ДИССИПАТИВНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ РАСКАЧКА КОЛЕБАНИЙ С АНОМАЛЬНОЙ ДИСПЕРСИЕЙ В ПЛАЗМЕ, НАХОДЯЩЕЙСЯ В ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ПОЛЕ

В.П.Силин

Плазма, находящаяся в сильном высокочастотном поле, в определенных условиях оказывается неустойчивой относительно раскачки потенциального электрического поля. Теория параметрического резонанса в такой плазме предсказывает существование гидродинамической неустойчивости [1] в сравнительно сильных полях при частотах, близких к ленгмюровской частоте электронов и меньших, а также существование кинетической неустойчивости [2], обусловленной высокочастотным черенковским эффектом на электронах, в неизотермической плазме при частотах внешнего поля, бóльших электронной ленгмюровской. В настоящем сообщении мы хотели бы указать на существование еще одной неустойчивости, которая по природе своей качественно отличается от рассмотренных в работах [1,2]. Такая неустойчивость может возникать в относительно весьма слабых полях, когда скорость осцилляций электрона мала по сравнению с его тепловой скоростью. Поэтому она не только может быть сравнительно просто экспериментально изучена, но может также привести к новым качественно важным эффектам аномально большого турбулентного поглощения сравнительно слабого высокочастотного электромагнитного поля.

Как это следует из результатов работы [2], при уменьшении частоты внешнего поля и приближении ее к электронной ленгмюровской растет длина волны нарастающих колебаний, а также уменьшается пороговое значение напряженности электрического поля, при которой оказывается возможной кинетическая неустойчивость. Поэтому, интересуясь областью частот внешнего поля ω_0, близких к границе области прозрачности плазмы, можно считать длины волн колебаний бо́льшими электронного дебаевского радиуса (r_{De}) и амплитуды осцилляций электрона во внешнем ВЧ поле (r_E). В этих условиях дисперсионное уравнение продольных колебаний плазмы в однородном ВЧ электрическом поле (ср.[1]),

$$0 = D(\omega + i\gamma, \mathbf{k}) \equiv \frac{\epsilon(\omega + i\gamma, \mathbf{k})}{[1 + \delta\epsilon_e(\omega + i\gamma, \mathbf{k})]\delta\epsilon_i(\omega + i\gamma, \mathbf{k})} +$$

$$+ \frac{(\mathbf{k}\mathbf{r}_E)^2}{4} \frac{\epsilon(\omega_0 + \omega + i\gamma, \mathbf{k}) + \epsilon(-\omega_0 + \omega + i\gamma, \mathbf{k})}{\epsilon(\omega_0 + \omega + i\gamma, \mathbf{k})\,\epsilon(-\omega_0 + \omega + i\gamma, \mathbf{k})}, \qquad (1)$$

для колебаний с малым инкрементом ($\omega \gg \gamma$) дает

$$\left\{1 - \frac{1}{2}\gamma^2 \frac{\partial^2}{\partial\omega^2}\right\}\left[\frac{1}{\delta\epsilon_i'(\omega, \mathbf{k})} + \frac{1}{1 + \delta\epsilon_e'(\omega, \mathbf{k})}\right] +$$

$$+ \frac{1}{4}(\mathbf{k}\mathbf{r}_E)^2\left[\frac{u_+}{v_+} + \frac{u_-}{v_-}\right] = 0, \qquad (2)$$

$$\gamma = \frac{-1}{\Xi}\left\{\frac{\delta\epsilon_e''(\omega, \mathbf{k})}{[1 + \delta\epsilon_e'(\omega, \mathbf{k})]^2} + \frac{\delta\epsilon_i''(\omega, \mathbf{k})}{[\delta\epsilon_i'(\omega, \mathbf{k})]^2} + \frac{1}{4}(\mathbf{k}\mathbf{r}_E)^2\left[\frac{\delta\epsilon_e''(\omega_0 + \omega, \mathbf{k})}{v_+} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{\delta\epsilon_e''(-\omega_0 + \omega, \mathbf{k})}{v_-}\right]\right\}. \qquad (3)$$

Здесь $\delta\epsilon_a'(\omega, \mathbf{k})$ и $\delta\epsilon_a''(\omega, \mathbf{k})$ – действительная и мнимая части парциального вклада частиц сорта a в продольную диэлектрическую проницаемость $\epsilon(\omega, \mathbf{k}) = 1 + \delta\epsilon_e(\omega, \mathbf{k}) + \delta\epsilon_i(\omega, \mathbf{k})$, а

$$u_\pm = \epsilon'(\pm\omega_0, \mathbf{k}) \pm \omega\partial\epsilon'(\pm\omega_0, \mathbf{k})/\partial\omega_0, \qquad (4)$$

$$v_\pm = [u_\pm]^2 + [\epsilon''(\pm\omega_0 + \omega, \mathbf{k}) \pm \gamma\partial\epsilon'(\pm\omega_0, \mathbf{k})/\partial\omega_0]^2, \qquad (5)$$

$$\Xi = -\frac{\partial}{\partial\omega}\left[\frac{1}{\delta\epsilon_i'(\omega,\mathbf{k})} + \frac{1}{1+\delta\epsilon_e'(\omega,\mathbf{k})}\right] + \frac{1}{4}(\mathrm{k}r_E)^2\left[\frac{1}{v_+} - \frac{1}{v_-}\right]\frac{\partial\epsilon'(\omega_0,\mathbf{k})}{\partial\omega_0}. \qquad (6)$$

Заметим, что вблизи порога прозрачности $|\epsilon'(\pm\omega_0,\mathbf{k})| << 1$. Поэтому даже в слабом поле члены $\sim r_E^2$ в формулах (2), (3), (6) становятся весьма важными. Подобные члены в числителе формулы (3) определяют кинетическую неустойчивость, обусловленную высокочастотным эффектом Черенкова на электронах [2]. В условиях, рассмотренных в работе [2], функция Ξ положительна. Заметим, что если в формуле (5) можно пренебречь γ, то $\Xi = -\partial D'(\omega,\mathbf{k})/\partial\omega$, где D' – соответствующая действительная часть уравнения (1). Поэтому случай $\Xi > 0$, можно называть случаем нормальной дисперсии. Качественно новая возможность возникает в условиях аномальной дисперсии, когда функция Ξ становится отрицательной. При этом колебания оказываются нарастающими даже в условиях, когда черенковский эффект на электронах при частотах $\omega \pm\omega_0$ несуществен. Последнее означает, что в формулах (3) и (5) можно опустить $\epsilon''(\pm\,\omega_0 + \omega,\ \mathbf{k})$.

Рассмотрим простейший случай плазмы в отсутствие столкновений без внешнего магнитного поля. Тогда обсуждаемая нами неустойчивость в широкой области параметров будет иметь место для колебаний с частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{2}\{[\Delta\omega_0]^2 + \omega_s^2 + ([\Delta\omega_0]^2 - \omega_s^2)\sqrt{1-\phi}\} + \gamma^2}\,. \qquad (7)$$

Здесь ω_s – частота ионно-звуковых колебаний, $\Delta\omega_0$ – разность ω_0 и частоты продольных электронных колебаний,

$$\phi = \frac{1}{4}\,\frac{(\mathrm{k}r_E)^2\,\omega_{Li}^2\,\omega_0\,\Delta\omega_0}{\{[\Delta\omega_0]^2 - \omega_s^2\}^2}$$

и ω_{Li} – ленгмюровская частота ионов. Колебания с частотой (7) имеют место в условиях, когда их фазовая скорость мала по сравнению с электронной тепловой скоростью и велика по сравнению с ионной. Согласно (7), $\phi < \phi_{\text{кр}} = 1$, поскольку в противном случае возникает гидродинамическая неустойчивость [1]. Для инкремента нарастания колебаний (7), согласно уравнению (3), получаем

$$\gamma = -\frac{2\gamma_0}{\Xi} = \frac{-1}{\Xi}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\left\{\frac{\omega_{Li}^2}{\omega_{Le}^2}\,k v_{Te} + \frac{\omega^4}{k^3 v_{Ti}^3}\exp\left(-\frac{\omega^2}{2k^2 v_{Ti}^2}\right)\right\}, \qquad (8)$$

$$\Xi = -\frac{4}{\phi}[\sqrt{1-\phi} + 1]\left[\sqrt{1-\phi} + 0(\gamma^2)\right] \qquad (9)$$

Очевидно, что в условиях, когда γ^2 мало, $\Xi < 0$ при $\phi > 0$. Поэтому неустойчивость возникает в области прозрачности для поля с частотой ω_0. С другой стороны, слагаемое $\sim\gamma^2$ в формуле (9) становится существенным при приближении ϕ к критическому значению $\phi_{кр} = 1$, когда Ξ убывает, а инкремент значительно возрастает. При этом в окрестности $\phi = 1$, где $\partial D'/\partial\omega$ меняет знак, инкремент становится наибольшим, оставаясь все же меньше частоты ω:

$$\gamma_{max} \approx \frac{\gamma_0}{\sqrt{1-\phi}} \approx |\gamma_0\{[\Delta\omega_0]^2 - \omega_s^2\}|^{1/3}, \tag{10}$$

поскольку при этом

$$\sqrt{1-\phi}\,|\gamma_0\{[\Delta\omega_0]^2 - \omega_s^2\}|^{1/3} \approx 1, \tag{11}$$

Заметим, что в этой области $\Delta\omega_0$ и ω близки к ионнозвуковой частоте ω_s, а второе возможное решение уравнения (2) близко к (7).

Для возможности пренебрежения высокочастотным эффектом Черенкова на электронах должно быть выполнено неравенство

$$\gamma \gg \delta\epsilon_e''(\omega_0, k)[\partial\delta\epsilon_e'(\omega_0, k)/\partial\omega_0],$$

которое для ϕ, не близких к единице, дает

$$\frac{E^2}{E_T^2} \equiv E^2\frac{e^2}{m\omega_0^2\,\kappa T} \gg \frac{\omega_0}{\Delta\omega_0}\left\{1 - \left[\frac{\Delta\omega_0}{\omega_s}\right]^2\right\}^2 \times$$
$$\times\frac{1}{k^2 r_{De}^2}\exp\left\{-\frac{1}{2k^2 r_{De}^2}\right\}. \tag{12}$$

Одновременно с этим условием, ограничивающим напряженность электрического поля снизу, можно записать соответствующее условие, характеризующее допустимую область волновых чисел, которое для водородной плазмы дает $kr_{De} < 0{,}2$. Для значений ϕ, близких к единице, напряженности поля, а также допустимая область k определяются неравенством

$$(\gamma_0/\omega_0) \gg \sqrt{1-\phi}\,(kr_{De})^{-3}\exp\left[-\frac{1}{2}k^{-2}r_{De}^{-2}\right]$$

и соотношением (11). В случае $E \ll E_T$ это возможно, например, при $\Delta\omega_0 \approx \omega_s$. Отметим, что для выполнения этих условий необходима сильная неизотермичность ($T_e \gg T_i$).

В заключение заметим, что особенно богатые возможности для проявления обсуждаемой неустойчивости возникают при наличии постоянного магнитного поля, подобно тому, как это имеет место и для обычной неустойчивости плазмы в условиях аномальной дисперсии [3]. Следует думать, что аналогичное явление может иметь место и в конденсированных средах.

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
19 января 1968 г.

Литература

[1] В.П.Силин. ЖЭТФ, 48, 1679, 1965.
[2] В.П.Силин. ЖЭТФ, 51, 1842, 1966.
[3] А.В.Тимофеев, В.И.Пистунович. Сб. Вопросы теории плазмы. под ред. М.А.Леонтовича, вып.5, Атомиздат, 1967, стр.351.