*Письма в ЖЭТФ, том 41, вып. 12, стр. 527 – 530* *25 июня 1985 г.*

# ПРЯМОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОВОДИМОСТИ ПЛЕНОК С МАГНИТНЫМИ ПРИМЕСЯМИ

*А.А.Голубенцев*

**Вычислена главная логарифмическая поправка к проводимости двумерного металла с магнитными примесями. Обнаружена неуниверсальная зависимость ответа от способа обрезания логарифмических интегралов на малых расстояниях.**

За последние годы был достигнут значительный прогресс в понимании механизмов влияния квантовой интерференции на транспортные явления в проводниках с малой степенью беспорядка ($p_F l \gg 1$) [1-4]. Было показано, что интерференция приводит к взаимному влиянию рассеивателей, удаленных друг от друга на расстояния, значительно превышающие длину свободного пробега $l$. Это взаимное влияние описывается с помощью эффективного взаимодействия мягких мод – диффузонов и куперонов [3, 4] и приводит к появлению сингулярных по частоте $\omega$ поправок к проводимости $\sigma(\omega)$. Нижней критической размерностью в этой задаче является $d = 2$ и сингулярные поправки при $d = 2$ выражаются логарифмическими интегралами. В главном порядке по $1/p_F l$ логарифмическая поправка определяется купероном. Если в проводнике имеются магнитные примеси или к нему приложено внешнее магнитное поле, то купероны подавлены и главная логарифмическая поправка возникает в порядке $(1/p_F l)^2$ [5]. Для вычисления этой поправки необходимо правильно регуляризовать логарифмические интегралы в области малых расстояний [2, 6]. В [6] эта поправка была найдена с помощью аналитического продолжения от размерности пространства $d = 2 - \epsilon$, $\epsilon \to 0$. Такой способ обрезания основан на предположении, что ответ не зависит от свойств системы на малых расстояниях. Физически обрезание возникает на расстояниях $\sim l$, на которых диффузионный режим распространения частицы сменяется баллистическим.

В настоящей работе поправка к проводимости вычисляется с учетом расстояний $\sim l$ и определяются условия, при которых возникает отличие от ответа, полученного в [6].

Метод вычисления поправок к проводимости электронного газа изложен в [3]. Как и в [3], для простоты рассмотрим случай изотропных рассеивателей. Отличие состоит в том, что при наличии магнитных примесей пунктирным линиям на диаграммах соответствует величина

$$f_{\alpha\beta\gamma\delta} = \frac{\delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta}}{m\tau_0} + \frac{\vec{\sigma}_{\alpha\beta}\vec{\sigma}_{\gamma\delta}}{3m\tau_s} = \frac{1}{2m\tau}\left(\delta_{\alpha\delta}\delta_{\beta\gamma} + \left(1 - \frac{4\tau}{3\tau_s}\right)\vec{\sigma}_{\alpha\delta}\vec{\sigma}_{\gamma\beta}\right), \qquad (1)$$

где параметры $\tau_0$ и $\tau_s$ есть времена рассеяния электронов без переворота и с переворотом спина, $\tau = (\tau_0^{-1} + \tau_s^{-1})^{-1}$ – время свободного пробега, $\vec{\sigma}_{\alpha\beta} = (\sigma^x_{\alpha\beta}, \sigma^y_{\alpha\beta}, \sigma^z_{\alpha\beta})$ – матрицы Паули.

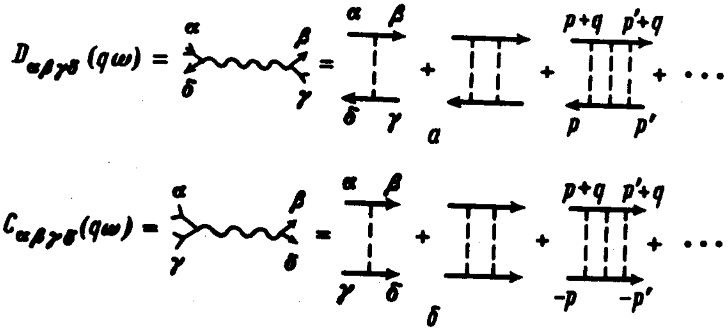


Рис. 1

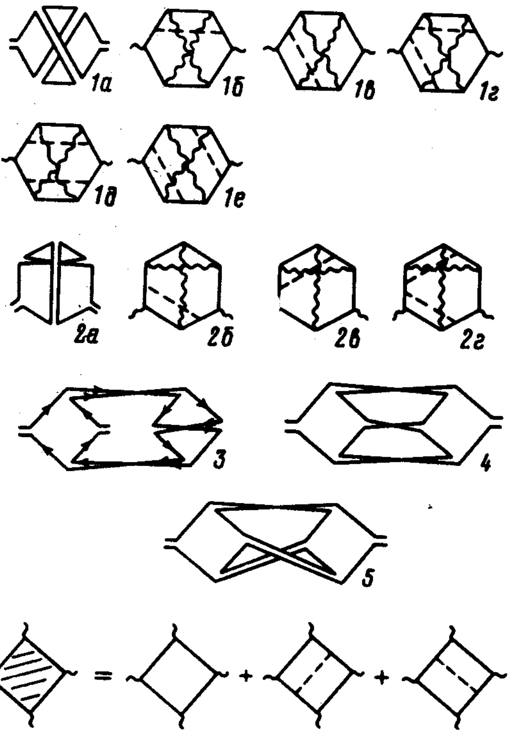


Рис. 2

Пропагаторы мягких мод – диффузонов $D(\mathbf{q}\omega)$ и куперонов $C(\mathbf{q}\omega)$ изображаются суммой диаграмм рис. 1, *а* и *б* и равны

$$D_{\alpha\beta\gamma\delta}(\mathbf{q}\,\omega) = \frac{1}{2m\tau}\left\{\frac{\delta_{\alpha\delta}\,\delta_{\beta\gamma}}{1-\pi} + \frac{(1-4\tau/3\tau_s)\vec{\sigma}_{\alpha\delta}\,\vec{\sigma}_{\gamma\beta}}{1-\pi(1-4\tau/3\tau_s)}\right\}, \tag{2}$$

$$C_{\alpha\beta\gamma\delta}(\mathbf{q}\,\omega) = \frac{(\delta_{\alpha\delta}\,\delta_{\beta\gamma} - \vec{\sigma}_{\alpha\delta}\,\vec{\sigma}_{\beta\gamma})\left(1-\left(1-\frac{2\tau}{\tau_s}\right)\left(1-\frac{2\tau}{3\tau_s}\right)\pi\right) - \frac{4\tau}{3\tau_s}\vec{\sigma}_{\alpha\delta}\,\vec{\sigma}_{\beta\gamma}}{2m\tau\left[1-\left(1-\frac{2\tau}{\tau_s}\right)\pi\right]\left[1-\left(1-\frac{2\tau}{3\tau_s}\right)\pi\right]},$$

где

$$\pi = \pi(\mathbf{q}\omega) = \frac{1}{m\tau}\int G^R_{\epsilon+\omega}(\mathbf{p}+\mathbf{q})\,G^A_{\epsilon}(\mathbf{p})\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{q}^2 f^2+1}} + i\omega\tau,\quad q \ll p_F,\quad \omega \ll \epsilon.$$

Для вычисления логарифмически зависящих от частоты поправок к проводимости при $\omega\tau_s \ll 1$ необходимо вычислить все диаграммы порядка $(1/p_F l)^2\sigma_0$, содержащие, по меньшей мере, один диффузон. (При $\omega\tau_s \gg 1$ наличие магнитных примесей несущественно и задача сводится к разобранной в [3]). Такие диаграммы изображены на рис. 2. Среди них имеются диаграммы порядка $\sigma_0(1/p_F l)^2\ln^2 1/\omega\tau_s$, однако члены $\sim\ln^2 1/\omega\tau_s$ в сумме сокращаются. Остающийся вклад пропорционален $\sigma_0(1/p_F l)^2\ln 1/\omega\tau_s$. Для вычисления коэффициента перед логарифмом нужно выделить каждое логарифмическое интегрирование по импульсу одной из диффузионных линий и в остальных блоках диаграммы этот импульс и частоту $\omega$ считать нулевыми. В результате получается выражение для коэффициента перед логарифмом в виде интеграла по импульсам остающихся диффузионных, куперонных и электронных линий. Это вычисление производится стандартным образом, однако необходимо учесть следующее обстоятельство. Все слагаемые рядов рис. 1 для функций $D(q\omega)$ и $C(q\omega)$, за исключением диаграмм с одной и двумя пунктирными линиями быстро убывают при $ql \gg 1$. Поэтому при вычислении интегралов по импульсам электронных линий ("четырехугольников" и "шестиугольников" на рис. 2) можно считать импульсы диффузонов и куперонов малыми по сравнению с $p_F$, если диффузоны и куперона содержат больше двух пунктирных линий. Вклад процессов рассеяния низкой кратности следует рассмотреть особо. Анализ показывает, что все диаграммы, содержащие помимо одного диффузона, одну или две пунктирные линии, в сумме не логарифмичны; в диаграммах же, содержащих более двух пунктирных линий импульсы диффузонов и куперонов можно считать малыми по сравнению с $p_F$.

Таким образом для коэффициента перед $\ln 1/\omega\tau_s$ получается выражение в виде интеграла:

$$\frac{\delta\sigma}{\sigma_0} = -\left(\frac{1}{p_F l}\right)^2 \ln\frac{1}{\omega\tau_s} \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2}\left(K^d\left(\mathbf{q},\frac{\tau}{\tau_s}\right) - K^c\left(\mathbf{q},\frac{\tau}{\tau_s}\right)\right) = -\left(\frac{1}{p_F l}\right)^2 f\left(\frac{\tau}{\tau_s}\right)\ln\frac{1}{\omega\tau_s}, \qquad (3)$$

причем $K^d\left(\mathbf{q},\frac{\tau}{\tau_s}\right)$, вклад диаграмм $1\,а - е$ и 4, выражается через пропагатор диффузона $D(\mathbf{q})$, а $K^c\left(\mathbf{q},\frac{\tau}{\tau_s}\right)$, т. е. вклад диаграмм $2\,а - г$, 3 и 5, – через пропагатор куперона $C(\mathbf{q})$.

В отсутствие магнитных примесей ($\tau_s \to \infty$) $D(\mathbf{q}) = C(\mathbf{q})$, а также $K^c(\mathbf{q}) = K^d(\mathbf{q})$, и подынтегральное выражение в (3) сокращается. Сокращения такого типа впервые отметили Малеев и Топерверг [4], однако они не рассматривали воздействий, нарушающих инвариантность относительно обращения времени и причину таких сокращений не связывали с этой инвариантностью.

Таким образом, полученный ответ зависит от отношения $\tau/\tau_s$ [1)]. Коэффициент перед $\ln 1/\omega\tau_s$ в (3) совпадает с полученным в [6], если рассеяние с переворотом спина слабое и $\tau/\tau_s \ll 1$. (При $\tau/\tau_s \ll 1$ возникает новый масштаб расстояний – длина диффузии без переворота спина $l_s \sim l\sqrt{\tau_s/\tau} \gg l$. На меньших расстояниях при $ql_s \gg 1$ диффузоны и куперона совпадают $D\left(\mathbf{q},\frac{\tau}{\tau_s}\right) = C\left(\mathbf{q},\frac{\tau}{\tau_s}\right) + O\left(\frac{\tau}{\tau_s}\right)$ и $K^d(\mathbf{q}) = K^c(\mathbf{q}) + O\left(\frac{\tau}{\tau_s}\right)$.

Главный вклад в интеграл (3) дают импульсы $q \sim l_s^{-1} \ll l^{-1}$, лежащие в диффузионной области. Выделяя этот вклад, получим $f\left(\frac{\tau}{\tau_s}\right) = \frac{1^s}{(2\pi)^2} + O\left(\frac{\tau}{\tau_s}\right)$.

В обратном случае $\frac{\tau}{\tau_s} \sim 1$ в интеграле (3) важны $q \sim l^{-1}$. Вычисление упрощается при $\frac{\tau}{\tau_s} = \frac{3}{4}$, когда электрон "забывает" направление спина после каждого рассеяния (см. (1)) и дает $f \cong 3{,}12\cdot\frac{1}{(2\pi)^2}$.

1) Подобная неуниверсальность была независимо обнаружена К.Б.Ефетовым в иной модели неупорядоченной системы, также не обладающей инвариантностью относительно обращения времени [7].

Обнаруженная неуниверсальная зависимость коэффициента в (3) от свойств проводника на малых расстояниях показывает, что гипотеза однопараметрического скейлинга, выдвинутая в [1], не допускает непосредственного обобщения на случай системы с магнитными примесями, как это было проделано в работах [2, 6, 8]. Вопрос о том, какими должны быть правильные заряды уравнений ренормгруппы в рассматриваемом случае, остается открытым.

Автор благодарен Д.Е.Хмельницкому за руководство работой, К.Б.Ефетову, сообщившему результаты [7] до публикации, А.И.Ларкину, А.Г.Аронову и Б.Л.Альтшулеру за обсуждение результатов.

## Литература

1. *Abrahams E., Anderson P.W., Liccardello D.C., Ramakrishnan T.V.* Phys. Rev. Lett., 1979, **42**, 673.
2. *Wegner F.* Z. Physik, 1979, **B35**, 207.
3. *Горьков Л.П., Ларкин А.И., Хмельницкий Д.Е.* Письма в ЖЭТФ, 1979, **30**, 248.
4. *Малеев С.В., Топерверг Б.П.* ЖЭТФ, 1975, **69**, 1440.
5. *Lee P.A.* J. Noncryst. Solids, 1980, **35**, 21.
6. *Hikami S.* Phys. Rev., **B24**, 2671.
7. *Ефетов К.Б.* (в печати).
8. *Ефетов К.Б., Ларкин А.И., Хмельницкий Д.Е.* ЖЭТФ, 1980, 79, 1120.

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
13 мая 1985