

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ МАГНИТНЫЕ СТРУКТУРЫ И ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ

М.Я. Азбель

Продemonстрируем на примере электронного диамагнитного момента новый тип фазовых переходов (от однородной структуры к периодической), необходимое условие которых - нелокальная связь между термо-

динамическими величинами, и для которых удается выяснить характер особенности в точке перехода. Диамагнитный момент M определяется [1,2] значениями магнитной индукции* B по всей ларморовской орбите радиуса r , и (F_m – собственная свободная энергия магнетика)

$$M = -\delta F_m / \delta B, \quad B = H + 4\pi M \quad (1)$$

суть интегральные уравнения, имеющие, вообще говоря, ненарастающие осциллирующие решения $M = M(r)$. (За ось z принято направление H ; при бесконечной длине свободного пробега электронов зависимость от z отсутствует, $r = (x, y)$, а $H = \text{const}$, так как $\text{rot } H = 0$). "Обычное" равновесное однородное M_0 при изменении внешних параметров (H , температуры T) может переходить в неоднородное по двум причинам.

1. Полная свободная энергия

$$F_m = -\frac{1}{4\pi} \int B dH = F_m + \int \left(\frac{H^2}{8\pi} + 2\pi M^2 \right) dr = F_m + \int \left\{ \frac{H^2}{8\pi} + \frac{1}{2} M \frac{\delta F_m}{\delta M_1} \right\} dr \equiv \int f, dr; \quad M_1 = M - M_0, \quad (2)$$

в неоднородном состоянии становится меньше, чем в однородном. Вблизи от точки перехода T_1 , $M_1 \ll M_0$, и (учитывая трансляционную и центральную симметрии и включая, например, Ферми-жидкостное взаимодействие)

$$F_m = F_m^{(0)} + \int K_1(r-r') M_1(r') dr' + \frac{1}{2} \int \int K_2^{ij}(r-r', r-r'') M_1^i(r') \times \\ \times M_1^j(r'') dr' dr'' + \dots, \quad (3)$$

где K_i – четные функции всех своих аргументов, а $M_0 = -\frac{1}{4\pi} \int K_1(r) dr$.

Уравнения (3), (1) совместно с $\text{div } M_1 = 0$ определяют периоды возникающей структуры. Так, если z совпадает с одной из главных кристаллографических осей (в дальнейшем рассматривается, для простоты, только этот случай), и $M_x = M_y = 0$, то в основном приближении

$$M_1 = M_{1z} = A \cos(kx) \cos(ky); \quad \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} L_1(x, y) \cos(kx) \cos(ky) dx dy = \\ = L_1(k) = 1, \quad (4)$$

$$L_1(r) = \int K_2(r-r', r') dr'. \quad (4a)$$

Так как $L_1(0) = 4\pi\chi < 1$ (условие термодинамической устойчивости для M_0 ; $\chi = \partial M_0 / \partial B_0$), для вещественности k (комплексных k , очевидно, бесконечно много) необходима знакопеременность $L_1(r)$, а для этого – наличие более одной зоны (при конечных A это необязательно). Решение, найденное при $A \rightarrow 0$ в [3] для случая одной зоны при $4\pi\chi > 1$, не является термодинамически устойчивым). Следующие приближения приво-

дят к появлению дальнейших гармоник и модуляции осцилляций с периодом, пропорциональным A^{-2} . (Так, в одномерном случае $M_1 = Re \sum_{m=1}^{\infty} \times A^m \sum_{l=0}^m \alpha_{ml} (A^2 y) \exp(ilk y)$; $\alpha_{10} = 0$; до исключения нарастающих по y в следующих приближениях решений все функции α_{ml} линейно-независимы). Разложение F_1 по A (для нахождения которого оказывается достаточно подставить (4) в (2) и в (3), записанные до шестого порядка по M_1 включительно), вблизи T_1 имеет вид разложения Ландау [4], но начинается с A^4 : $F_1 = F_1^0 + a(T - T_1) A^4 + b A^6 + \dots$ и приводит (после минимизации по A) к переходу третьего рода с относительным скачком

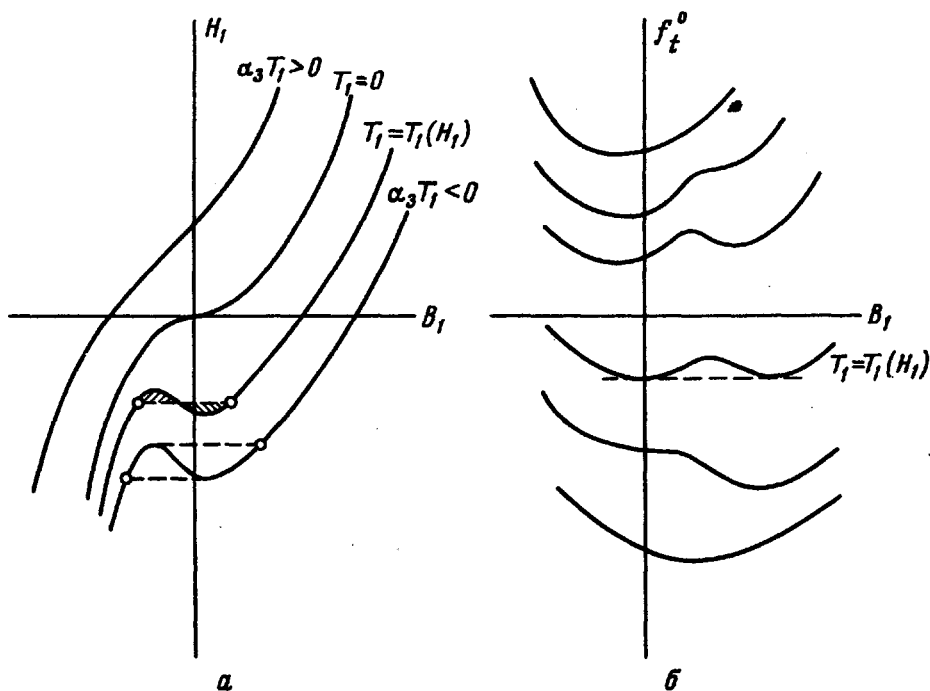


Рис.1.

производной от электронной теплоемкости по температуре порядка Δ . ($M_1 = 0$, поэтому выбор независимой переменной — H или B — в (2) безразличен.).

2. Поскольку, благодаря четности L_1 , (4) даст пару решений $\pm k$ интересно исследовать точку вырождения $k = 0$ ($T = T_2$), вблизи которой (см. (4)) $4\pi\chi \rightarrow 1$ и M_1 меняется бесконечно медленно. Воспользовавшись этим, разложим f_1 (см. (2)) по степеням dB/dy (для простоты, продемонстрируем решение на одномерном случае**): $f_1 = f_1^0(B) - (1/2\phi)B^{12}$, причем B определяется минимумом F_1 (так, (1) вытекает из минимизации (2)). Это означает, что f_1 только знаком отличается от функции Лагранжа одномерного движения частицы (с B , y , ϕ и $f_1^0(B)$, играющими, соответственно, роль координаты, времени, массы (любого знака) и потенциальной

энергии) – задачи, решение которой хорошо известно (см. [7]; так, $y - y_0 = \pm \int [2\alpha(\beta - f_T^\circ(B))]^{-1/2} d\beta$; $\beta = \text{const}$ – "полная энергия"). В однородном случае $\partial f_T^\circ / \partial B_0 = 0$ и так как при $4\pi\chi = 1$, $\partial^2 f_T^\circ / \partial B_0^2 = 0$; то для минимума f_T° необходимо $\partial^3 f_T^\circ / \partial B_0^3 = 0$, $\partial^4 f_T^\circ / \partial B_0^4 > 0$. Тем самым определены B_0 , T_2 и $H_0 = B_0 - 4\pi M(B_0)$. Разлагая $f_T^\circ = (B - H)^2 / (8\pi) + f_m^\circ(B) + (H^2/8\pi)$ по степеням $B_1 = B - B_0$, $T_1 = T - T_2$, находим: $f_T^\circ = f_T^\circ(B_0, T_0) + \alpha_1 T_1 + (\alpha_2 T_1 - H_1/4\pi) B_1 + 1/2 \alpha_3 T_1 B_1^2 + 1/4 \alpha_4 B_1^4$; $\alpha_4 > 0$. Из рис. 1 (где $H_1(B_1)$ найдено из $\partial f_T^\circ / \partial B_1 = 0$; для конкретности, $\alpha_2 \alpha_3 > 0$; кружки обозначают устойчивые при заданном H в однородном случае решения; кривые аналогичны кривым $-p = -p(v)$ вблизи критической точки жидкости – пара), ясно, что фазовый переход (при $H_1 \leq 0$) соответствует либо ($H_1 < 0$) случаю, рассматривавшемуся в пункте 1, либо ($H_1 = 0$) – уже в однородном случае – при $T_1 = 0$ переходу рода "4/3", т.е. $F_T \sim T_1^{4/3}$, теплоемкость $c_v \sim T_1^{-2/3}$ (в случае одной зоны, когда $\alpha_2 = 0$ – переходу II рода). Обратим внимание на "доменное решение", возникающее (если "масса" $\phi < 0$) при $T_1 = T_1(H_1)$ (причем $f_T(B_1) = f_T(B_2)$, так как $B_1' = B_2' = 0$), впервые указанное в [8], и на ограниченность максимальной амплитуды осцилляций при $\phi < 0$.

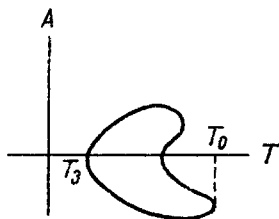


Рис. 2.

3. Переход от однородного к неоднородному случаю может быть связан с возникновением (при $T = T_3$) собственных решений уравнений (2, 3) тогда, когда энергия, связанная с неоднородностью, уже существенно отрицательна. Поскольку нарастающие решения (с "комплексным волновым вектором") у вещественных уравнений существуют только парами, необходимое условие точки перехода – двукратное вырождение. Легко убедиться, что собственные функции могут родиться с бесконечно-малой амплитудой $A \sim \sqrt{|T_1|}$, $T_1 = T - T_3$. При этом решение аналогично изложенному в пункте 1, следует лишь в качестве нулевого приближения взять (4) при $T = T_3$ (когда $k = k_0$ и $L_1'(k_0) = 0$) и принять во внимание, что (в безразмерных единицах) $A|T_1| \sim A^3 \sim A''$. При переходе через T_3 , $\delta F_T \sim A^4 \sim T_1^2$, и имеет место фазовый переход II рода с Ландаусским скачком теплоемкости [4].

Рассмотрим, наконец, случай, когда собственные функции рождаются при $T = T_0$ сразу с конечной амплитудой A_0 и периодом λ_0 ; $M_1|_{T=T_0} = f_0(r)$ (см. рис.2, на котором изображена область по A и T , где существуют собственные значения $\lambda = \lambda(A, T)$; A в общем случае — произвольная константа уравнения, при $A \rightarrow 0$ переходящая в амплитуду).

В бесконечном образце это привело бы к скачку F_r , а значит, к отрицательной теплоемкости c_v — состоянию, абсолютно неустойчивому. Поэтому следует учесть магнитострикцию и использовать термодинамический потенциал $\Phi(p, T)$. Переход осуществляется при $A \neq 0$ как изоморфный фазовый переход первого рода (относительное адиабатическое изменение температуры за счет скрытой теплоты порядка Δ), так как $T_0 = T_0(v)$, и периодическое решение продолжается до совпадения Φ в однородном и неоднородном состояниях. При этом удельный объем v (т.е. период кристаллической решетки и электронная плотность) также периодичны с периодом магнитной структуры: $v(r) = \delta\Phi / \delta p$ (p — давление).

Математически задача определения M_1 сводится к решению вблизи T_0 функционального уравнения $\hat{L}\{T_0 + T_1; M_1\} = \hat{L}_0\{M_1\} + T_1 \hat{L}_1\{M_1\} = 0$. Будем искать M_1 в виде:

$$M_1(r) = f(r; \lambda_0 + \lambda_1, T_0 + T_1) = f_0(r) + \lambda_1 g(r) + T_1 h(r) + 1/2 \lambda_1^2 q(r) = f_0(r) + \lambda_1 g(r) + H(r). \quad (5)$$

Разумеется, подобным разложением по λ_1 , строго говоря можно пользоваться лишь в областях r , малых по сравнению с λ_1^{-1} ; однако, поскольку нелокальность связана с расстояниями порядка ларморовского радиуса, а $\lambda_1^{-1} \rightarrow \infty$, этого достаточно, нужно лишь затем "свернуть" полученное решение к $f(r; \lambda_0 + \lambda_1, T_0 + T_1)$. Подставляя разложение (5) в уравнение и требуя отсутствия линейного по λ_1 члена, находим: $g(r) = A_1 G(r)$, где $G = (\delta \hat{L}_0 / \delta f_0)(r) = 0$. Совпадение периодов $G(r)$ и $f_0(r)$: $\lambda^{(f_0)}(T, A) = \lambda^{(G)}(T)$, т.е. собственных значений соответствующих уравнений, определяет $T = T(A)$, а экстремальные точки $T(A)$ дают T_0, A_0 и λ_0 .

Функция $H(r)$ определяется из

$$\frac{\delta \hat{L}_0}{\delta f_0} H(r) = -T_1 \hat{L}_1\{f_0\} - \frac{1}{2} A_1 \lambda_1^2 \frac{\delta^2 \hat{L}_0}{\delta f_0^2} G(r). \quad (6)$$

Так как соответствующее однородное линейное уравнение, определяющее G , имеет нетривиальное решение, необходима ортогональность первой части (6) решению соответствующего транспонированного однородного уравнения. Это определяет связь $\lambda_1 T_1$ и A_1 , т.е. $\lambda_1 = \lambda_1(T_1, A_1)$, а $\lambda_1 = 0$ дает $A_1^{\max} = A_1^{\max}(T_1)$.

Все указанные переходы и структуры связаны с осциллирующим $M(B_0)$ и периодичны по H . Разумеется, для их экспериментального наблюде-

ния требуется стабильность во времени внешнего магнитного поля и слабая мозаичность кристалла. Используя полученные результаты, нетрудно найти и истинное "уравнение состояния" магнетика — однозначную функцию $M = M(H, T; r)$ во всей области H, T . Поскольку происхождение M_0 несущественно, они должны иметь место и в ферромагнитных металлах.

В переменных полях частоты ω при $\omega r \ll 1$ (r — время свободного пробега электронов) появление и исчезновение периодической структуры приведет к особенностям высокочастотных характеристик магнетика.

Институт теоретической физики
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
1 февраля 1967 г.

Литература

- [1] D. Shoengerg. Phil. Trans. Roy. Soc. (London), A255, 85, 1962.
- [2] A. B. Pippard. Proc. Roy. Soc. (London), A272, 192, 1963; W. Broshar, E. M. Combe, G. Seidel, Phys. Rev. Lett., 6, 235, 1966.
- [3] M. P. Greene, A. Koughton, I. I. Quinn. Тезисы LT-10, 309, 1966; I. I. Quinn. J. Phys. Chem. Solids, 24, 933, 1963; Phys. Rev. Lett., 16, 731, 1966.
- [4] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Статистическая физика. М., 1964, § 138.
- [5] А. М. Косевич. ЖЭТФ, 35, 738, 1958.
- [6] И. М. Лифшиц, А. М. Косевич. ЖЭТФ, 29, 730, 1955.
- [7] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика, Физматгиз, М., 1958, §§ 11, 12.
- [8] I. N. Condon. Тезисы LT-10, 310, 1966; Phys. Rev., 145, 526, 1966.

* Здесь в типичной задаче теории поля (заряды в вакууме) происходит "самоусреднение" $N_{\text{микро}}$ по орбитам разных электронов, расстояние между которыми $a \ll r$, $a/r \sim N^{-2/3}$, N в ферми-статистике порядка числа частиц. Заметим, что неоднородность приводит (благодаря постоянству химического потенциала) к появлению электрического поля с потенциалом $\phi \sim e^{-1} N^2 \chi^2 a^3 \Delta$, где χ — восприимчивость, $\Delta \sim (e \hbar N / c S_{\text{ext}})^{1/2}$, а S_{ext} — экстремальная площадь сечения Ферми-поверхности. Подчеркнем, что рассматриваемые ниже эффекты возможны и при $(\partial H / \partial B)_{\text{min}} = 1 - 4\pi \chi_{\text{max}} > 0$.

** Общая формула, которая дает все K_i и L_i (для вывода которой удобно использовать квантование [5]) имеет, в основном приближении по квазиклассичности, вид: $M = \sum \langle M_{\text{лк}}^a \{ \langle B^{-1} [y + (c p_x - c p'_x) / eB] \rangle_a \} \rangle_a$; $\langle h \rangle_a = 2 / S_a^{\text{ext}} \int p_y^a(p_x) h(p_x) dp_x$, a — номер зоны; p — квазиимпульс; $\epsilon(p) = \epsilon$, ϵ — энергия; $M_{\text{лк}}^a (B^{-1})$ — однородный момент из [6]. Периодическая структура при $k \rightarrow 0$ существует, если $\phi^{-1} = -1/2(c/eB_0)^2 \times \sum_a \chi_a^2 p_{xa}^2 > 0$.