(\eta) + s_{2,3}(\eta) \int_{\eta}^{\xi} \gamma_{2,3}(\xi, \xi) d\xi + \int_0^{\eta} s_{2,3}(\xi) \gamma_{2,3}(\xi, \xi) d\xi, \quad (\eta < \xi);$$

$$\gamma_{\pm}(\xi, \eta) = \sigma_{\pm}(\xi) \mp \sigma_{\pm}(\xi) \int_{\xi}^{\eta} \gamma_{\pm}(\xi, \eta) d\xi \mp \int_0^{\xi} \sigma_{\pm}(\xi) \gamma_{\pm}(\xi, \eta) d\xi, \quad (\eta > \xi);$$

$$\gamma_1(\xi, \xi) = s_1(\xi) + \sigma_1(\xi) - \gamma_1^{(0)}, \quad \gamma_2(\xi, \xi) = s_2(\xi) + \sigma_2(\xi) - \gamma_2^{(0)}, \quad (\eta = \xi).$$

Здесь

$$\gamma_3 = -2\gamma_1 + \gamma_2, \quad \gamma_{\pm} = \gamma_1 \pm \gamma_2;$$

$$\xi = \frac{1}{2\pi v} \ln \frac{\epsilon_0}{v |p_1 + p_2|}, \quad \eta = \frac{1}{2\pi v} \ln \frac{\epsilon_0}{v |p_1 - p_3 - 2p_0|}.$$

Величины s и σ представляют собой суммы всех диаграмм, не разрезаемых соответственно по двум параллельным линиям с суммарным импульсом $p_1 + p_2$ (например, рис. 3а) и по двум антипараллельным линиям с разностью импульсов $p_1 - p_3$ (рис. 3б). Под импульсами в определении величин ξ и η надо понимать наибольшую из трех величин: собственно импульсов, частот и (в диаграммной технике при $T \neq 0$) температуры.

Система (4) может быть точно решена методом, предложенным Ансельмом [3]. При температурах выше точки перехода получаем

$$\begin{aligned} \gamma_1(\xi, \xi) &= \frac{g}{1 + 2g\xi}, & \gamma_2(\xi, \xi) &= \frac{1}{2} [\gamma_1(\xi, \xi) - g], & \xi < \xi_0, \\ \gamma_1(\xi, \xi) &= \frac{\bar{g} - \lambda^2}{1 + 2(\bar{g} - \lambda^2)(\xi - \xi_0)}, & \xi > \xi_0 &= \frac{1}{2\pi v} \ln \frac{\epsilon_0}{\omega_D}. \end{aligned} \quad (4)$$

Отсюда при $p_1 = -p_2, p_3 = p_0$ следует приведенные выше формулы для T_0 . Гриновская функция фононов при $k = 2p_0$ также имеет особенность в точке $T = T_0$.

$$D \sim (1 + 2g\xi)^{-3/4}. \quad (5)$$

При абсолютном нуле сверхпроводник описывается тремя гриновскими функциями:

$$G = -i \langle T a_p a_p^\dagger \rangle, \quad F^+ = \langle T a_p^\dagger a_p^\dagger \rangle, \quad \bar{G} = -i \langle T a_p a_{p-2p_0}^\dagger \rangle, \quad (6)$$

для которых можно написать замкнутую систему уравнений, аналогичную трехмерному случаю (см. например [4]). Ее решение имеет вид:

$$G = \frac{\omega + \epsilon_{op}}{\omega^2 + E_p^2}, \quad F^+ = \frac{-i \Delta^*(p)}{\omega^2 + E_p^2}, \quad \bar{G} = \frac{i \delta(p)}{\omega^2 + E_p^2}; \quad (7)$$

$$E_p^2 = \epsilon_{op}^2 + |\Delta(p)|^2 + |\delta(p)|^2.$$

Функции Δ и δ удовлетворяют интегральным уравнениям ($\xi_{3\varphi\varphi} = \frac{1}{2\pi v} \ln \frac{\epsilon_0}{\Delta_{3\varphi\varphi}}$)

$$\Delta\left(\eta = \frac{1}{2\pi v} \ln \frac{\epsilon_0}{v|p-p_0|}\right) = \beta_3(\eta) \int_{\eta}^{\xi_{3\varphi\varphi}} \Delta(\xi) d\xi + \int_0^{\eta} \beta_3(\xi) \Delta(\xi) d\xi, \\ \delta\left(\eta = \frac{1}{2\pi v} \ln \frac{\epsilon_0}{v|p-p_0|}\right) = -\sigma_+(\eta) \int_{\eta}^{\xi_{3\varphi\varphi}} \delta(\xi) d\xi - \int_0^{\eta} \sigma_+(\xi) \delta(\xi) d\xi, \quad (8)$$

которые имеют отличные от нуля решения лишь при $1 + 2g\xi_{3\varphi\varphi} = 0$.

Система уравнений для G , F^+ и \bar{G} позволяет найти ток, текущий в сверхпроводнике под действием переменного электрического поля E . Вычисления с учетом специфики кулоновских сил (см. [4], § 37) дают

$$J(\omega) = i \frac{2e^2 v}{\pi \omega} \frac{|\Delta|^2}{\Delta_{3\varphi\varphi}^2} E(\omega). \quad (9)$$

Заметим, наконец, что соображения в пользу невозможности существования одномерных сверхпроводников, развитые Фереллом [5], не представляются нам убедительными. Можно показать (это будет сделано в подробной статье), что наличие колебаний ионов (колебания электронов в нашей системе отсутствуют) приведет лишь к тому, что одномерный сверхпроводник будет всегда подобен сплаву.

Институт физических проблем
Академии наук СССР
Институт теоретической физики
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
15 июня 1965 г.

Литература

- [1] W.A.Little. Phys. Rev., 134, A1416, 1964.
- [2] И.Т.Дятлов, В.В.Судаков, К.А.Тер-Мартirosян. ЖЭТФ, 32, 767, 1957.
- [3] А.А.Ансельм,. ЖЭТФ, 38, 1887, 1960.
- [4] А.А.Абрикосов, Л.П.Горьков, И.Е.Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике. Физматгиз, 1962.
- [5] R.A.Ferrell. Phys. Rev. Lett., 13, 330, 1964.