

## ДРОБНЫЙ КВАНТОВЫЙ ЭФФЕКТ ХОЛЛА С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ МАГНИТНОЙ СИММЕТРИИ

И.Е.Дзялошинский

Плато в холловской проводимости при рациональных числах заполнения уровней Ландау может быть качественно понято в рамках представлений о симметрии состояний электронов во внешнем магнитном поле.

Открытый Стормером и др.<sup>1</sup> дробный и квантовый эффект Холла был немедленно объяснен в предположении, что при рациональном заполнении уровней Ландау (см. ниже) двумерная система взаимодействующих электронов образует "устойчивую жидкость". Устойчивость гарантируется двумя обстоятельствами: щелью в спектре электронных возбуждений и несжимаемостью. Более того, в серии работ Лафлина<sup>2</sup>, Холдейна<sup>3</sup> и Халперина<sup>4, 5</sup> была предложена исключительная по красоте схема построения конкретных волновых функций такой устойчивой жидкости, позволяющая описать большое число свойств спектра возбужденных состояний. В этой статье я хочу показать, что грубое свойство жидкости – ее устойчивость – может быть понято безо всяких вычислений в рамках развитых еще в 1964 году Заком и Брауном представлений о симметрии состояний электрона во внешнем магнитном поле (см., например, обзор Брауна<sup>6</sup>).

Согласно Заку и Брауну состояния и свободной и взаимодействующей двумерной системы электронов, помещенных в сильное перпендикулярное магнитное поле  $H$  и принадлежащих одному уровню Ландау, могут быть классифицированы по представлениям симметрии двумерно магнитного кристалла с периодами  $a_1$  и  $a_2$ , если объем его ячейки  $v = [a_1 a_2]$  удовлетворяет соотношению рациональности

$$\frac{eH}{2\pi \hbar c} v = \frac{p}{r}, \quad (1)$$

где  $p, r$  – несократимые целые числа. Состояния описываются обычными квази-импульсами  $k_1, k_2$ , а размер зоны Бриллюэна зависит от четности числа  $p$ : при нечетном  $p$  он равен  $2\pi^2/vr^2$ , а при четном –  $4\pi^2/vr^2$ . Исключительно интересно, что все состояния  $r$  – кратно вырождены. Это есть след бесконечно-кратного вырождения уровня Ландау для свободных электронов.

Если фактическое состояние системы взаимодействующих электронов действительно является вигнеровским кристаллом с какими-либо периодами  $a_1, a_2$  и плотностью электронов  $n = 1/v$ , то из сказанного выше следует, что такой кристалл будет диэлектриком: в зависимости от четности  $p$  либо  $2r$ , либо  $r$  первых зон полностью заполнены, а электронные возбуждения имеют щель. Такого рода вигнеровский кристалл рассматривался многими авторами, начиная с Лозовика и Юдсона<sup>7</sup>. Однако, по-видимому в этом состоянии дробный холл-эффект отсутствует (см., например,<sup>8</sup>).

Вигнеровский кристалл, однако, может оказаться энергетически невыгодным. Его энергию в этом случае можно понизить, не меняя его плотности (1) или, что тоже самое, степени заполнения уровня Ландау

$$\nu = n / \frac{eH}{2\pi \hbar c} = \frac{r}{p}, \quad (2)$$

добавляя пары дислокаций (а, может быть, и дисклинаций) до тех пор пока кристалл не расплавится<sup>1)</sup>. Разумеется после плавления классификация состояний по квази-импульсам  $k_1, k_2$  потеряет всякий смысл. Можно однако ожидать, что щели в плотности электронных состояний не закроются.

<sup>1)</sup> Такой механизм плавления двумерного кристалла рассматривали Нелсон и Халперин<sup>9</sup>.

Если плотность системы не удовлетворяет условию квантования (2), то уже в исходном вигнеровском кристалле  $1/n \neq \nu = [a_1 a_2]$  и вещество было и останется "металлом" с бесщелевым спектром. Условие квантования (2) означает по-существу, что зависимость плотности и  $\nu$  от химического потенциала является чертовой лестницей.

Отметим, наконец, что теория симметрии делает одно "негрубое" предсказание. А именно, электронные возбуждения должны быть  $r$  кратно вырожденны с  $r$  из (2). Интересно также, в какой мере сохраняется при плавлении, упомянутые выше  $r$  (или  $2r$ ) щелей (зон) в спектре. Аргументом в пользу последнего утверждения мог бы быть то, что оно не зависит от конкретного выбора периодов  $a_1, a_2$  пра-кристалла, а определяется лишь плотностью, т. е. опять-таки формулой (2).

#### Литература

1. Stormer H.L., Chang A., Tsui D.C., Hwang J.C.M., Gossard A.C., Wiegmann W. Phys. Rev. Lett., 1983, **50**, 1953.
2. Laughlin R.B. Phys. Rev. Lett., 1983, **50**, 1395.
3. Haldane F.D.M. Phys. Rev. Lett., 1983, **51**, 605.
4. Halperin B.I. Helv. Phys. Acta., 1983, **56**, 75.
5. Halperin B.I. "Statistics of Quasiparticles and the Hierarchy of Fractional Quantized Hall States" 1983, Preprint.
6. Brown E. "Aspects of Group Theory in Electron Dynamics" in: Solid State Physics, **22**, 1968, Academic Press, New-York -- London, p. 313.
7. Лозовик Ю.Е., Юдсон В.И. Письма в ЖЭТФ, 1975, **22**, 26.
8. Yoshioka D., Lee P.A. Phys. Rev., 1983, **B27**, 4986.
9. Nelson D.R., Halperin B.I. Phys. Rev., 1979, **B19**, 2457.