Письма в ЖЭТФ, том 18, вып. 11, стр. 693 – 696 *5 декабря 1973 г.*

ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ СОСТОЯНИЯ РОТОНОВ ВБЛИЗИ ИОНОВ В ГЕЛИИ II

В. Н. Бондарев

Показано, что вблизи поверхности положительного иона существуют локализованные ротонные состояния, обусловленные поляризацией гелия ионом. На этой основе вычисляется дополнительный вклад в подвижность плюс-иона.

При температурах выше $\sim 0{,}6°$К торможение движущихся сквозь жидкий гелий ионов обусловлено, главным образом, их столкновениями с ротонами [1]. Подвижность ионов, вычисленная на основе простых кинетических представлений [1 – 3], имеет, в основном, правильную температурную зависимость, но не передает всех деталей температурного хода. Произведенный недавно в работе [4] учет эффекта отдачи иона при столкновении с ротоном дает более корректное описание процессов рассеяния. Однако для согласования с экспериментами по подвижности приходится приписывать положительному иону слишком завышенное значение радиуса рассеяния $R = 9{,}2$ Å.

Настоящая работа ставит своей целью указать дополнительный канал диссипации энергии движущимся ионом за счет существования локализованных ротонных состояний вблизи поверхности иона. Показано, что такая локализация объясняется поляризацией жидкого гелия ионом.

Наличие положительного иона в гелии приводит к уплотнению окружающей жидкости [5], в результате чего ротонные параметры Δ, μ_0, p_0 будут функциями локальной плотности ρ. В этом случае локальная энергия ротона ϵ как функция ρ будет иметь вид

$$\epsilon(\rho) = \Delta(\rho) + \frac{[p - p_0(\rho)]^2}{2\mu_0(\rho)} . \tag{1}$$

Обозначая через $\delta\rho$ отклонение плотности от невозмущенного значения ρ_0, получим с точностью до членов первого порядка по $\delta\rho$:

$$\epsilon = \Delta + \frac{(p - p_0)^2}{2\mu_0} + \left(\frac{\partial\Delta}{\partial\rho}\right)_0 \delta\rho, \tag{2}$$

где обозначено $\Delta = \Delta(\rho_0)$, $p_0 = p_0(\rho_0)$, $\mu_0 = \mu_0(\rho_0)$, и поскольку для большинства ротонов $p \approx p_0$, опущены члены, содержащие произведения $(p - p_0)\,\delta\rho$ и $(p - p_0)^2\delta\rho$. Члены же второго порядка по $\delta\rho$ малы по сравнению с выписанными (см. [6]). Таким образом, с учетом того, что $(\partial\Delta/\partial\rho)_0 < 0$ [6], для локальной энергии ротона получаем выражение

$$\epsilon(p, r) = \Delta + \frac{(p - p_0)^2}{2\mu_0} - \frac{\gamma}{2r^4} , \tag{3}$$

в котором величина $\delta\rho$ как функция радиальной координаты r с началом в центре иона представлена в явном виде [5] и обозначена

$$r = \left|\left(\frac{\partial \ln \Delta}{\partial \ln \rho}\right)_0\right| \frac{\Delta \alpha e^2}{m_4 c^2} . \tag{4}$$

Здесь α – атомная поляризуемость гелия, e – заряд электрона, m_4 – масса атома He^4, c – скорость первого звука в гелии II.

Последний член в (3) можно трактовать как потенциальную энергию ротона в поле положительного иона. Он соответствует эффективному ротон-ионному притяжению. Наличие подобного члена приводит к тому, что локальная плотность ротонного газа будет функцией расстояния до центра иона

$$N(r) = N_\infty \exp\left(\frac{\tau}{2kTr^4}\right), \tag{5}$$

где N_∞ – плотность ротонного газа вдали от иона, k – постоянная Больцмана, T – температура. Полное избыточное число ротонов, локализованных вблизи иона радиуса R, дается выражением

$$\begin{aligned} n_r &= 4\pi N_\infty \int\limits_R^\infty \left[\exp\left(\frac{\tau}{2kTr^4}\right) - 1\right] r^2 dr = \\ &= \frac{4}{3}\pi R^3 N_\infty \left[4z_0\, \Phi\left(\frac{1}{4}, \frac{5}{4}; z_0\right) - e^{z_0} + 1\right]. \end{aligned} \tag{6}$$

Здесь $\Phi\left(\frac{1}{4}, \frac{5}{4}; z_0\right)$ – вырожденная гипергеометрическая функция [7]; $z_0 = \tau/(2kTR^4)$.

Локализованные ротонные состояния вносят вклад в торможение иона [8]. Совершая колебательные движения вблизи поверхности иона, локализованные ротоны передают часть импульса от движущегося иона окружающей нормальной жидкости, что приводит к появлению силы сопротивления. Стрейер, Доннелли и Робертс [8] рассматривали задачу о локализации ротонов вблизи ионов при больших дрейфовых скоростях за счет различного характера обтекания сферы сверхтекучей и нормальной жидкостями. Полученное ими выражение для силы сопротивления, обусловленной локализацией ротонов, имеет вид

$$F_r = f \frac{p_0^2}{3kT} v_i \left(\frac{kT}{\mu_0}\right)^{1/2} \frac{n_r}{R} , \tag{7}$$

где v_i – дрейфовая скорость иона. Выражение (7) содержит один свободный параметр f, который подбирается из сравнения с экспериментальными данными. Поскольку выше показано, что локализация ротонов имеет место и в случае $v_i = 0$, мы воспользуемся для силы сопротивления формулой (7), подставив в нее n_r из (6). Полное выражение для подвижности μ_+ должно содержать также член, обязанный упругому столкновению ротонов с ионом. Этот член можно оценить, следуя работе [4]. Принимая аддитивность обоих вкладов, окончательно имеем

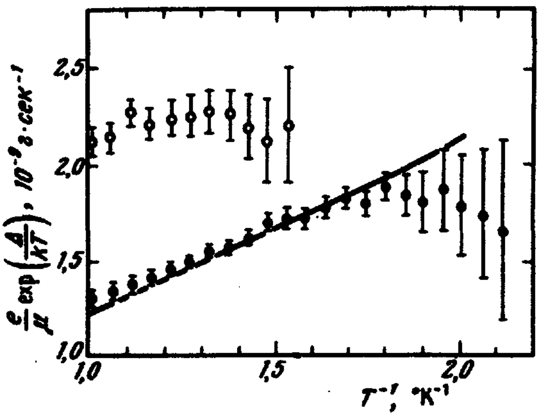
$$\frac{e}{\mu_+} = \left\{ \frac{4}{9\pi} \frac{p_o^4}{\hbar^3} R^2 F\left(\frac{p_o^2}{4m_+^* kT}\right) + \right. \tag{8}$$

$$\left. + f \frac{4}{9\sqrt{2\pi}} \frac{p_o^4}{\hbar^3} R^2 \left[4z_o \, \Phi\left(\frac{1}{4}, \frac{5}{4}; \, z_o\right) - e^{z_o} + 1 \right] \right\} \exp\left(-\frac{\Delta}{kT}\right),$$

где $m_+^* = 40\, m_4$ – эффективная масса положительного иона,

$$F(x) = x^{-1} + e^{-x}[xK_o(x) - (1+x)K_1(x)],$$

$K_o(x)$ и $K_1(x)$ – модифицированные функции Бесселя.



Ротонный вклад в подвижность положительного ($\bullet$) и отрицательного ($\circ$) ионов [9]. Кривая – расчет по формуле (8)

На рисунке приведена кривая, соответствующая расчету температурной зависимости подвижности положительного иона по формуле (8) с $R = 7$Å и $f = 0{,}096$ (по оценкам [8] $f = 0{,}06$).
Локализованные состояния ротонов вблизи отрицательного иона дают значительно меньший вклад в сопротивление, поскольку радиус электронного пузырька почти втрое больше радиуса положительного иона. Поэтому главную роль будет играть упругое рассеяние ротонов минус-ионом.

Автор благодарен проф. И.З.Фишеру за обсуждение результатов работы.

Одесский
государственный университет
им. И.И.Мечникова

Поступила в редакцию
2 ноября 1973 г.

Литература

[1] F.Reif, L.Meyer. Phys. Rev., 119, 1164, 1960.

[2] Р.Г.Архипов. УФН, 88, 185, 1966.

[3] G.Baym, R.G.Barrera, C.J.Pethick. Phys. Rev. Lett., 22, 20, 1969.

[4] R.Barrera, G.Baym. Phys. Rev., A6, 1558, 1972.
[5] K.R.Atkins. Phys. Rev., 116, 1339, 1959.
[6] И.И.Халатников. Теория сверхтекучести, М., изд Наука, 1971.
[7] И.С.Градштейн, И.М.Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., изд. Наука, 1971.
[8] D.M.fltrayet, R.'.Donnelly, P.H.Roberts. Phys. Rev
[8] D.M.Strayer, R.J.Donnelly, P.H.Roberts. Phys. Rev. Lett., 26, 165, 1971.
[9] K.W.Schwarz. Phys. Rev., A6, 1958, 1972.