Письма в ЖЭТФ, том 18, вып. 2, стр. 119 – 122 *20 июля 1973 г.*

К ВОПРОСУ О СТРУКТУРЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОГО ГЕЛИЯ

Л.П. Горьков, Д.М. Черникова

Рассматривается случай достаточно сильных полей, когда поверхностная плотность электронов не мала. Показано, что существует критическая плотность, начиная с которой однородная система неустойчива. Указывается способ обнаружения вигнеровской кристаллической структуры.

В [1, 2] было показано, что на поверхности гелия могли бы существовать локализованные электроны с энергией связи около 10^{-3} *эв* ($\sim 10°$K). Появление связанных состояний обусловлено большим барьером (~ 1 *эв*) для прохождения электрона в гелий и действием сил изображения, малых в меру разности диэлектрических постоянных в жидкой и газовой фазах $\epsilon_1 - \epsilon_2 = 0{,}06$. В [3 – 5] этот вопрос изучался экспериментально. Результаты [3 – 5] свидетельствуют о том, что устойчивую локализацию электронов при температуре $\sim 1°$K удается получить, накладывая дополнительное "прижимающее" электрическое поле. В [3] отмечалось, что из-за кулоновского характера спектра в отсутствие поля локализация электронов у поверхности имеет место только при очень низких температурах.

В этом сообщении рассматривается случай достаточно сильных полей ($10^3 \div 10^4$ *в/см*), когда поверхностная плотность электронов не мала. Ниже показано, что существует критическая плотность, начиная с которой однородная система неустойчива. При этом на поверхности возникает периодическая сверхструктура с размерами порядка капиллярной постоянной. В связи с экспериментами [5] указывается способ обнаружения вигнеровской кристаллической структуры [6], на возможное существование которой в изучаемой задаче было впервые указано в [7].

Экспериментальная ситуация, которую мы будем иметь в виду, совпадает с [3] и изображена на рисунке. Поверхность гелия находится при $z = 0$, электроны прижимаются к ней приложенной к металлической пластинке A разностью потенциалов V.

Если разность потенциалов отсутствует, то кулоновское отталкивание между электронами превалирует над силами изображения при $z \gtrsim (\epsilon_1 - \epsilon_2) r_s$. Поэтому при $r_s < z_0/(\epsilon_1 - \epsilon_2)$, где r_s – среднее расстояние между электронами, $z_0 \sim 10^{-6}$ *см* – характерный размер локализованного состояния [1, 2], электроны делокализуются в отсутствие поля. Это как раз и соответствует плотностям $n_s \sim 10^8 \div 10^9$ $см^{-2}$. При меньших плотностях и при конечных температурах электроны "ионизуются" и удаляются из поверхностного слоя по причине бесконечного числа уровней в потенциальной яме сил изображения [3].

В прижимающем поле энергия поперечного движения $\epsilon_\perp$ и характерный размер состояния $\bar{z}$, оцениваются обычным способом:

$$\epsilon_\perp \sim \left(\frac{\hbar^2}{2m}\right)^{1/3} (eE)^{2/3} \sim Ry\left(\frac{a_0}{r_s}\right)^{4/3}, \qquad \bar{z} \sim a_0^{1/3} r_s^{2/3}, \tag{1}$$

где $a_0 = 0{,}5 \cdot 10^{-8}$ *см* – боровский радиус и $E = 4\pi e n_s = 4\pi e r_s^{-2}$. Из этой оценки видно, что $\bar{z}$ мало по сравнению со средним расстоянием между электронами r_s. Поэтому электроны можно считать лежащими в плоскости. При низких температурах можно думать, что электроны образуют "вигнеровский кристалл" [6, 7]: из-за малости кинетической энергии основное состояние имеет вид решетки локализованных электронов. Кинетическая энергия учитывается как возмущение и дает вклад в энергию нулевых колебаний. Энергия осциллятора для плоской гексагональной решетки, вычисленная в [7], равна

$$U(r) = 2{,}7 \frac{e^2}{r_s^3} r^2 . \tag{2}$$

Характерная частота колебаний $\hbar\tilde{\omega} \approx 4{,}6\, Ry (a_0 / r_s)^{3/2}$ уже при $r_s \sim 0{,}5 \cdot 10^{-4}$ *см* соответствует примерно 1°К. Обычные критерии относительно "плавления" решетки показывают тем самым возможность наблюдения "вигнеровской кристаллизации" при обычных гелиевых температурах.

В [5] измерение частоты циклотронного резонанса при $T = 1{,}2$°К показало, что последняя зависит только от z-компоненты магнитного поля. Тем самым продемонстрирован двумерный характер движения электронов. Заметим, что измерения зависимости частоты резонанса от поля могут однозначно ответить на вопрос, образуют ли электроны решетку. Действительно, кинетическая энергия электронов в магнитном поле имеет вид $\frac{\hbar^2}{2m}(\hat{p} - eA)^2$. Если $H \parallel z$ и $A_y = -Hx$, то отсюда и из (2) получаем, что резонансная частота для поглощения электромагнитного излучения осциллятором имеет вид $\omega_0 = \sqrt{\omega^2 + \omega_c^2}$, где ω_c – обычная частота циклотронного резонанса. При $\tilde{\omega} \gg \omega_c$ зависимость от поля квадратична. В экспериментах [5] $\omega_c \sim \tilde{\omega} \sim 1$°К. Кривые зависимости частоты резонанса от поля в [5] не приведены. Ширина линии может быть обусловлена также тем, что колебания электронов распространяются по решетке. Последний вопрос будет рассмотрен отдельно.

Перейдем теперь к устойчивости системы электронов на поверхности гелия. Очевидно, что кулоновское отталкивание электронов стремится изогнуть поверхность. Этому препятствует поверхностное натяжение гелия.

Распределение электрического поля E определяется потенциалом

$$\phi = e \sum_i \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_i'} \right) - \mathcal{E} z , \tag{3}$$

где r_i и r_i' расстояния от точки $\mathbf{r}$ соответственно до i-го узла решетки и его изображения при $z = -h$ (см. рисунок). На расстояниях z, больших по сравнению с постоянной решетки r_s, отлична от нуля z-компонента поля E_z:

$$e\bar{E}_z = e\mathcal{E}_z + 2\pi e^2 n_s \left(\frac{z}{|z|} - 1 \right).$$

Предел устойчивости находится решением задачи о малых колебаниях поверхности с длиной волны $\lambda >> r_s$. Смещение j-го узла решетки есть (u_j, η_j), где u_j – вектор в плоскости $z = 0$. Разлагая выражение для электрического поля $E = -\nabla\phi$, где $\phi(z)$ дается соотношением (3), по деформациям решетки $u_j - u_i$ и $\eta_j - \eta_i$ ($u_{ix} = u_0 \exp(ikx)$, $\eta_i = \eta_0 \exp(ikx)$) легко вычислить силы, действующие на заданный узел решетки:

$$eE_z = -2\pi e^2 n_s^\circ + 2\pi e^2 n_s^\circ k\eta_0 (1 + 2\exp(-2kh)) + i\, 2\pi e^2 n_s^\circ k u_0 \exp(-2kh)$$

$$eE_x = -2\pi e^2 n_s^\circ k u_0 (1 - \exp(-2kh)) - i 4\pi e^2 n_s^\circ k \eta_0 \exp(-2kh).$$

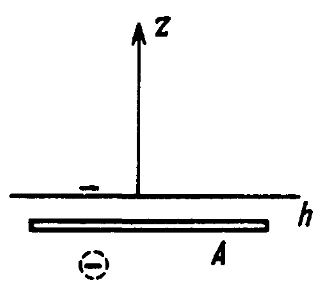
Условие $E_x + ik\eta_0 E_z = 0$, означающее, что составляющая силы по касательной к поверхности равна нулю, дает соотношение между u_0 и η,

$$u_0 = -i\eta_0 \frac{1 + 2\exp(-2kh)}{1 - \exp(-2kh)}.$$

Дополнительное давление, связанное с электрическим полем, есть $\Delta P = -eE_z(n_s^\circ + \delta n_s) = -eE_z n_s^\circ \left(1 - \frac{\partial u_x}{\partial x}\right)$. Закон дисперсии поверхностных колебаний после несложных вычислений можно написать в виде

$$\omega^2 = \frac{k}{\rho}\operatorname{th}(kh)\{\rho g + \alpha k^2 - 2\pi e^2 n_s^{0\,2} k(1 + 2\exp(-2kh))\ (\operatorname{cth}(kh) + 1)\}. \tag{4}$$

Выражение (4) в предельном случае $kh >> 1$ совпадает со спектром колебаний на поверхности жидкого проводника (см. в [8]). Граница устойчивости в этом случае есть $e^2 n_s^2 < \sqrt{\rho g \alpha}/2\pi$, что дает для гелия $n_{кр} \sim 2{,}2 \cdot 10^9\ см^{-2}$ и поле $E_{кр} \sim 4000\ в/см$. При $kh << 1$ $\omega^2 = k^2 h/\rho[g\rho - (2\pi e^2 n_s/h)]$.



Возникающая в (4) неустойчивость отвечает $k_0 \simeq a^{-1}$ ($a \sim 0{,}05$ – капиллярная постоянная He). При $n_s > n_{кр}$ на поверхности гелия развивается периодическая структура, сначала, видимо, в форме полос с длиной волны $\lambda \sim 2\pi a \approx 0{,}3\ см$. В [3], где приведена фотография заряженной поверхности гелия условия уже близки к тому, что требуется для обнаружения предсказываемого эффекта: $n_s \sim 10^9\ см^{-2}$, $E \simeq 2000$ в/см

Описанные в [5] неустойчивости, возникающие в процессе зарядки поверхности, видимо, связаны с этим же явлением. Отметим еще, что периодическая структура остается устойчивой на целом интервале $n_s > n_{кр}$ и из-за своей длинноволновой природы не нарушает кристаллизации электронов в вигнеровскую решетку.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
10 июня 1973 г.

Литература

[1] В.Б.Шикин. ЖЭТФ, 58, 1748, 1970; 60, 713, 1971.

[2] M.W.Cole, M.H.Cohen. Phys. Rev. Lett., 23, 1238, 1969.

[3] R.S.Crandall, R.Williams. Phys. Rev., 5A, 2183, 1972.

[4] W.T.Sommer, D.J.Tanner. Phys. Rev. Lett., 27, 1345, 1971.

[5] T.R.Krown, C.C.Grimes. Phys. Rev. Lett., 29, 1233, 1972.

[6] E.Wigner. Trans. Far. Soc., 34, 678, 1938.

[7] R.S.Crandall, K.Williams. Phys. Lett., 34A, 404, 1971.

[8] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. "Электродинамика сплошных сред", М., Гостехиздат, § 5, 1953.